Übungsstunde 6

Geometrische Interpretation von orthogonalen Matrizen

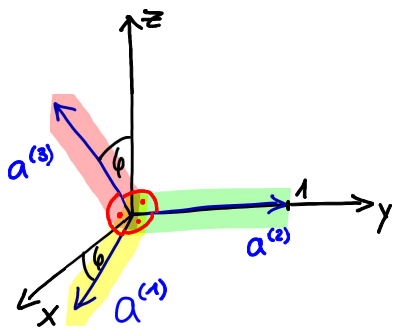
orthogonale Matrizen: → Zeilenvektoren haben Länge 1

→ je zwei Zeilenvektoren stehen senkrecht zueinander

→ dies gilt auch für die Spalten

$$A = \begin{pmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

$$\underbrace{}_{a^{(1)}} \quad \underbrace{}_{a^{(2)}} \quad \underbrace{}_{a^{(3)}}$$



↳ Vektoren stehen senkrecht zueinander

⇒ Ein Vektor auf den anderen „Skalarprodukt"-projiezieht bedeutet, dass es Null gibt sowie, dass der projiezierte Vektor nicht mehr sichtbar ist.

Beispiel: Einheitsmatrix

$$\mathbb{I}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

LR-Zerlegung

→ $Ax = b$ für versch. b, aber gleiche A lösen

1) $P \cdot A = L \cdot R$ mit L: Linksdreiecksmatrix
R: Rechtsdreiecksmatrix
P: Permutationsmatrix (für Zeilenvertauschungen)

2) Löse $Ly = b$ durch vorwärtseinsetzen

3) Löse $Rx = y$ durch rückwärtseinsetzen

Achtung: → II nur bei Zeilen-/Spaltenvertauschungen beachten
→ Gauss mit Subtraktion und nur bei A
Bsp: nicht $II + 2 \cdot I$ sondern $II - (-2) \cdot I$
→ L ergibt sich aus den Koeffizienten, die man braucht, um auf die R-Matrix zu kommen

Beispiel: LR-Zerlegung

Finde LR-Zerlegung von $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 6 & 1 & -10 \\ -2 & -7 & 8 \end{pmatrix}$; $Ax = b$ mit $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

Beispiel: LR-Zerlegung mit Permutationen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ -3 & 7 & 6 \\ -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}; \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \text{Löse } Ax = b$$