Digitaltechnik
Übung 4

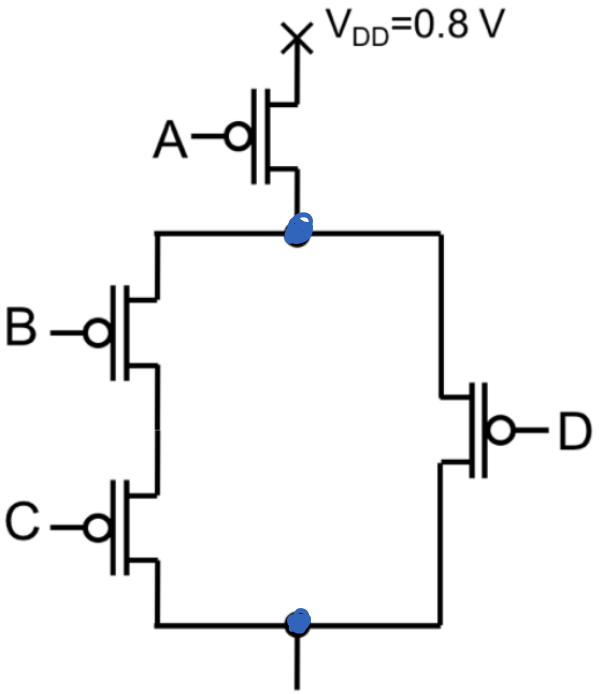
Matteo Dietz
mdietz@student.ethz.ch

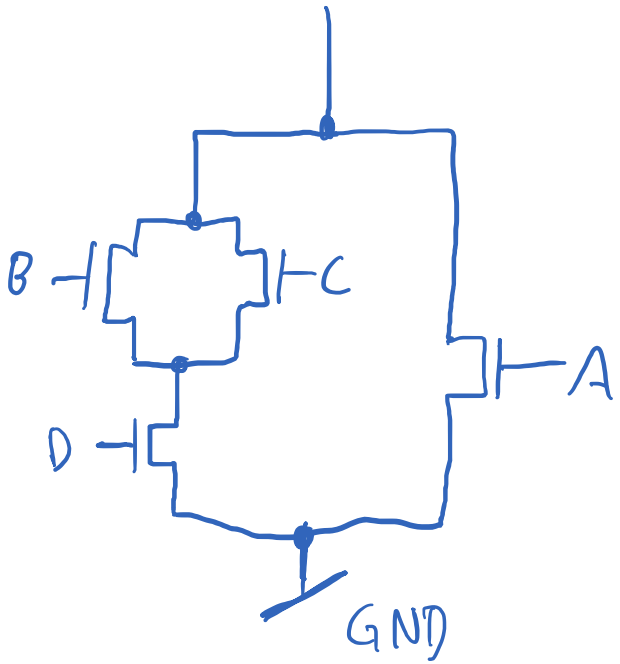
Polybox

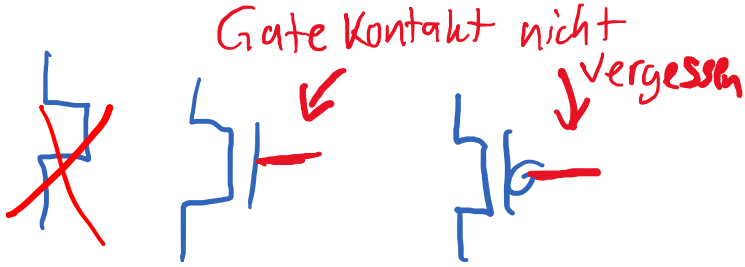
- https://polybox.ethz.ch/index.php/s/VehRU12QqdJv98i

Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 1:
  - 1.1) Pull-up Pull-down Umwandlung kommt an jeder Prüfung!
    Zeichnet die Transistoren richtig! Das sind komplett verschenkte Punkte:







Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 1:
  - 1.2) Invertierung beim Pull-down Pfad nicht vergessen!
    schreibt Klammern bei mehrdeutigen Ausdrücken!

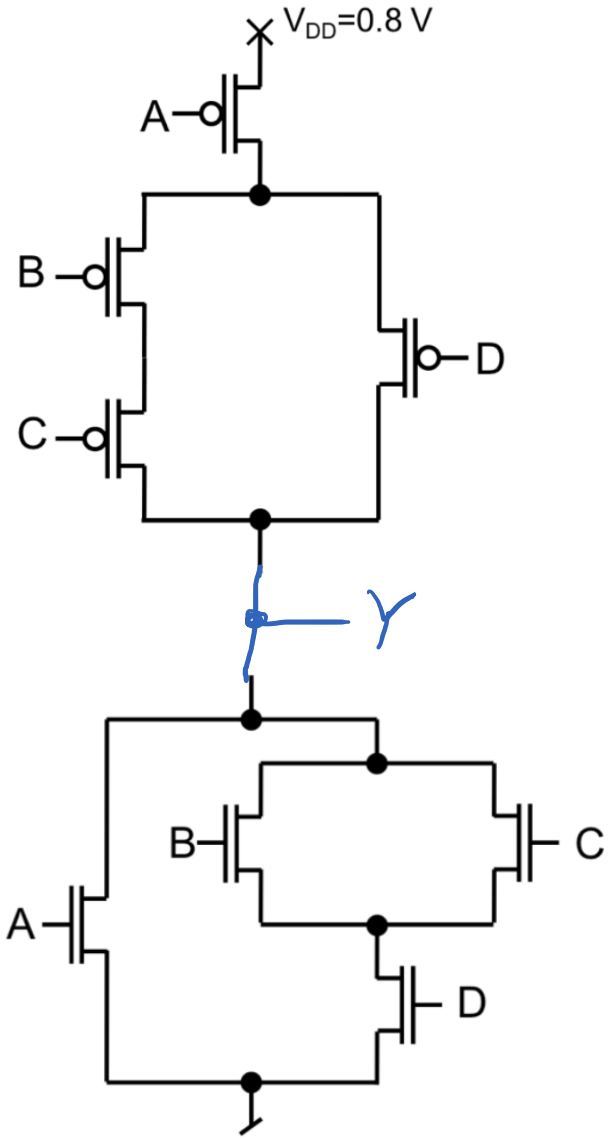
Pull-up:

$$Y = \overline{A} \wedge (\overline{D} \vee (\overline{B} \wedge \overline{C}))$$

Pull-down:

$$Y = A \vee (D \wedge (B \vee C))$$

$\overline{A} \wedge \overline{D} \vee \overline{B} \wedge \overline{C}$ ← nicht eindeutig!



Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 1:
  - 1.3) Viele korrekte Lösungswege.

    Lest die Aufgabenstellung genau! Ihr dürft nur NAND, NOR und NOT verwenden. Keine AND, OR

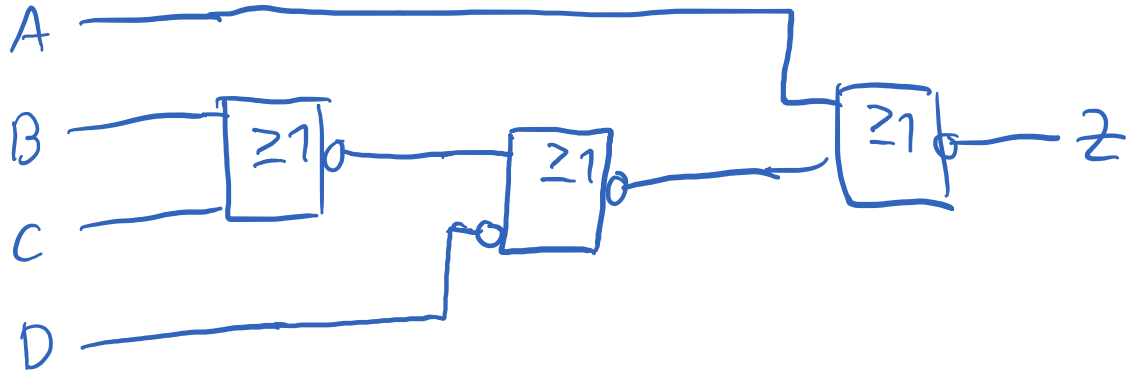
$\overline{A \vee (D \wedge (B \vee C))}$ ← $\overline{A \vee (\dots)}$ können wir schon mit NOR zeichnen. Wir brauchen also nur noch eine alternative Darstellung für:

$= \overline{A \vee (\overline{\overline{D} \vee (B \vee C)})}$

$D \wedge (B \vee C) = \overline{\overline{D \wedge (B \vee C)}} = \overline{\overline{D} \vee (B \vee C)}$

↑ doppelt invertiert.

↑ Diesen Ausdruck können wir mit NAND, NOT, NOR zeichnen.



Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 1:
  - 1.4) Wurde gut gelöst.

    Zeichnet Pull-up Pfad oben und Pull-down Pfad unten (übersichtlicher)!

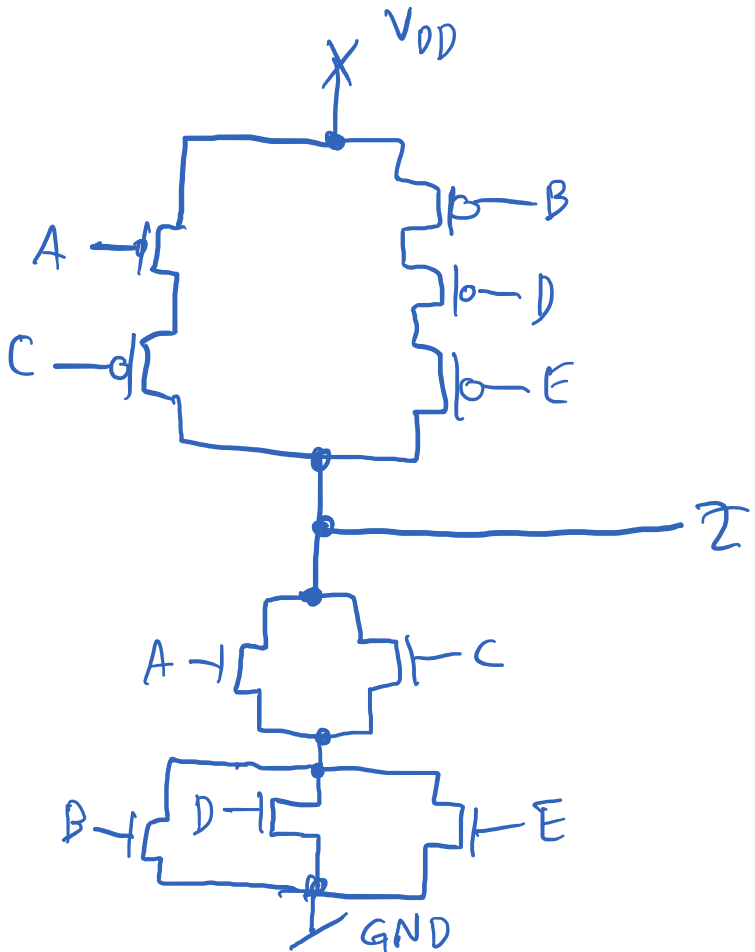
    Verbindet die Z Ausgänge der beiden Pfade miteinander!

    Vergesst VDD bzw. GND bei Pull-up bzw. Pull-down Pfad nicht!

Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 1:
  - 1.4)

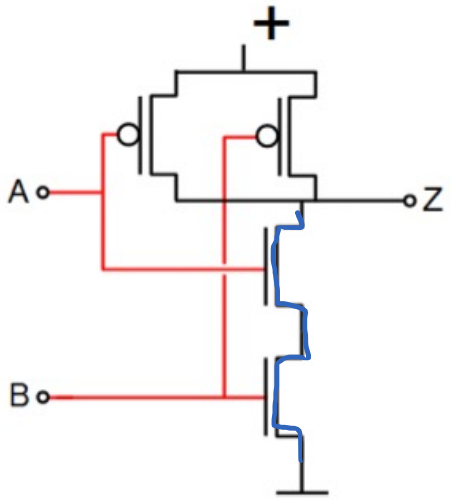
$$Z = \overline{(A \vee C) \wedge (B \vee D \vee E)} \Leftrightarrow Z = (\bar{A} \wedge \bar{C}) \vee (\bar{B} \wedge \bar{D} \wedge \bar{E})$$



Prüfungsbesprechung

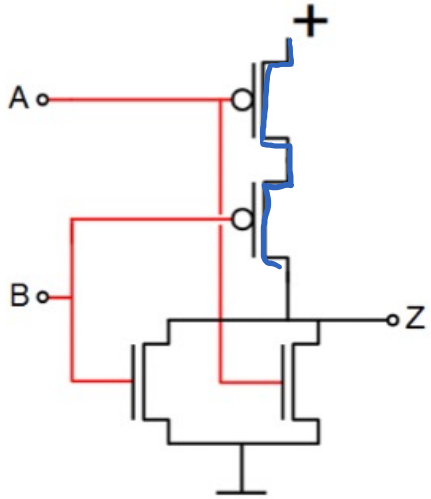
- Aufgabe 2:
  - 2.1) Kommt an jeder Prüfung und braucht viel Übung.
    Sucht folgende 3 Bauelemente
    Als erstes NOT finden und einzeichnen.
    Anschliessend in Serie geschaltete Transistoren suchen.

NAND



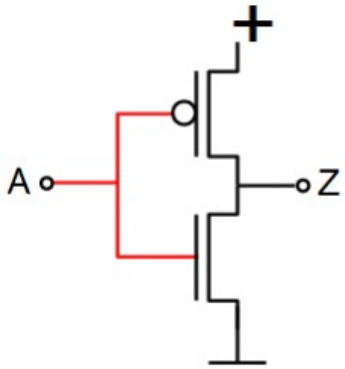
NAND: NMOS in Serie

NOR



NOR: PMOS in Serie

NOT



NOT

Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 2:
  - 2.1)

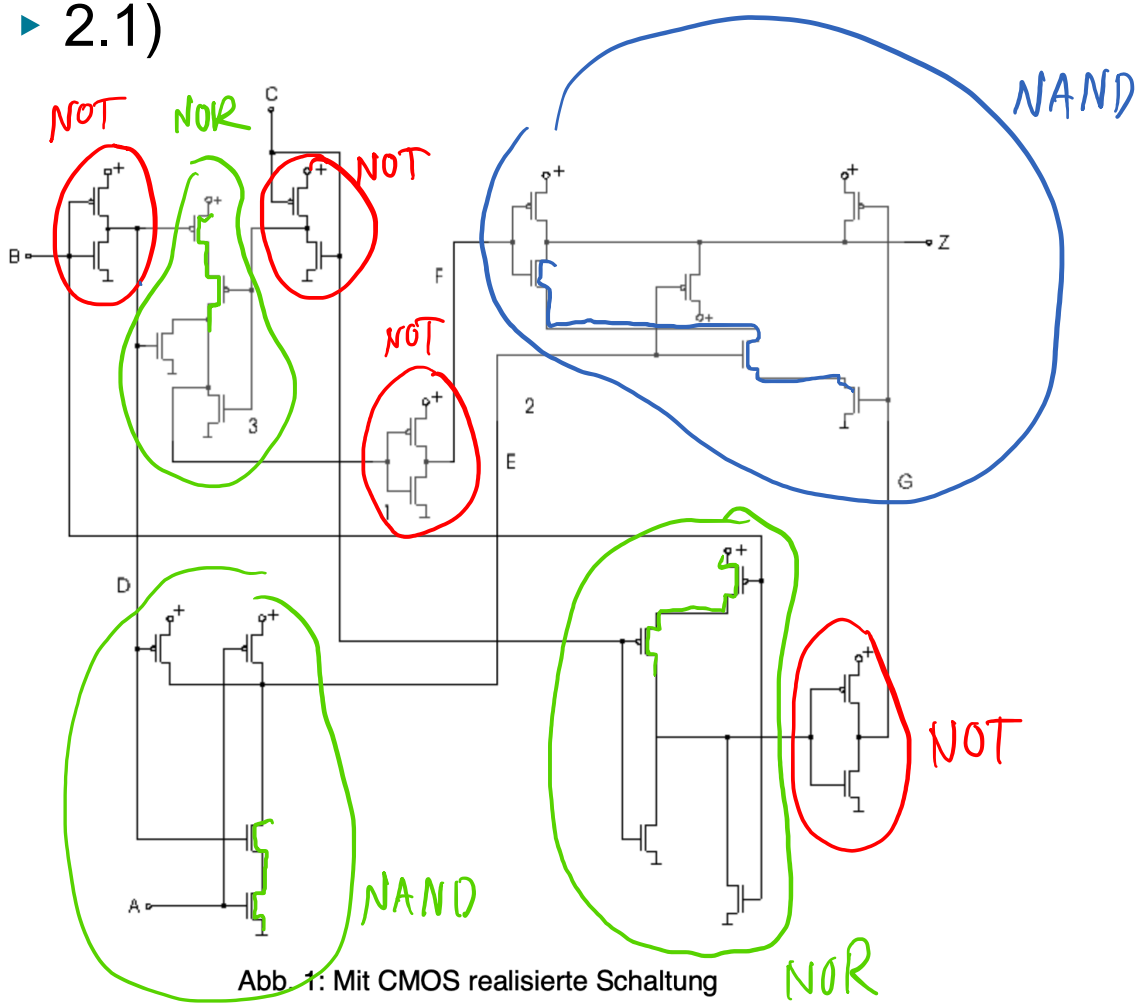
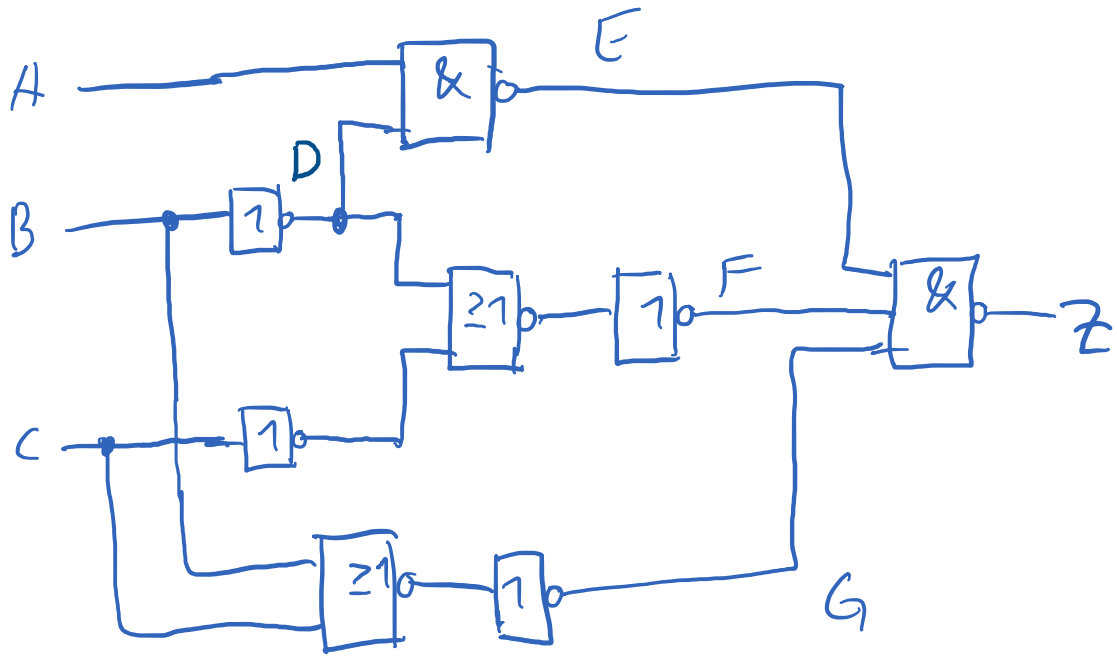


Abb. 1: Mit CMOS realisierte Schaltung



Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 2:
  - 2.2) Wenn 2.1) richtig gelöst wurde, war diese Aufgabe nicht mehr schwierig.
    Von 2.1) direkt ablesen und ggf. vereinfachen.

  - 2.3) Gleiche Situation wie in 2.2)

Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 3: Grundlagen, vgl. Kahoots
  - 3.1) Anzahl benötigter Bits, um eine bestimmte Anzahl an Zuständen zu kodieren:

    $\lceil \log_2(\#\text{Zustände}) \rceil$ = #benötigter Bits

    Anzahl — aufgerundet
  - 3.2) High: 0.7V

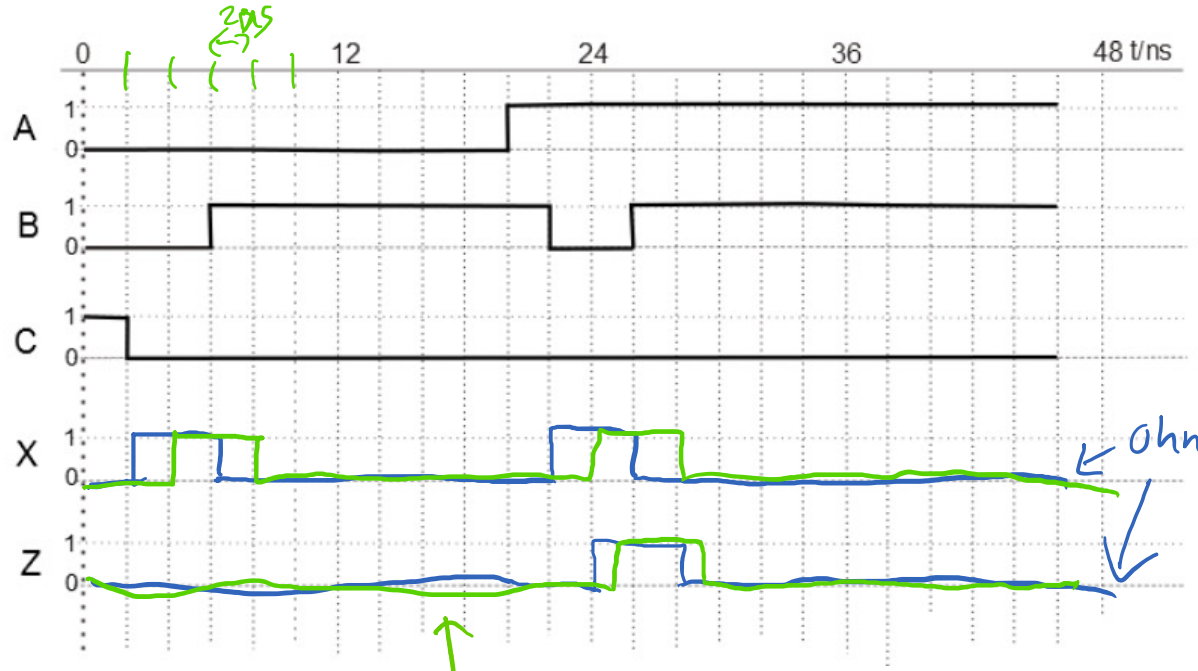
    Low: 0.15V

    Grund: Störungsanfälligkeit der Gatter minimieren
  - 3.3) Dimension einer WHT mit n Eingängen und m Ausgängen:

    $n+m$ Spalten, 2^n Zeilen
  - 3.4) m Eingänge: m PMOS und m NMOS. Immer dieselbe Anzahl in Pull-up und Pull-down Pfad!
  - 3.5) U = R I

Prüfungsbesprechung

- Aufgabe 4:
  - 4.1) Sehr gut gelöst.
    Bei solchen Aufgaben immer eine Wahrheitstabelle machen.
  - 4.2.b) Häufiger Fehler: 1 Kästchen entspricht 2ns und nicht 1ns!



$X = \overline{B \vee C}$, $\tau_{D,NOR} = 2ns$

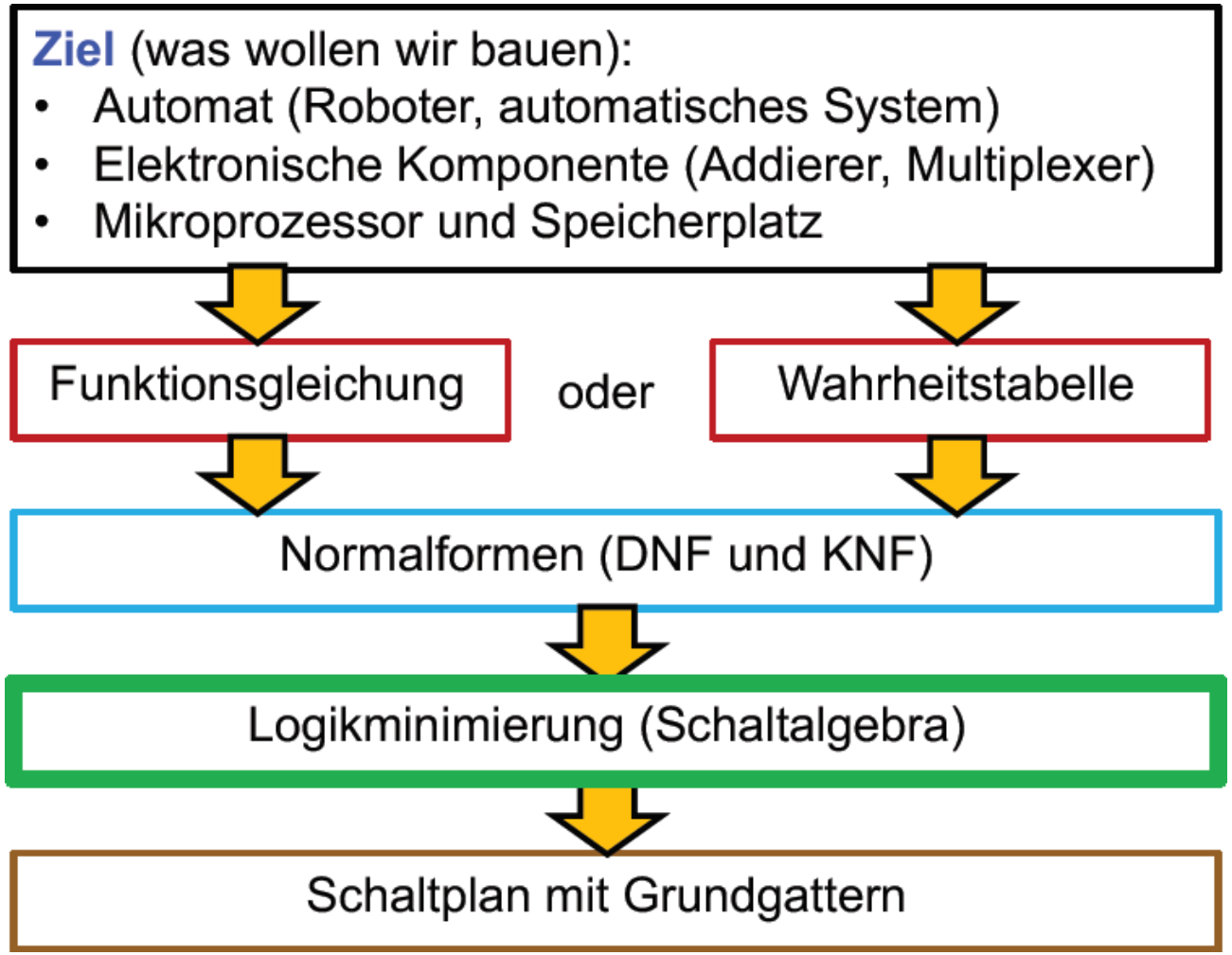
$Z = A \wedge (\overline{B \vee C}) = A \wedge X$

$\tau_{D,AND} = 1ns$

← ohne Verzögerung

Endresultat: Signal mit Verzögerung

Theorie – Schaltungssynthese



Theorie – Normalformen

- Minterm
  - UND-Verknüpfung eines Terms
  - Nur bei einer Eingangskombination 1

- Maxterm
  - ODER-Verknüpfung eines Terms
  - Nur bei einer Eingangskombination 0

Theorie – Normalform (aus Übungsstunde 3)

- Beispiel:
  - A und B sind die Eingänge einer Schaltung, Z ist der Ausgang

A	B	Z	Minterme	Maxterme
0	0	1	$\overline{A} \wedge \overline{B}$	
0	1	0		$A \vee \overline{B}$
1	0	0		$\overline{A} \vee B$
1	1	1	$A \wedge B$	

Theorie – Normalformen

- Disjunktive Normalform (DNF)
  - ODER-Verknüpfung von Mintermen = 1

- Konjunktive Normalform (KNF)
  - UND-Verknüpfung von Maxtermen = 0

Aufgabe – Normalform (aus Übungsstunde 3)

A	B	C	Y(A,B,C)	Minterm	Maxterm
0	0	0	0	–	$A \vee B \vee C$
0	0	1	1	$\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C$	–
0	1	0	0	–	$A \vee \bar{B} \vee C$
0	1	1	1	$\bar{A} \wedge B \wedge C$	–
1	0	0	1	$A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}$	–
1	0	1	1	$A \wedge \bar{B} \wedge C$	–
1	1	0	0	–	$\bar{A} \vee \bar{B} \vee C$
1	1	1	1	$A \wedge B \wedge C$	–

DNF: $(\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C) \vee (A \wedge B \wedge C)$

KNF: $(A \vee B \vee C) \wedge (A \vee \bar{B} \vee C) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B} \vee C)$

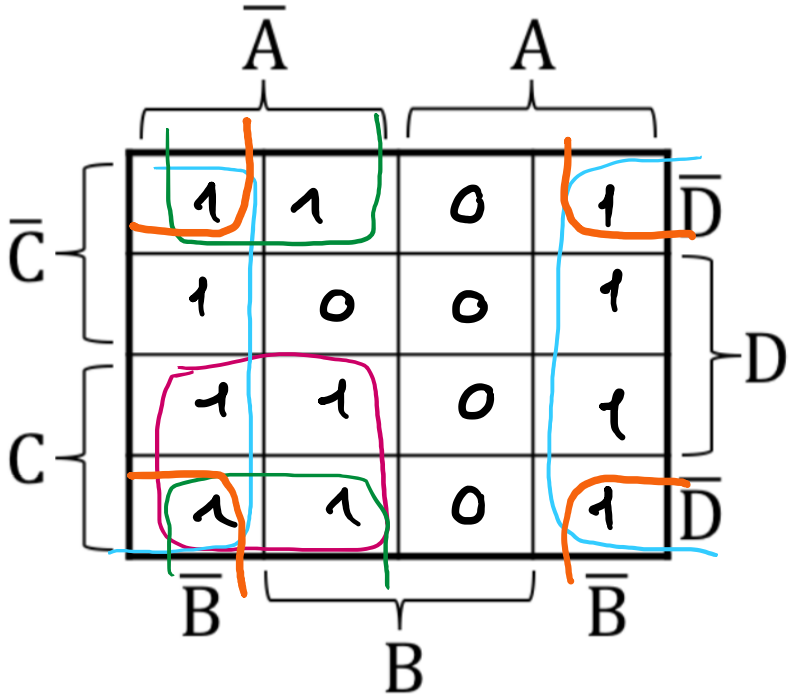
Theorie - Karnaugh Diagramme

- Warum? –> so können wir sehr komplexe Gleichungen vereinfachen.

- Wir füllen die Wahrheitstabelle in unser Karnaugh Diagramm ein bzw. wir füllen das KV-Diagramm mit einer komplexen Gleichung aus

- Wir finden alle grösstmöglichen Päckchen ein Feld kann auch in mehreren Päckchen vorkommen

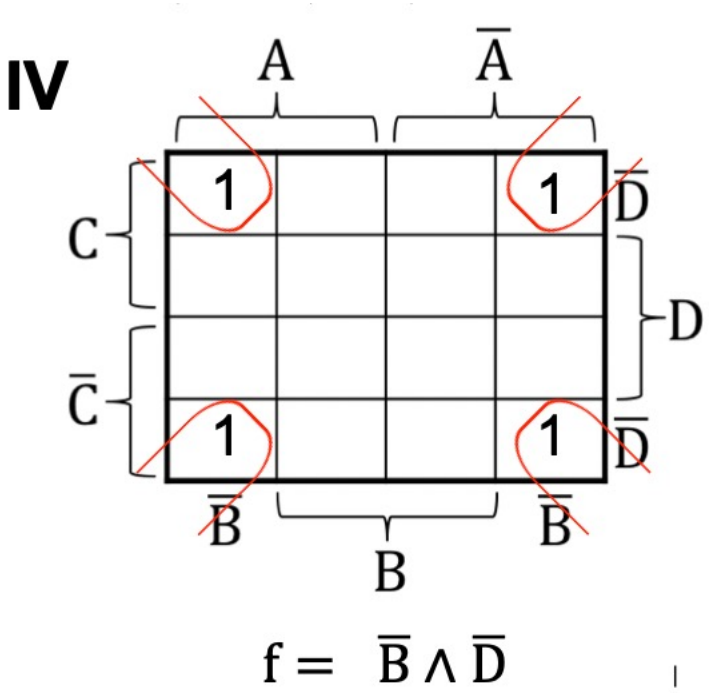
Beispiel:



Theorie - Karnaugh Diagramme

- Vergesst die Päckchen über die Ränder und über die Ecken nicht.

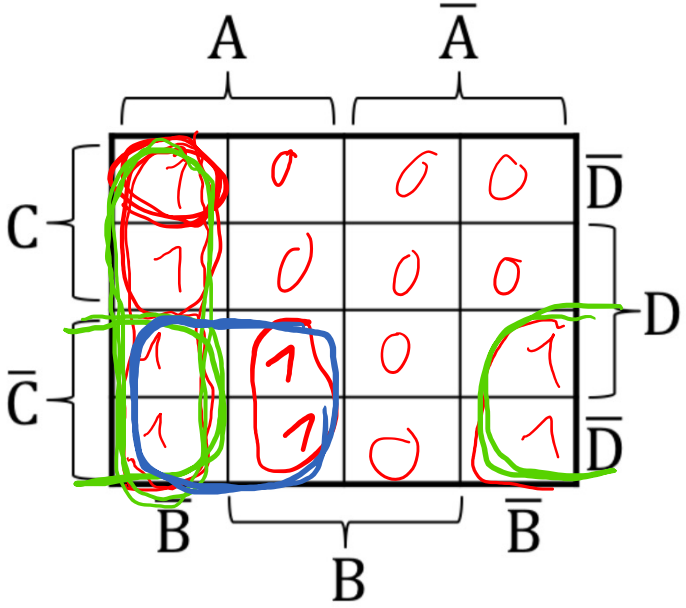
- Werden sehr gerne an Prüfungen verwendet.



Aufgabe - Beispiel aus der Vorlesung

1) Tragen Sie in ein Karnaugh Diagramm die folgende Funktion ein

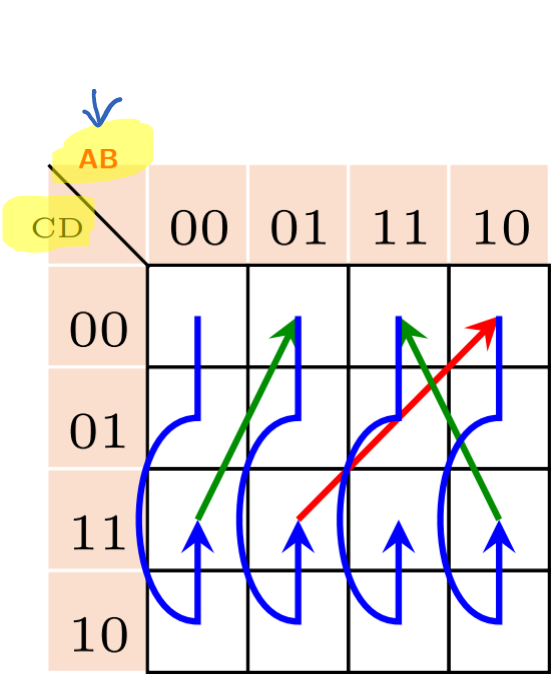
$$f = (\overline{B} \wedge \overline{C}) \vee (A \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge B \wedge \overline{C}) \vee (A \wedge \overline{B} \wedge C \wedge \overline{D}) \vee (\overline{A} \wedge \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D})$$

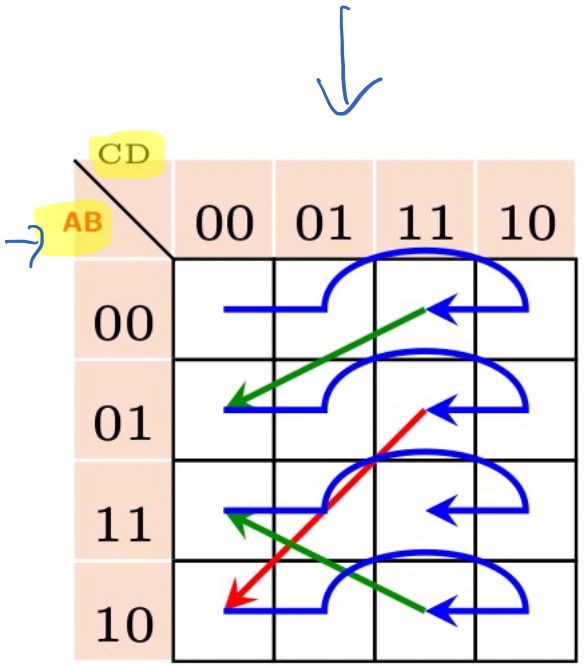


DNF: $f = (A \wedge \overline{B}) \vee (\overline{C} \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge C)$

Theorie – Karnaugh-Diagramme & Wahrheitstabellen

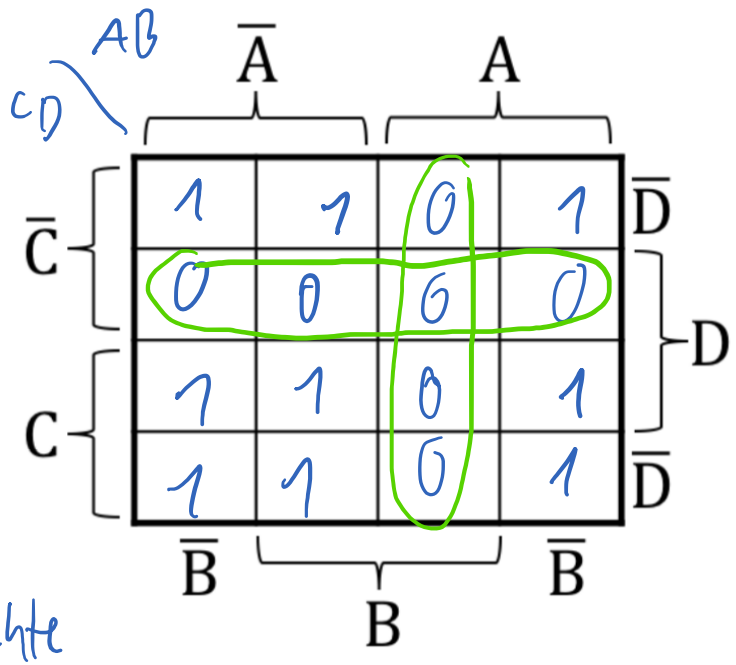
3	2	1	M	E2
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0





Aufgabe – Karnaugh-Diagramme
Prüfung Herbst 2018

- Zeichne das zugehörige KV-Diagramm:



A	B	C	D		Z
0	0	0	0		1
0	0	0	1		0
0	0	1	0		1
0	0	1	1		1
0	1	0	0		1
0	1	0	1		0
0	1	1	0		1
0	1	1	1		1
1	0	0	0		1
1	0	0	1		0
1	0	1	0		1
1	0	1	1		1
1	1	0	0		0
1	1	0	1		0
1	1	1	0		0
1	1	1	1		0

vereinfachte KNF: $\overline{(A \wedge B)} \wedge \overline{(\bar{C} \wedge D)} = (\bar{A} \vee \bar{B}) \wedge (C \vee \bar{D})$

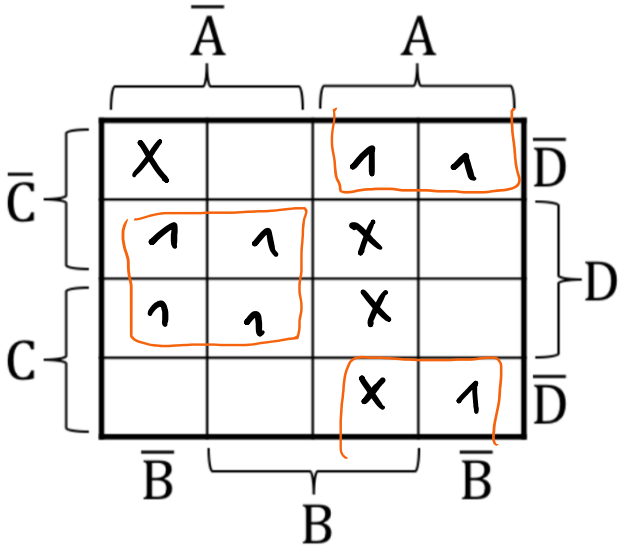
Theorie – Karnaugh-Diagramme „don‘t care“

- Unbenutzte Zustände: X (don’t care)

-> tragen wir auch in das KV-Diagramm ein (können Wert 0 oder 1 haben)

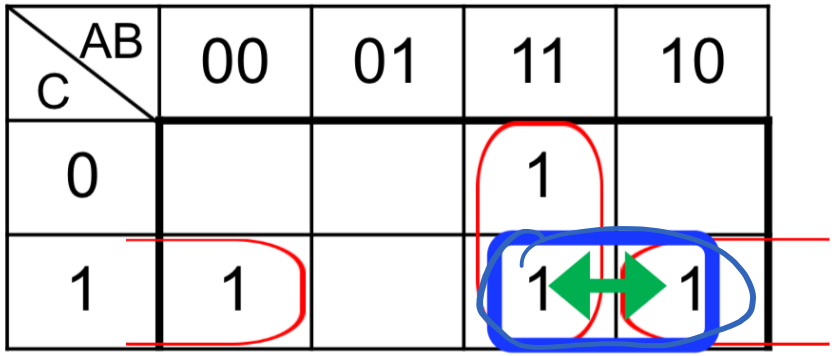
-> sehr nützlich! Da wir sie ins Päckchen nehmen können oder auch nicht (es hat keinen Einfluss)

Beispiel Vorlesung: 12 Monate (16 Zusatände) -> 4 „don‘t care“ (31 Tage)



-> wir können X brauchen müssen aber nicht

Theorie – Hazards



vorher:

$(A \wedge B) \vee (C \wedge \overline{B})$

nachher:

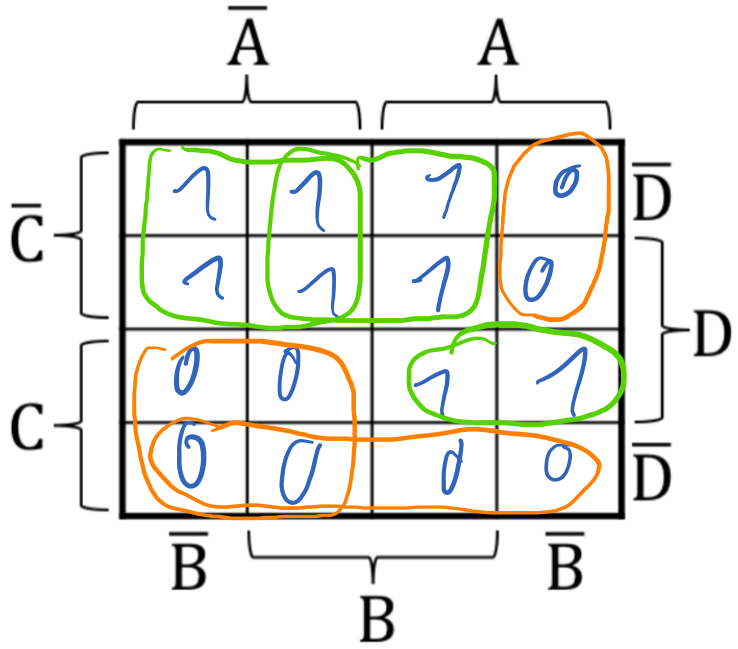
$(A \wedge B) \vee (C \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge C)$

- Treten dort auf, wo sich zwei Päckchen orthogonal berühren, auch über den Rand
- Grund: Zeitverzögerung (2 Eingangssignale liegen dann nicht gleichzeitig am Gatter an -> es gibt Verzögerungen und das führt zu Fehlern am Ausgang)
- Lösung: zusätzliches Päckchen um den Hazard -> zusätzlicher Term in der Gleichung

Aufgabe – Hazards Prüfung Herbst 2018

- Vereinfache mit einem Karnaugh Diagramm, finde die Hazards & schreibe die vereinfachte Gleichung auf (mit Hazardbehebung)

$$Z = \overline{(C \vee ((A \vee B) \wedge \overline{B})) \wedge \overline{A} \wedge B \wedge C \wedge D \wedge (\overline{A} \vee B \vee \overline{C} \vee \overline{D})}$$



$= \overline{C \vee ((A \vee B) \wedge \bar{B})} \vee (A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee \overline{(\bar{A} \vee B \vee \bar{C} \vee \bar{D})}$

Absorption

$= \overline{(C \vee (A \wedge \bar{B}))} \vee (A \wedge B \wedge C \wedge D) \vee (A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D)$

$= (\bar{C} \wedge (\bar{A} \vee B)) \vee$ ——//——

1. Bringen Sie die Gleichung Z mit Hilfe des Karnaugh-Diagramms in ihre einfachste Form. Geben Sie die minimale DNF (disjunktive Normalform) und KNF (konjunktive Normalform) als Gleichung an. (3 Punkte)

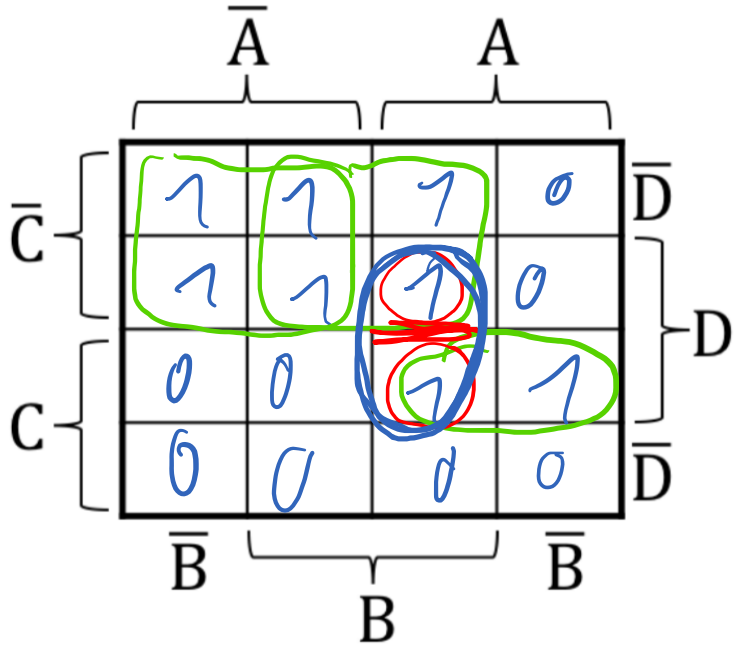
DNF: $(\bar{A} \wedge \bar{C}) \vee (B \wedge \bar{C}) \vee (A \wedge C \wedge D)$

KNF: $\overline{(\bar{A} \wedge C)} \wedge \overline{(C \wedge \bar{D})} \wedge \overline{(A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C})}$

$= (A \vee \bar{C}) \wedge (\bar{C} \vee D) \wedge (\bar{A} \vee B \vee C)$

Aufgabe – Hazards Prüfung Herbst 2018

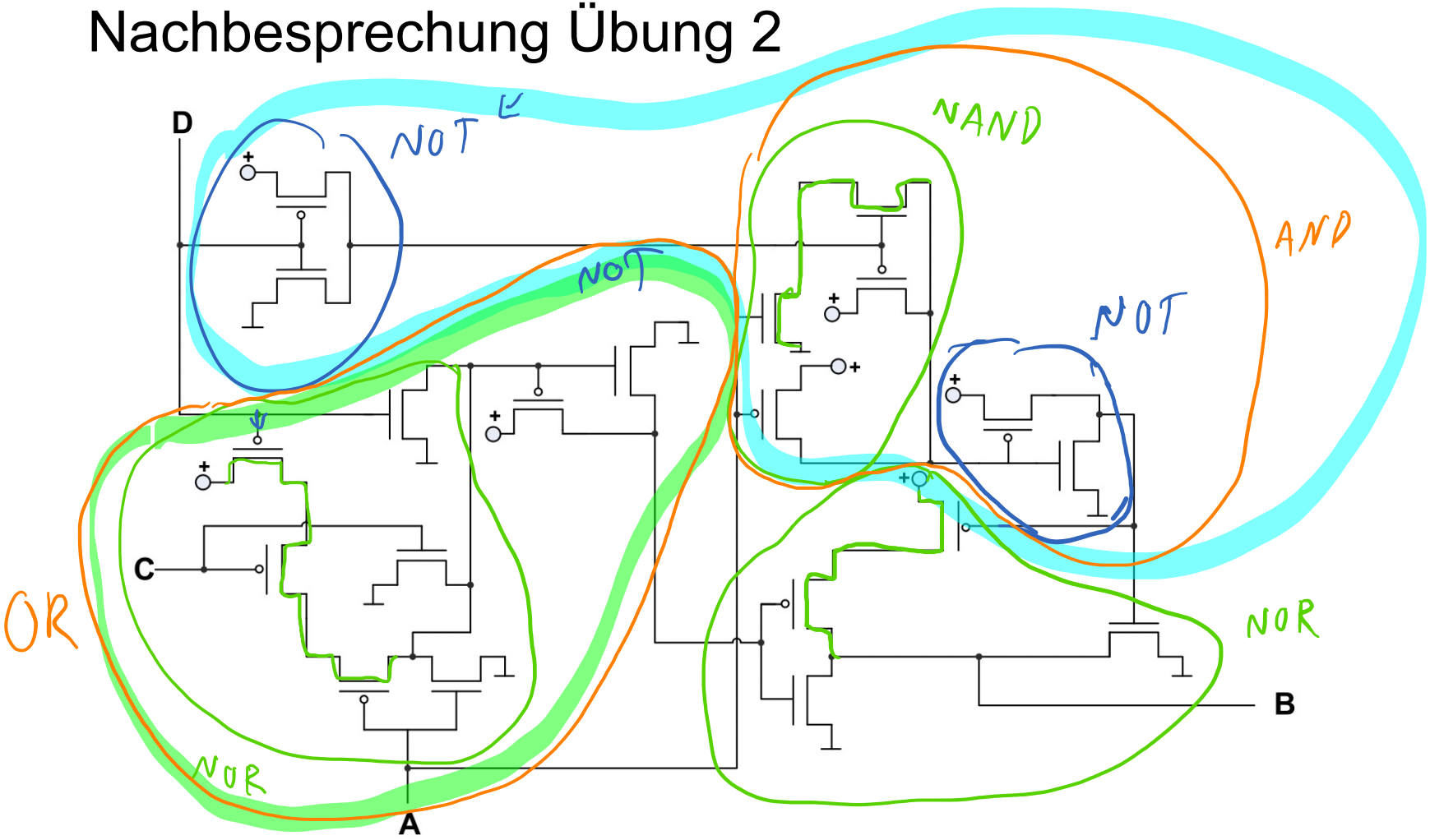
- Vereinfache mit einem Karnaugh Diagramm, finde die Hazards & schreibe die vereinfachte Gleichung auf (mit Hazardbehebung)



2. Können Hazards auftreten? Wenn ja, bei welchem (welchen) Übergang (Übergängen) $A_0B_0C_0D_0 \rightarrow A_1B_1C_1D_1$? (1 Punkt) Ja, bei 1101 ↔ 1111

3. Wie muss die minimale DNF Form der Gleichung für Z modifiziert werden, damit die eventuellen Hazards verschwinden? (2 Punkte) $(\overline{A} \wedge \overline{C}) \vee (B \wedge \overline{C}) \vee (A \wedge C \wedge D) \vee (A \wedge B \wedge D)$

Nachbesprechung Übung 2



c) Geben Sie die Funktionsgleichung für die Schaltung an und vereinfachen Sie diese.

$$(\overline{D} \wedge A) \vee (A \vee C \vee D) = B$$