Digitaltechnik
Übung 8

Matteo Dietz
mdietz@student.ethz.ch

Polybox

- https://polybox.ethz.ch/index.php/s/VehRU12QqdJv98i

Ablauf

- Test Rückgabe + kurze Besprechung
- Serie 6 besprechen
- Automaten
- Prüfungsaufgaben

Test 2

- Karnaughdiagramme alles aufschreiben! (auch 0 und X)
- Päckchen bei Karnaughdiagrammen einzeichnen!
- Formeln aufschreiben!

→Alles aufschreiben, sonst Punkteabzug

→Allgemein Karnaughdiagramme repetieren!

Test 2

Aufgabe A — Hazards (15 Punkte)

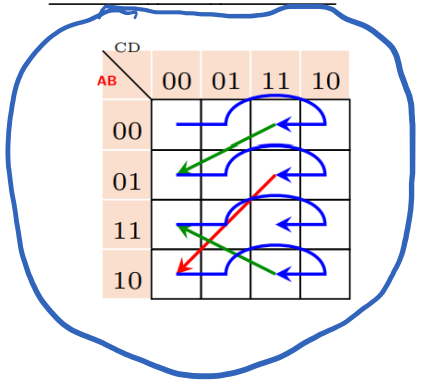
Gegeben ist die Wahrheitstabelle einer Schaltung mit den Eingängen A, B, C, D und dem Ausgang Z:

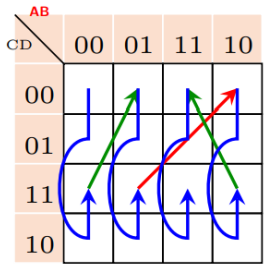
A	B	C	D	Z
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1

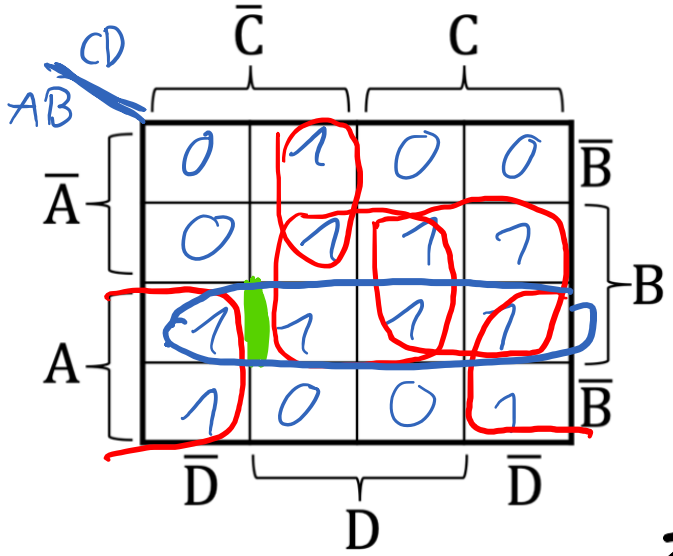
A	B	C	D	Z
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

A.1) Ermitteln Sie die disjunktive Minimalform. Verwenden Sie dafür das Karnaugh-Diagramm auf dem Lösungsblatt. (3 Punkte)

Schema zum Ausfüllen







$Z = (B \wedge D) \vee (\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge \bar{D})$

Test 2

A.2) Können Hazards auftreten? Falls ja, bei welchen Übergängen? (2 Punkte)

Ja bei, $AB\bar{C}\bar{D} \leftrightarrow AB\bar{C}D$

A.3) Wie können eventuell auftretende Hazards beseitigt werden? Schreiben Sie die neue Gleichung für den Ausgang Z auf. (2 Punkte)

Hazards können beseitigt werden, indem ein neues Päckchen hinzufügen $(A \wedge B)$

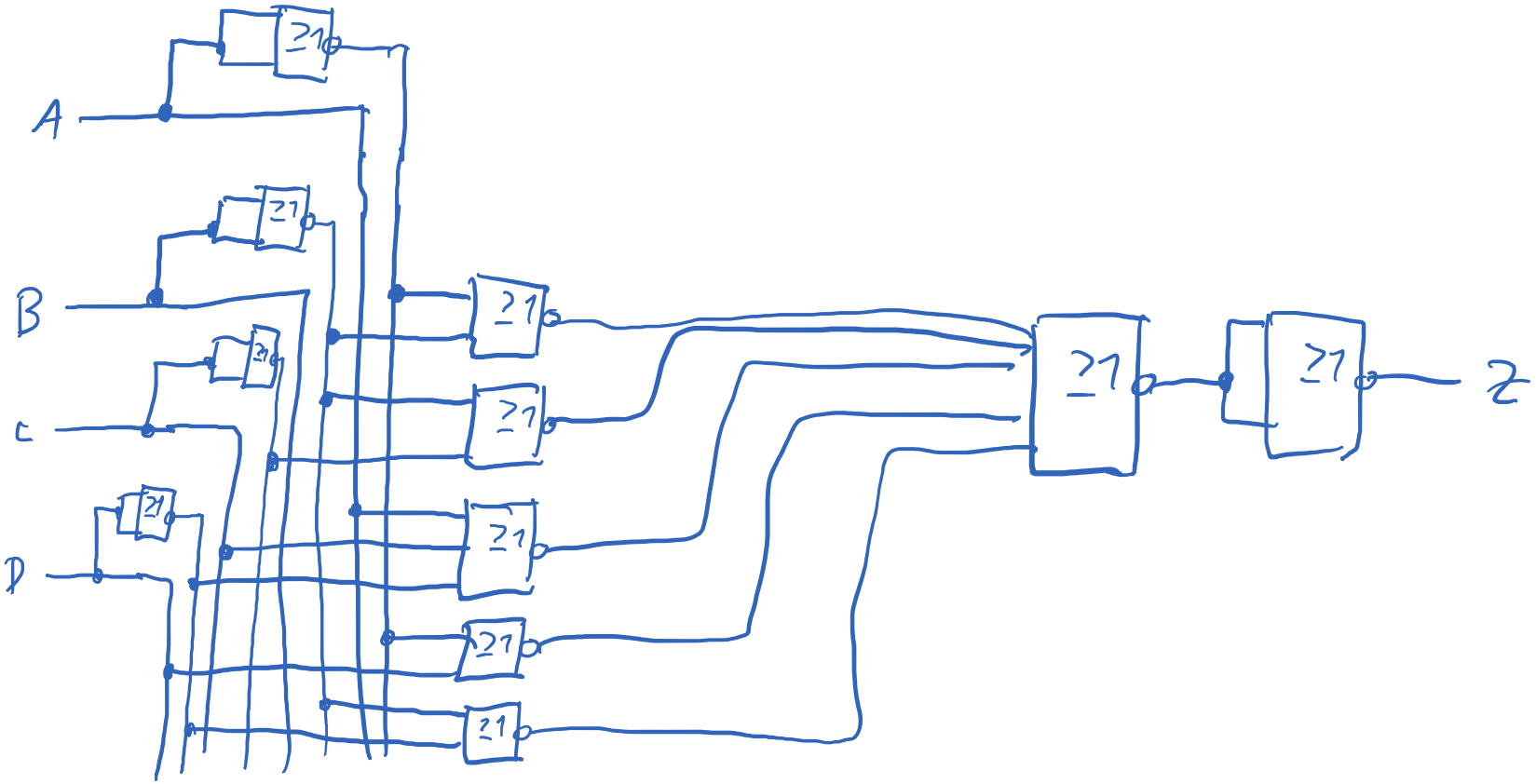
$Z = (A \wedge B) \vee (\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge D) \vee (B \wedge C) \vee (A \wedge \bar{D}) \vee (B \wedge D)$

Test 2

A.4) Bestimmen Sie und zeichnen Sie die resultierende Funktionsgleichung

- nur mit NOR-Gattern. (4 Punkte)

$$Z = \overline{\overline{\overline{A} \vee \overline{B}} \vee \overline{A \vee C \vee \overline{D}} \vee \overline{\overline{B} \vee \overline{C}} \vee \overline{\overline{A} \vee D} \vee \overline{\overline{B} \vee \overline{D}}}$$



Test 2

- Aufgabe B) Zahlen 1-10 codieren und in eine Wahrheitstabelle eintragen:

Dezimal	Binär	Dezimal	Binär
0	0000	6	0110
1	0001	7	0111
2	0010	8	1000
3	0011	9	1001
4	0100	10	1010
5	0101		

Eingang ABCD	Ausgang Z	Eingang ABCD	Ausgang Z
0000	1	1000	0
0001	1	1001	0
0010	1	1010	0
0011	1	1011	X
0100	0	1100	X
0101	1	1101	X
0110	0	1110	X
0111	1	1111	X

Test 2

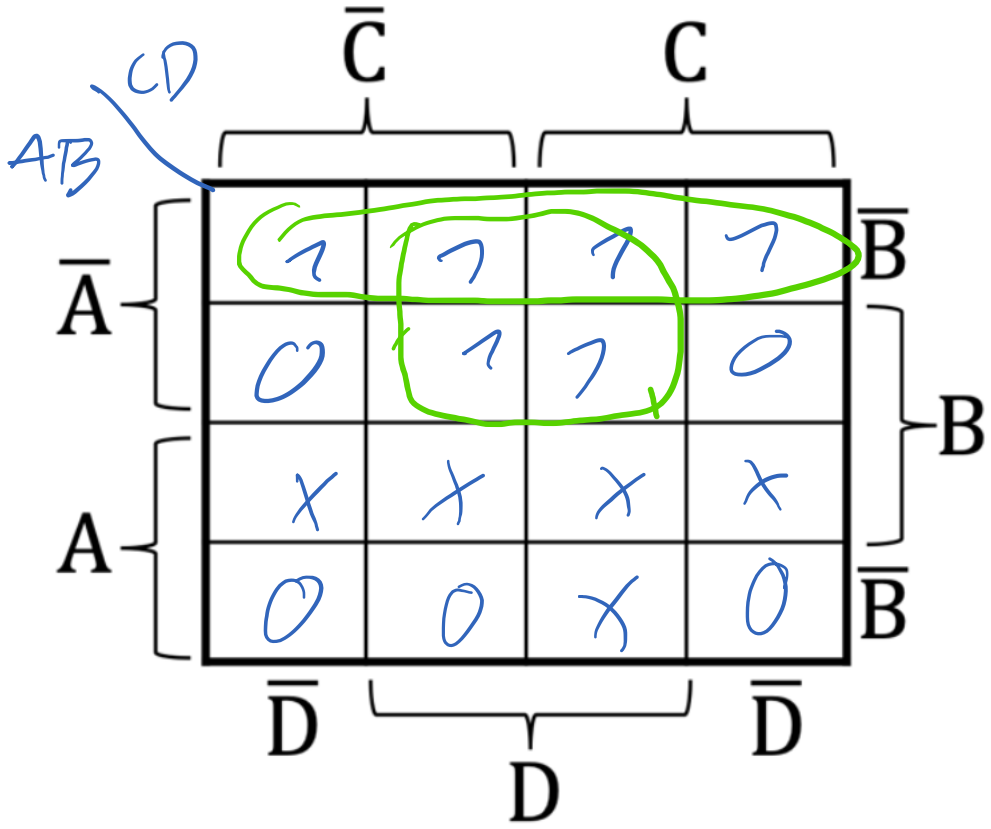
B.3) Geben Sie die kanonisch disjunktive (ODER) Normalform an. (3 Punkte)

$$Y = (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge D) \vee (\bar{A} \wedge B \wedge C \wedge D)$$

Eine Normalform ist als **kanonisch** gekennzeichnet, wenn sie nur Minterme oder Maxterme enthält, in denen alle Variablen vorhanden sind, jede Variable genau einmal vorkommt und alle Minterme oder Maxterme voneinander verschieden sind.

Test 2

Eingang ABCD	Ausgang Z	Eingang ABCD	Ausgang Z
0000	1	1000	0
0001	1	1001	0
0010	1	1010	0
0011	1	1011	X
0100	0	1100	X
0101	1	1101	X
0110	0	1110	X
0111	1	1111	X



$$Y = (\bar{A} \wedge D) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B})$$

Test 2

Augfabe C

$W_{n+1} = D_n$ wenn CLK: $0 \Longrightarrow 1$

C.1) D-FF: $W_{n+1} = D_n$ (1 Punkt)

J-K FF: $\boldsymbol{Z_{n+1} = (J \cdot \overline{Z_n}) + (\overline{K} \cdot Z_n)}$ (1 Punkt)

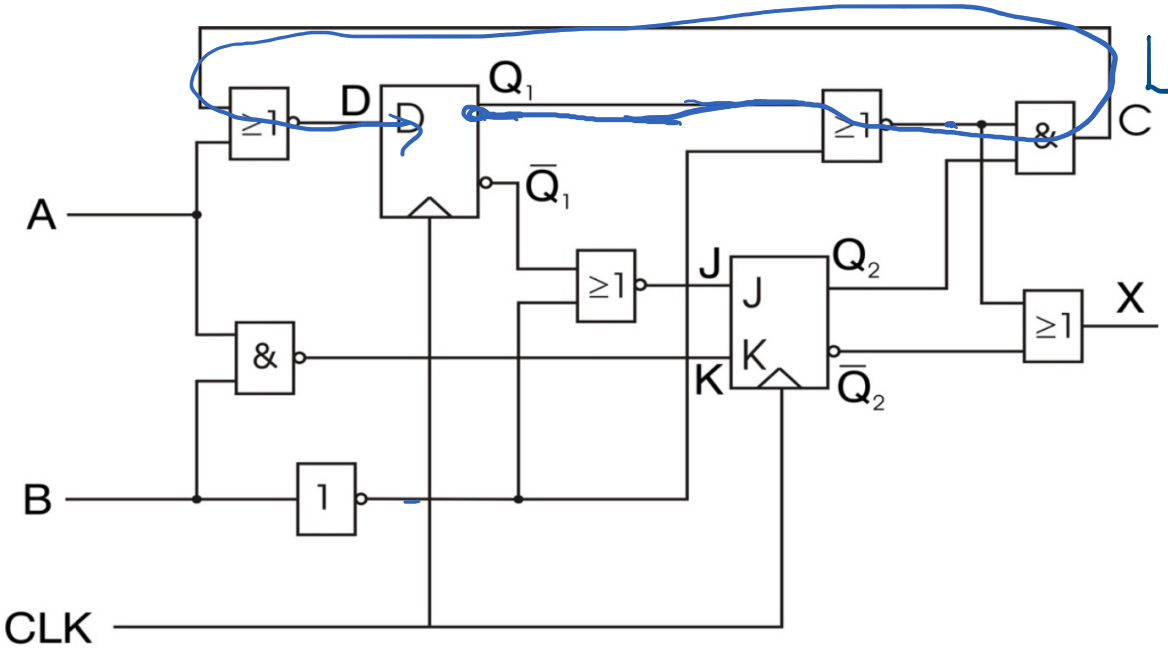
Subscript nicht vergessen!

Wahrheitstabellen

D	W_n	W_{n+1}
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	0

J	K	Z_n	Z_{n+1}
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

Test 2



C.2) Geben Sie Gleichungen für die Signale C, D, J, K und X in Abhängigkeit der Signale A, B, Q_1 und Q_2 an. Vereinfachen Sie die Gleichungen soweit wie möglich. (5 Punkte)

C = $Q_2 \wedge (\bar{B} \vee Q_1) = Q_2 \wedge B \wedge \bar{Q}_1$

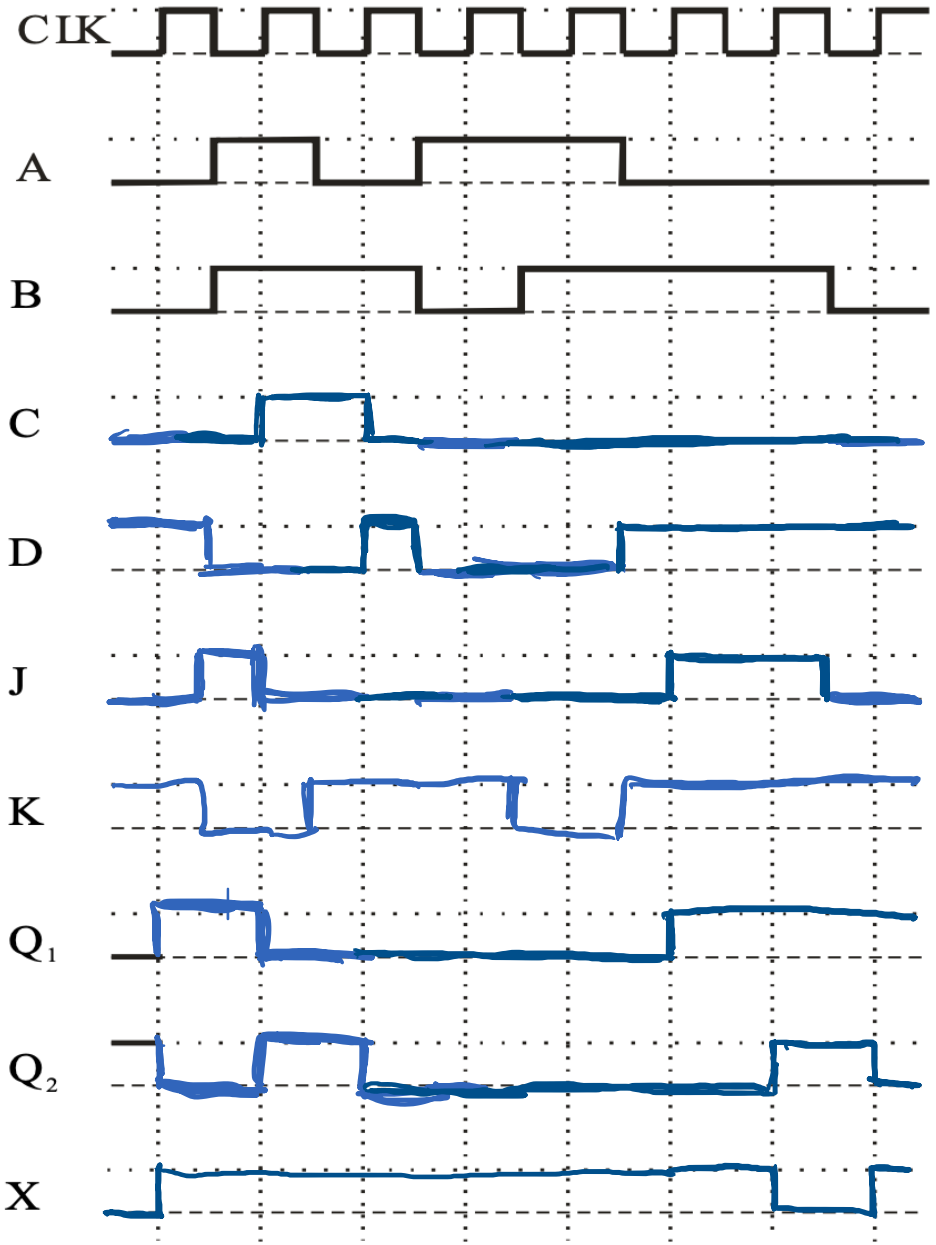
D = $\overline{A \vee C} = \bar{A} \wedge \bar{C} = \bar{A} \wedge (Q_1 \vee \bar{B} \vee \bar{Q}_2)$

J = $\overline{\bar{Q}_1 \vee \bar{B}} = Q_1 \wedge B$

K = $\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$

X = $\overline{Q_1 \vee \bar{B}} \vee \bar{Q}_2 = (\bar{Q}_1 \wedge B) \vee \bar{Q}_2$

Test 2



Test 2

C.5) Nehmen Sie nun folgende Verzögerungs- (PD), Setup- (S) und Hold-(H) Zeiten an:
Flipflop (alle): t_{PDFF}=4ns, t_H=3ns, t_S=1ns
Tore: t_{PDNOT}=1ns, t_{PDAND}=1ns, t_{PDOR}=1ns, t_{PDNAND}=2ns, t_{PDNOR}=3ns
Wie hoch ist die maximale Frequenz, mit der die Schaltung betrieben werden kann? (2 Punkte)

$$T_{min} = t_{pdff} + 2t_{pd,nor} + t_{pdand} + t_s = 12\,ns$$

$$f_{max} = \frac{1}{T_{min}} = \frac{1}{12}\,GHz$$

Serie 6 – Nachbesprechung

Aufgabe 5: **Latches**

Das Latch in Abbildung 1 ist aus zwei NAND-Gattern aufgebaut. Es soll überprüft werden, ob es die gleiche Funktionalität vorweist wie das bereits in der Vorlesung besprochene NOR-Latch.

Beide NAND-Gatter weisen eine Verzögerungszeit tpHL/LH von 5ns auf, Rise- und Fallzeiten sind zu vernachlässigen.

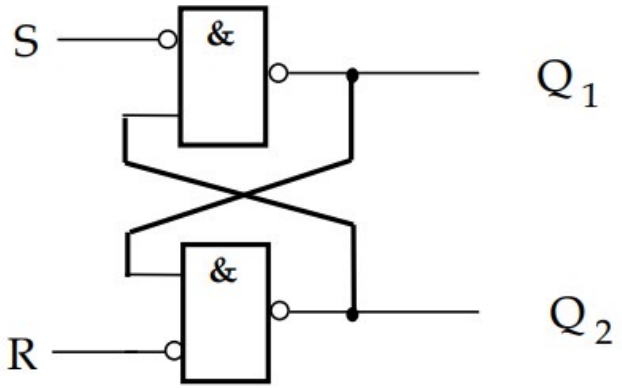
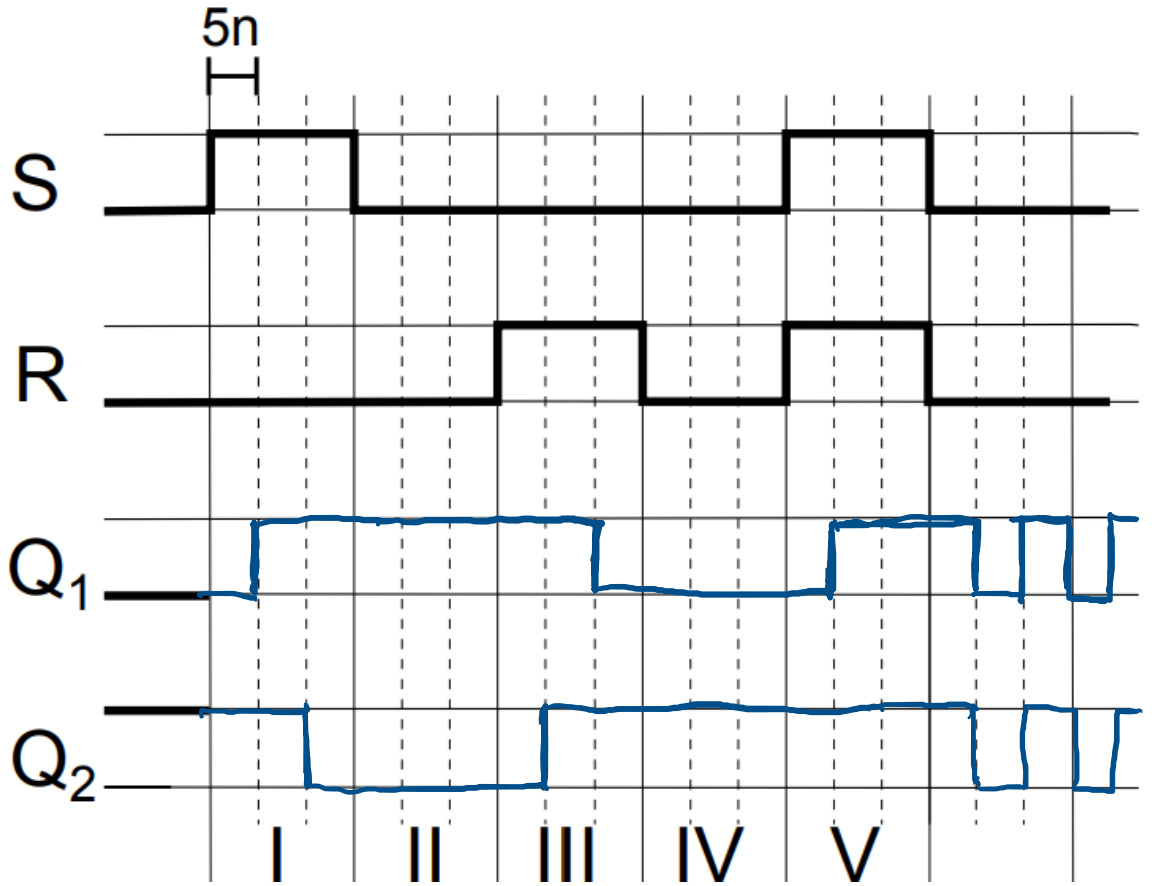


Abbildung 1: NAND-SR-Latch

Serie 6 – Nachbesprechung

a) Vervollständigen Sie das Zeitdiagramm für die Schaltung in Abbildung 1:



Theorie – Automaten

- Ein Automat beschreibt ein System, das
  - auf seinen Eingang reagiert
  - einen Ausgang produziert, der vom Eingang & vom momentanen Zustand abgängt

- Wir betrachten nur endliche und synchrone Automaten
  - endlich: FSM = Finite State Machine
  - synchron: Alle Speicherelemente (FF) besitzen denselben Takteingang

- Wir beschreiben mit:

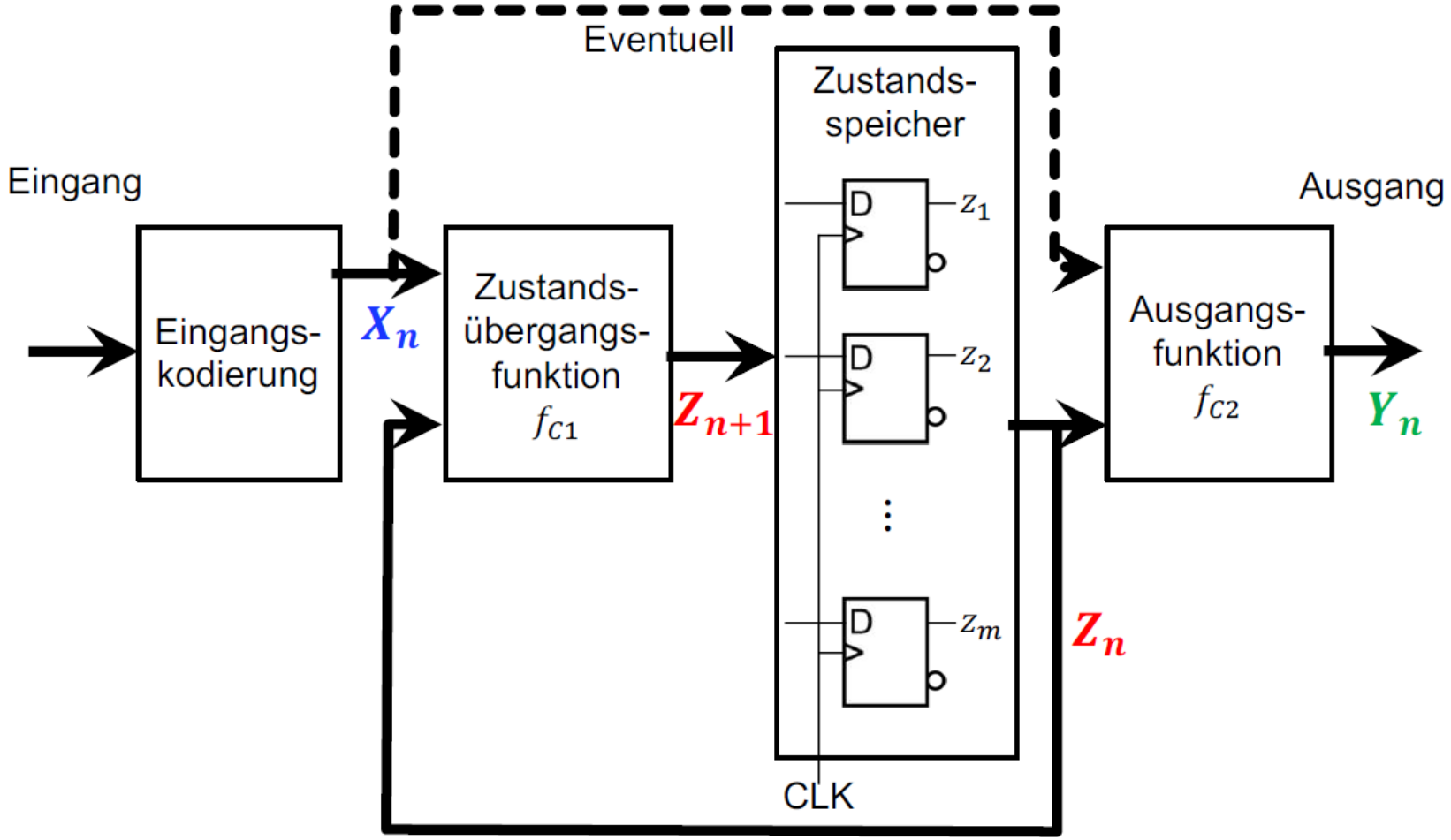
$X = (x_1, \ldots, x_e)$ das Eingabealphabet (e Eingänge), $x_i \in \{0,1\}$

$Y = (y_1, \ldots, y_b)$ das Ausgabealphabet (b Ausgänge), $y_i \in \{0,1\}$

$Z = (z_1, \ldots, z_m)$ das Zustandsalphabet (m innere Zustandsvariablen), $z_i \in \{0,1\}$

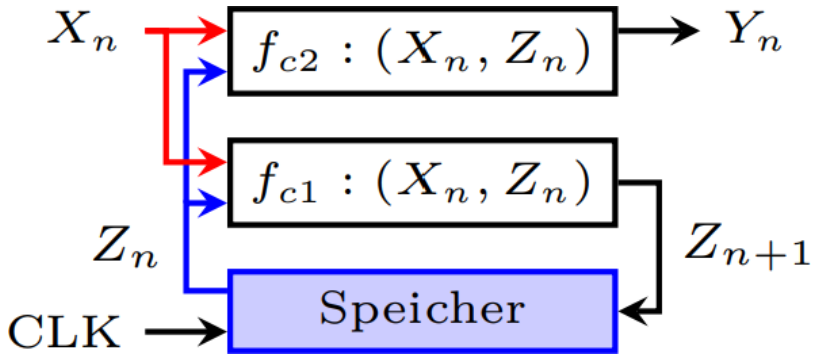
Insgesamt gibt es $n_m = 2^m$ Zustände

Theorie – Typische Organisation eines Automaten

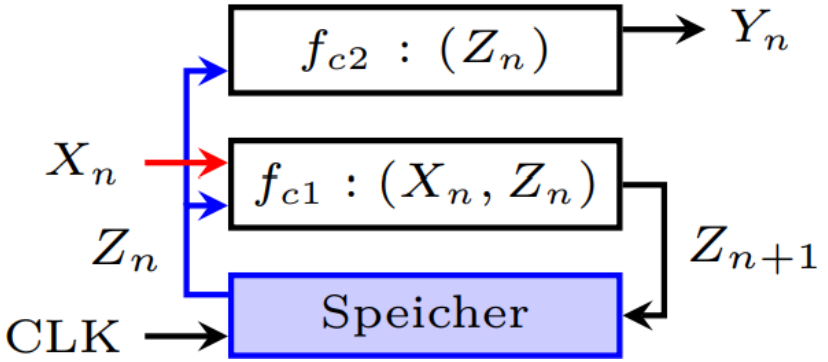


Theorie – Automaten-Typen

- Mealy: Ausgang abhängig von Eingang und innerem Zustand



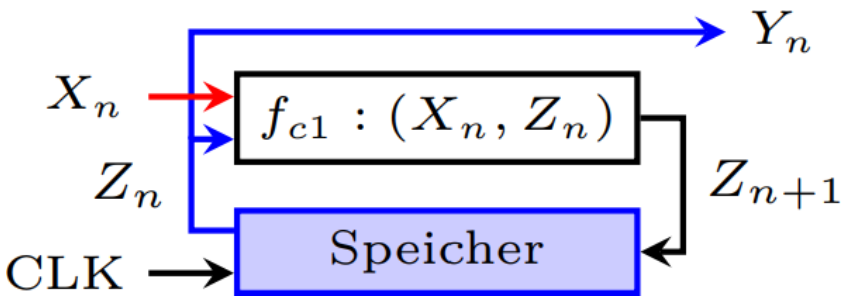
- Moore: Ausgang nur von innerem Zustand abhängig



Theorie – Automaten-Typen

- Medwedjew: Ausgang identisch mit innerem Zustand

  → vor allem für Zähler relevant



Theorie – Beschreibung der Funktion eines endlichen Automaten

Äquivalente Beschreibungsmöglichkeiten:

- Ausgangs- und Übertragungsfunktionen
- Zustandsfolgetabellen
- Zustandsdiagramme bzw. Zustandsgraphen
- Karnaugh-Diagramme (wenn Minimierung nötig)

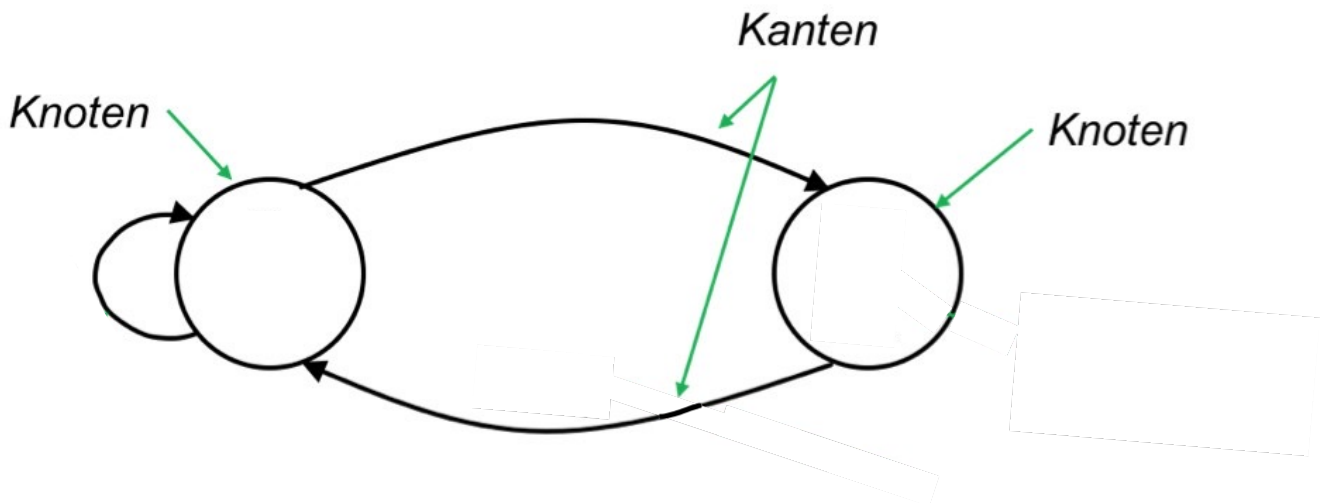
Theorie – Zustandsfolgetabelle

- Liste aller möglichen Kombinationen
- Maximal 2^{e+m} Zeilen
- e+2m+b Spalten

No	Eingang X_n	Momentaner Zustand Z_n	Folgezustand Z_{n+1}	Ausgang Y_n
1	Wagen detektiert	A (Ruhe)	B (Wagen rein)	Tor auf
⋮				
ν				
	e	m	m	b

Theorie – Zustandsdiagramm

- Graphisches Äquivalent zur Zustandsfolgetabelle
- Besteht aus Knoten und gerichteten Kanten
- Meist übersichtlicher und intuitiver

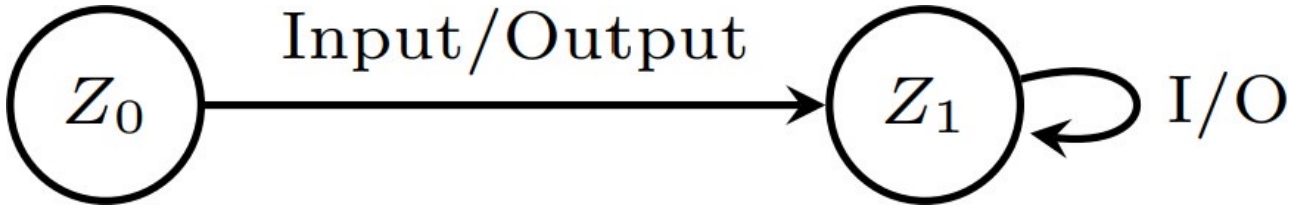


Theorie – Zustandsdiagramm

Mealy:

- Knoten = Interne Zustände
- Kanten = Übergänge zwischen Zuständen

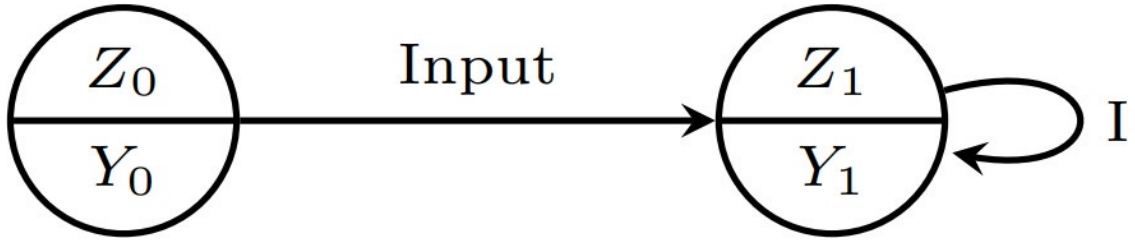
Eingangskombination, welche Zustandsänderung bewirkt & Ausgang auf Kante schreiben



Theorie – Zustandsdiagramm

- Moore:
- Knoten = Intern Zustände und Ausgänge (welche nur von Zuständen abhängen)
- Kanten = Übergänge zwischen Zuständen

Eingangskombination, welche Zustandsänderung bewirkt auf Kante schreiben



Prüfungsaufgabe (HS2020)

Teilaufgabe 2: Analyse des Zustandsdiagramms eines Automaten

Bemerkung: Die Aufgaben in diesem Teil sind unabhängig von den Aufgaben in Teilaufgabe 1.

Ein Automat ist durch das Zustandsdiagramm in Abbildung A2 gegeben. Dabei bezeichnet $\{e_1, e_0\}$ die Eingänge, $\{y\}$ den Ausgang und $\{z_1, z_0\}$ die Zustände.

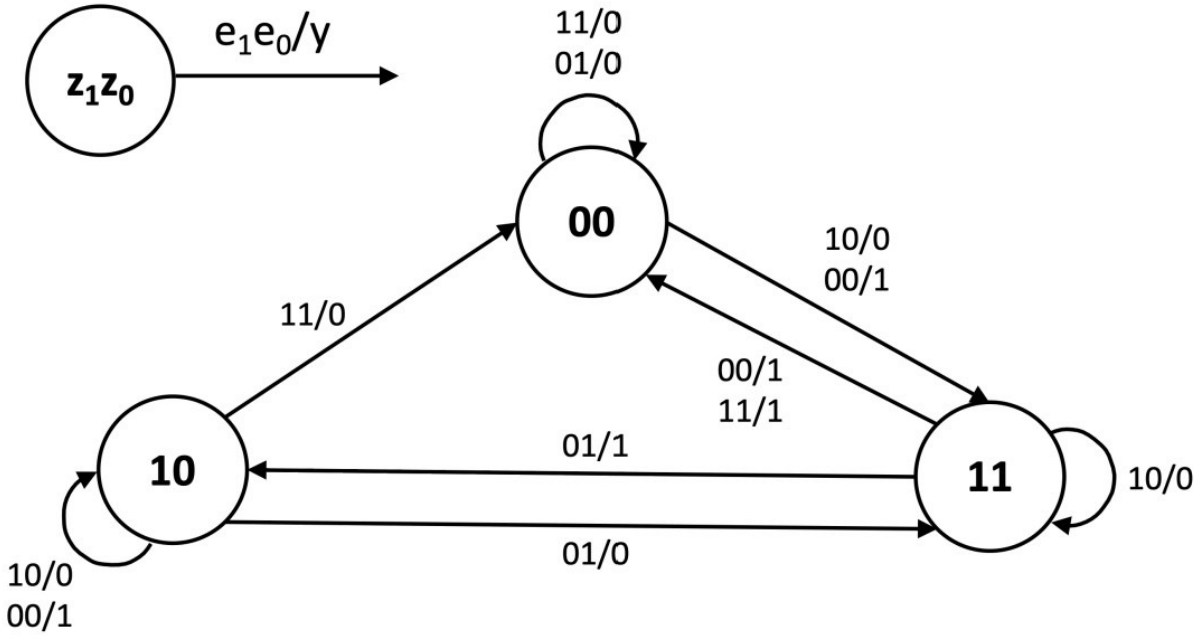


Abbildung A2: Zustandsdiagramm eines Automaten

Prüfungsaufgabe (HS2020)

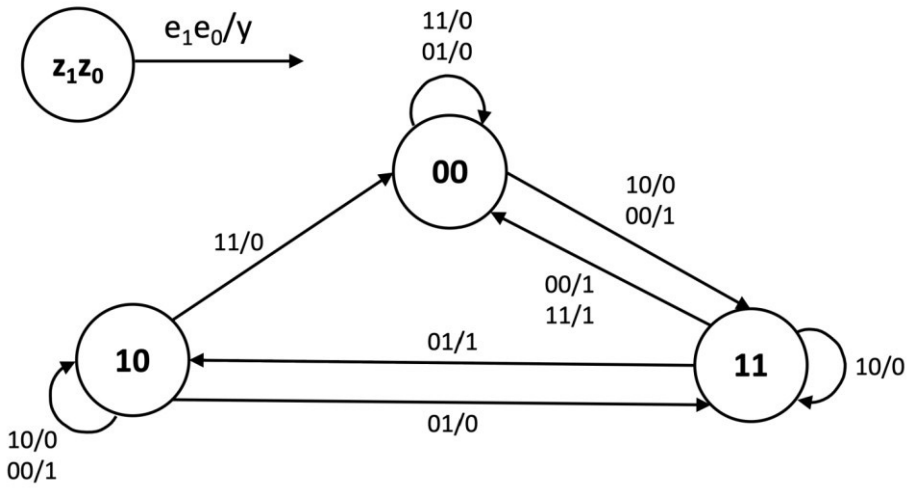
7. Um welchen Automatentyp handelt es sich? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Mealy, da die Ausgänge von den Zuständen und den Eingängen abhängen.

8. Ergänzen Sie auf dem Lösungsblatt die Folgezustandstabelle des Automaten. (2 Punkte)

Nächste Folie!

Prüfungsaufgabe (HS2020)



e_1	e_0	z_{1n}	z_{0n}	z_{1n+1}	z_{0n+1}	y_n
0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	X	X	X
0	0	1	0	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	X	X	X
0	1	1	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0
1	0	0	1	X	X	X
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	X	X	X
1	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	1

Prüfungsaufgabe (HS2020)

9. Erstellen Sie die Karnaugh-Diagramme für die Zustände $z_{1(n+1)}$ und $z_{0(n+1)}$ sowie für die Ausgangsvariable y_n auf dem Lösungsblatt. Bilden Sie alle Päckchen, die aus Mintermen bestehen und geben Sie daraus die minimale disjunktive Normalform (DNF) der Gleichungen für $z_{1(n+1)}$, $z_{0(n+1)}$ und y_n. (6 Punkte)

z_{1n+1}

z_1z_0 \ e_1e_0	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	X	X	X	X
11	0	1	0	1
10	1	1	0	1

z_{0n+1}

z_1z_0 \ e_1e_0	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	X	X	X	X
11	0	0	0	1
10	0	1	0	0

y_n

z_1z_0 \ e_1e_0	00	01	11	10
00	1	0	0	0
01	X	X	X	X
11	1	1	1	0
10	1	0	0	0

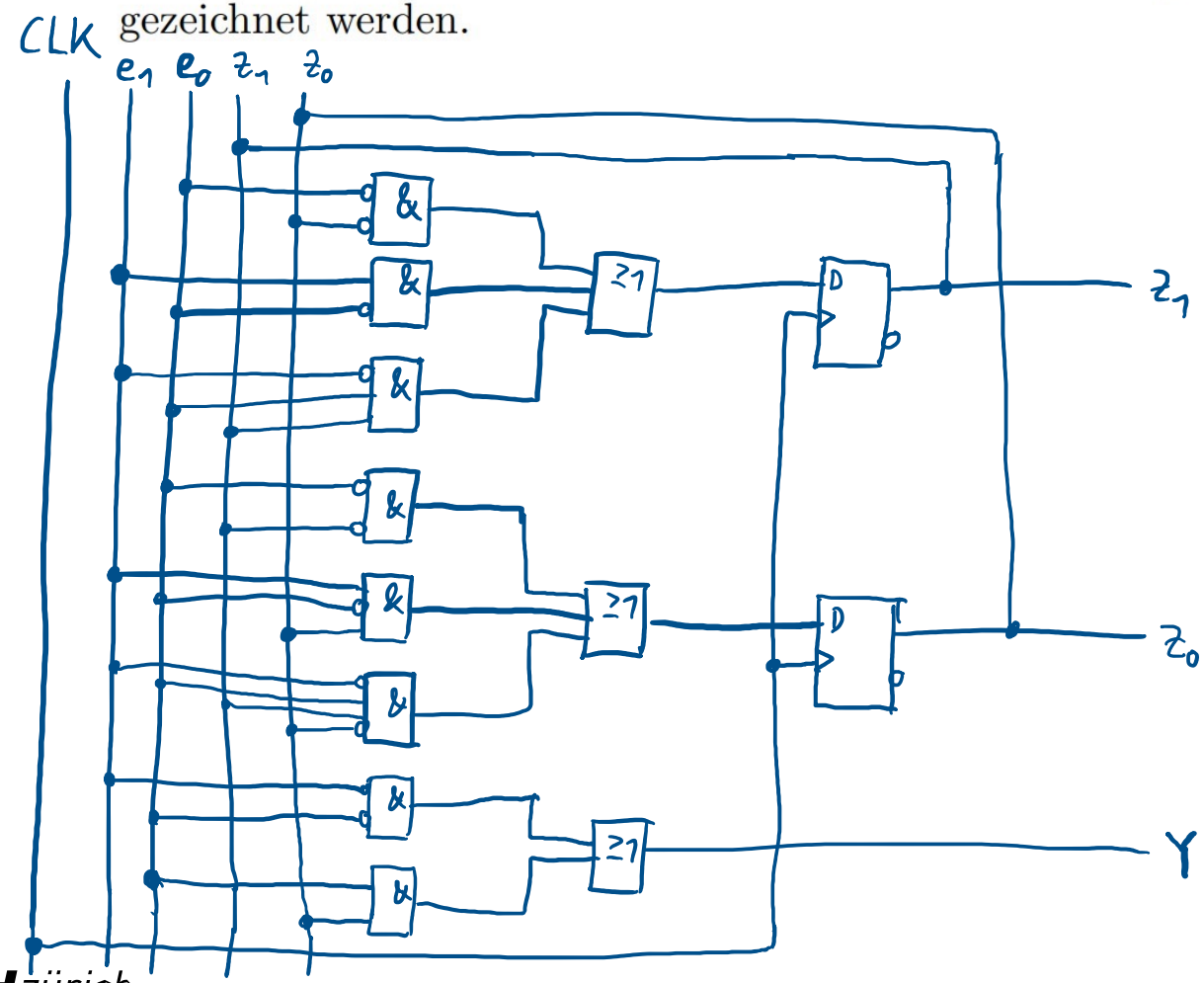
$$z_{1(n+1)} = \left((\bar{e}_0 \wedge \bar{z}_0) \vee (e_1 \wedge \bar{e}_0) \vee (\bar{e}_1 \wedge e_0 \wedge z_1)\right)_n$$

$$z_{0(n+1)} = \left((\bar{e}_0 \wedge \bar{z}_1) \vee (e_1 \wedge \bar{e}_0 \wedge z_0) \vee (\bar{e}_1 \wedge e_0 \wedge z_1 \wedge \bar{z}_0)\right)_n$$

$$y_n = \left((\bar{e}_1 \wedge \bar{e}_0) \vee (e_0 \wedge z_0)\right)_n$$

Prüfungsaufgabe (HS2020)

10. Zeichnen Sie den Schaltplan dieses Automaten auf dem Lösungsblatt. Ihnen stehen D-Flipflops sowie NOT, AND und OR Gatter mit einer beliebigen Anzahl an Eingängen zur Verfügung. Die NOT-Gatter können direkt am Eingang der AND und OR Gatter gezeichnet werden. (3 Punkte)



Theorie – Kochrezept

Vorgehensweise:

1. Zustandsmenge bestimmen, daraus folgt die Anzahl der Zustandsvariablen und der erforderlichen D-Flipflops (mit n-FF, 2^n Zustände speichern)
2. Definition der Ein- und Ausgangsvariablen, Kodierung
3. Darstellung der Zustandsfolge in einem Zustandsdiagramm
4. Aufstellung der Zustandsfolgetabelle
5. Bestimmung der minimierten Ausgangs- und Übergangs-funktionen mit der Hilfe von KV-Diagrammen
6. Prüfung auf unbenutzte Zustände
7. Konstruktion des Schaltplans anhand der Schaltfunktion

Prüfungsaufgabe (HS 2020)

Als erste Aufgabe bei Ihrem neuen Arbeitsgeber müssen Sie den Automaten im Kern einer Kaffeemaschine programmieren, die Espresso (gemahlene Bohnen + 1 dl Wasser), Kaffee (gemahlene Bohnen + 2 dl Wasser) und Cappuccino (gemahlene Bohnen + 2 dl Wasser + 1 dl Milch) vorbereitet, wie in Abbildung A1 gezeigt. Dieser Automat muss die verschiedenen Phasen der Vorbereitung dieser Getränke regeln können. Wenn ein Getränk ausgewählt wurde (Signal **ES** für Espresso, **KA** für Kaffee und **CAP** für Cappuccino) müssen zuerst die Kaffeebohnen gemahlen werden (Signal **BM**). Dann muss das Wasser erwärmt und hinzugefügt werden (Signal **WH**). Nur 1 dl Wasser kann gleichzeitig behandelt werden: um einen Kaffee oder ein Cappuccino vorzubereiten, müssen zwei Wasserdosen nacheinander bearbeitet werden. Im Fall von Cappuccinos muss auch die Milch erhitzt werden. Sie wird nach dem Wasser in einem weiteren Schritt hinzugefügt (Signal **MH**).

Es wird angenommen, dass diese Kaffeemaschine aus 3 Teilen besteht, die von einem einzigen Automaten gesteuert werden: ein erster um die Bohnen zu mahlen, ein anderer, der sich mit dem Wasser beschäftigt und ein letzter, der sich um die Milch kümmert. Wenn diese Kaffeemaschine im Ruhezustand ist, also, wenn es kein Eingangssignal (**KE**) gibt, muss sie nichts machen (Signal **MN**). Wenn ein Getränk bereit ist, muss es von der Maschine angezeigt werden (Signal **GB**), damit der Benutzer weiss, dass er seine Tasse wegnehmen kann. Um diesen Automaten zu entwerfen müssen noch die folgenden Bedingungen berücksichtigt werden:

- Bohnen müssen immer zuerst gemahlen werden, dann muss Wasser (eine oder zwei Dosen) und schlussendlich eventuell Milch hinzugefügt werden. Diese Sequenz bleibt unverändert;
- die Kaffeemaschine kann nur ein einziges Getränk (**ES**, **KA**, oder **CAP**) gleichzeitig vorbereiten. Wenn ein Getränk gewählt worden ist, kann kein anderes selektiert werden, bevor das erste fertig ist;
- wenn ein Getränk selektiert worden ist, dann bleibt das entsprechende Signal (**ES**, **KA**, **CAP**) solange gespeichert, bis die Kaffeemaschine in ihren Ruhezustand zurückkehrt;
- wenn ein Getränk bereit ist, muss die Kaffeemaschine darauf hinweisen (**GB**), bevor sie wieder im Ruhezustand ist.

1. Was sind die Eingänge und die Ausgänge dieses Automaten? Verwenden Sie die folgenden Variablen: BM, CAP, ES, GB, KA, KE, MH, MN und WH. (2 Punkte)

Eingänge: ES, KA, CAP, KE

Ausgänge: MN, BM, WH, MH, GB

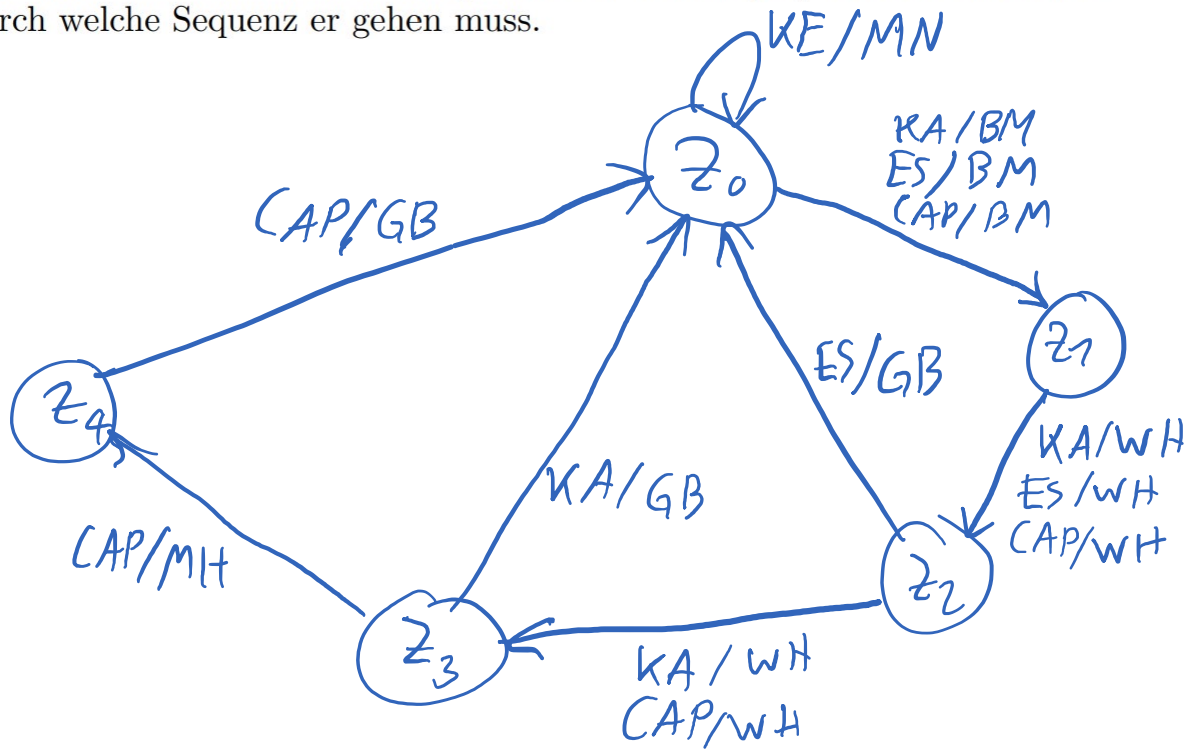
2. Wie viele Bits brauchen Sie, um die Eingangs- und Ausgangsvariablen zu kodieren? (1 Punkt)

Eingänge: 2 Bits, weil 4 Variablen

Ausgänge: 3 Bits, weil 5 Variablen

Prüfungsaufgabe (HS 2020)

3. Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm für diese Anlage als **Mealy**-Automat mit der minimalen Anzahl an Zuständen. Definieren Sie N Zustände Z_0 bis Z_{N-1} und beschreiben Sie deren Funktionalität ganz kurz. Als Eingangs- und Ausgangsvariablen benutzen Sie die Abkürzungen aus Aufgabe 1 (BM, CAP, ES, $\cdots$). (5 Punkte)
Hinweis: Nachdem ein Getränk ausgewählt wurde, bleibt das entsprechende Signal (ES, KA oder CAP) bis zum Ende der Vorbereitung dieses Getränks gespeichert. Damit weiss der Automat, durch welche Sequenz er gehen muss.



Z_0 : Ruhezustand
Z_1 : Bohnen werden gemahlen
Z_2 : erste 1dl Wasser erhitzt
Z_3 : zweiten 1dl Wasser erhitzt.
Z_4 : Milch wird erhitzt