

# Digitaltechnik Übung 8

Matteo Dietz

[mdietz@student.ethz.ch](mailto:mdietz@student.ethz.ch)



# Polybox

▶ <https://polybox.ethz.ch/index.php/s/VehRU12QqdJv98i>



# Ablauf

- ▶ Test Rückgabe + kurze Besprechung
- ▶ Serie 6 besprechen
- ▶ Automaten
- ▶ Prüfungsaufgaben

# Test 2

- ▶ Karnaughdiagramme alles aufschreiben! (auch 0 und X)
  - ▶ Päckchen bei Karnaughdiagrammen einzeichnen!
  - ▶ Formeln aufschreiben!
- Alles aufschreiben, sonst Punkteabzug
- Allgemein Karnaughdiagramme repetieren!

# Test 2

## Aufgabe A

Hazards (15 Punkte)

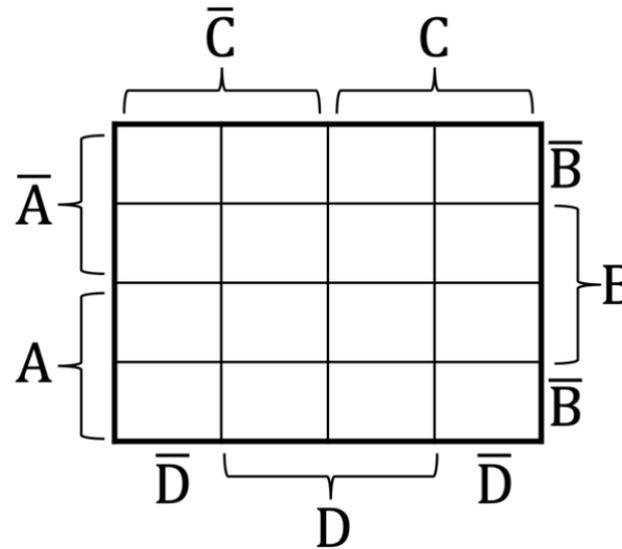
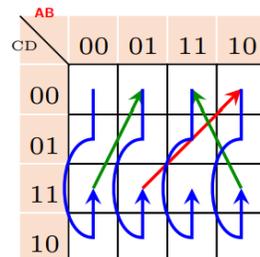
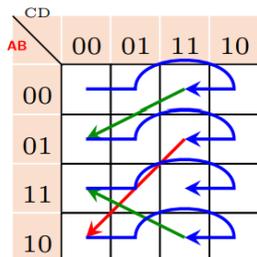
Gegeben ist die Wahrheitstabelle einer Schaltung mit den Eingängen A, B, C, D und dem Ausgang Z:

A	B	C	D	Z
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1

A	B	C	D	Z
1	0	0	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

A.1) Ermitteln Sie die disjunktive Minimalform. Verwenden Sie dafür das Karnaugh-Diagramm auf dem Lösungsblatt. (3 Punkte)

### Schema zum Ausfüllen



Z =

# Test 2

A.2) Können Hazards auftreten? Falls ja, bei welchen Übergängen? (2 Punkte)

A.3) Wie können eventuell auftretende Hazards beseitigt werden? Schreiben Sie die neue Gleichung für den Ausgang Z auf. (2 Punkte)

Z =

# Test 2

- A.4) Bestimmen Sie und zeichnen Sie die resultierende Funktionsgleichung
- nur mit NOR-Gattern. (4 Punkte)

Z =

# Test 2

- ▶ Aufgabe B) Zahlen 1-10 codieren und in eine Wahrheitstabelle eintragen:

Dezimal	Binär	Dezimal	Binär
0	0000	6	0110
1	0001	7	0111
2	0010	8	1000
3	0011	9	1001
4	0100	10	1010
5	0101		

Eingang ABCD	Ausgang Z	Eingang ABCD	Ausgang Z
0000	1	1000	0
0001	1	1001	0
0010	1	1010	0
0011	1	1011	X
0100	0	1100	X
0101	1	1101	X
0110	0	1110	X
0111	1	1111	X

## Test 2

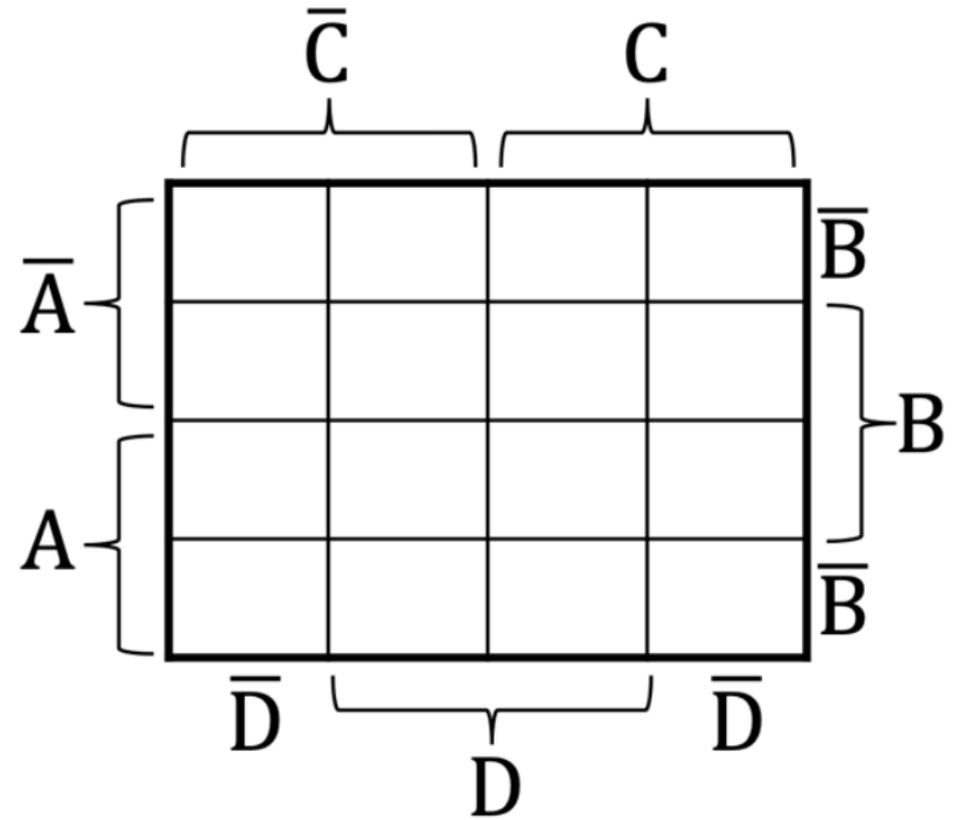
B.3) Geben Sie die kanonisch disjunktive (ODER) Normalform an. (3 Punkte)

Y =

Eine Normalform ist als **kanonisch** gekennzeichnet, wenn sie nur Minterme oder Maxterme enthält, in denen alle Variablen vorhanden sind, jede Variable genau einmal vorkommt und alle Minterme oder Maxterme voneinander verschieden sind.

# Test 2

Eingang ABCD	Ausgang Z	Eingang ABCD	Ausgang Z
0000	1	1000	0
0001	1	1001	0
0010	1	1010	0
0011	1	1011	X
0100	0	1100	X
0101	1	1101	X
0110	0	1110	X
0111	1	1111	X



$Y =$

# Test 2

## Aufgabe C

C.1) D-FF:  $W_{n+1} = D_n$  (1 Punkt)

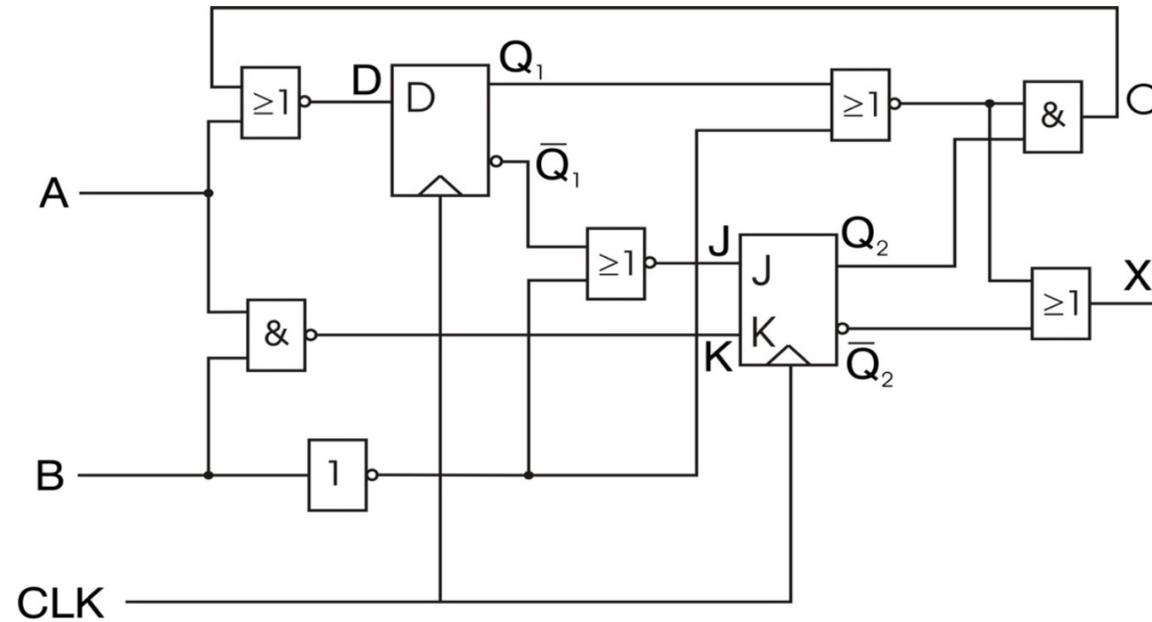
J-K FF:  $Z_{n+1} = (J \cdot \overline{Z_n}) + (\overline{K} \cdot Z_n)$  (1 Punkt)

### Wahrheitstabellen

D	$W_n$	$W_{n+1}$
1	1	1
1	0	1
0	1	0
0	0	0

J	K	$Z_n$	$Z_{n+1}$
1	1	1	0
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	0	0

# Test 2



C.2) Geben Sie Gleichungen für die Signale C, D, J, K und X in Abhängigkeit der Signale A, B, Q<sub>1</sub> und Q<sub>2</sub> an. Vereinfachen Sie die Gleichungen soweit wie möglich. (5 Punkte)

C =

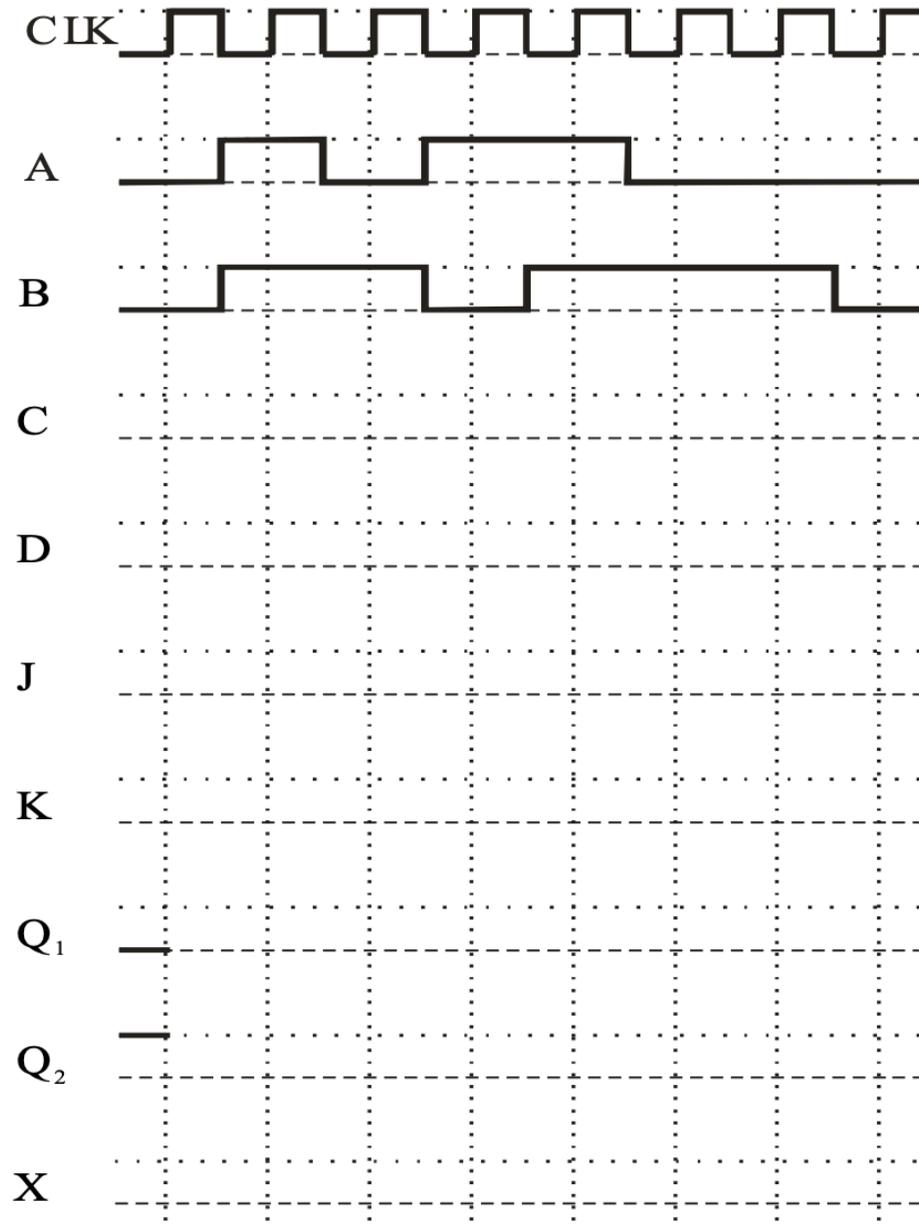
D =

J =

K =

X =

# Test 2



# Test 2

C.5) Nehmen Sie nun folgende Verzögerungs- (PD), Setup- (S) und Hold-(H) Zeiten an:

Flipflop (alle):  $t_{PDFF}=4\text{ns}$ ,  $t_H=3\text{ns}$ ,  $t_S=1\text{ns}$

Tore:  $t_{PDNOT}=1\text{ns}$ ,  $t_{PDAND}=1\text{ns}$ ,  $t_{PDOR}=1\text{ns}$ ,  $t_{PDNAND}=2\text{ns}$ ,  $t_{PDNOR}=3\text{ns}$

Wie hoch ist die maximale Frequenz, mit der die Schaltung betrieben werden kann? (2 Punkte)

# Serie 6 – Nachbesprechung

## Aufgabe 5:

### Latches

Das Latch in Abbildung 1 ist aus zwei NAND-Gattern aufgebaut. Es soll überprüft werden, ob es die gleiche Funktionalität vorweist wie das bereits in der Vorlesung besprochene NOR-Latch.

Beide NAND-Gatter weisen eine Verzögerungszeit  $t_{pHL/LH}$  von 5ns auf, Rise- und Fallzeiten sind zu vernachlässigen.

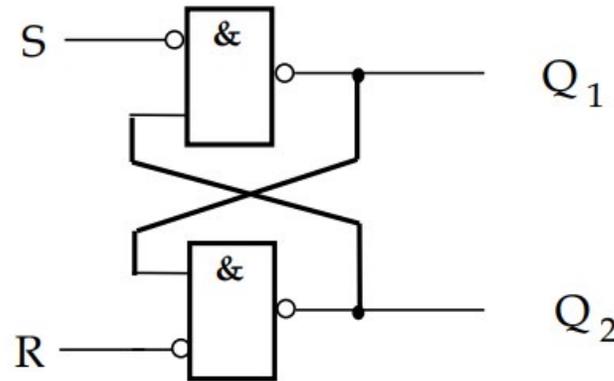
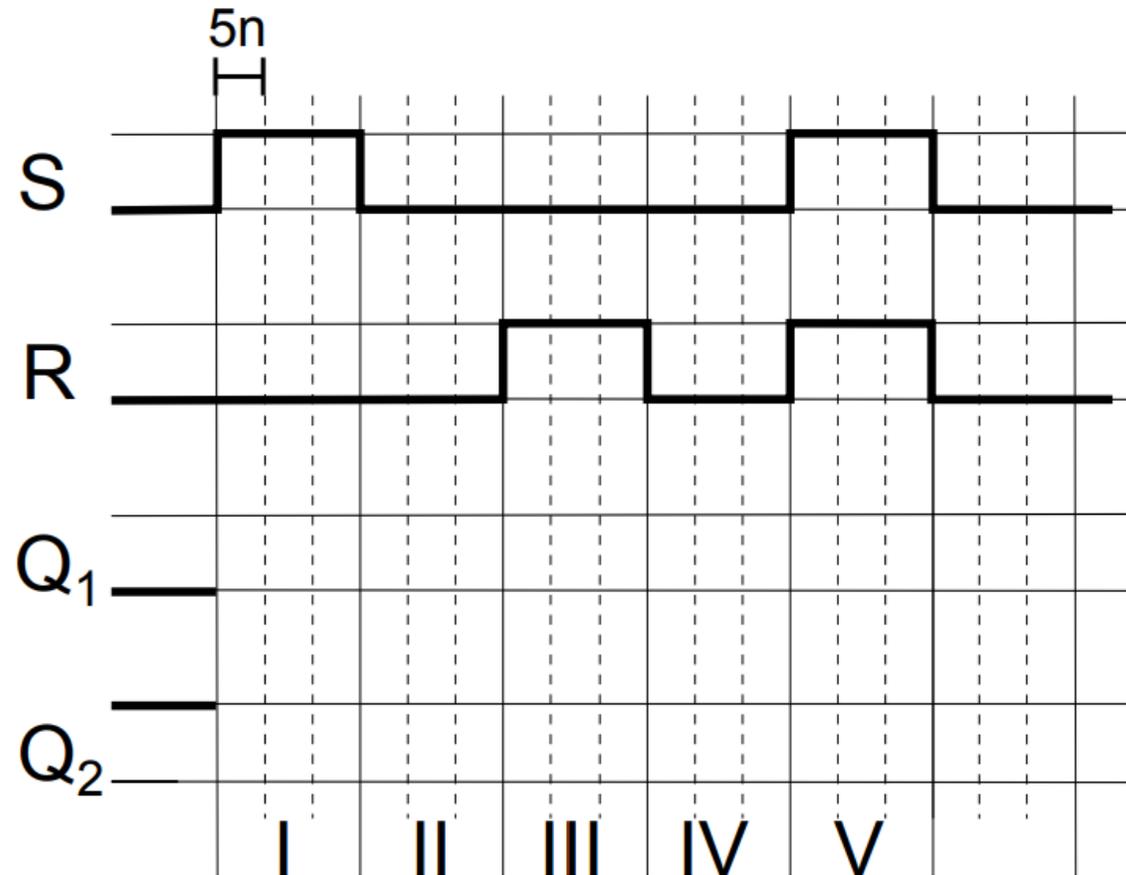


Abbildung 1: NAND-SR-Latch

# Serie 6 – Nachbesprechung

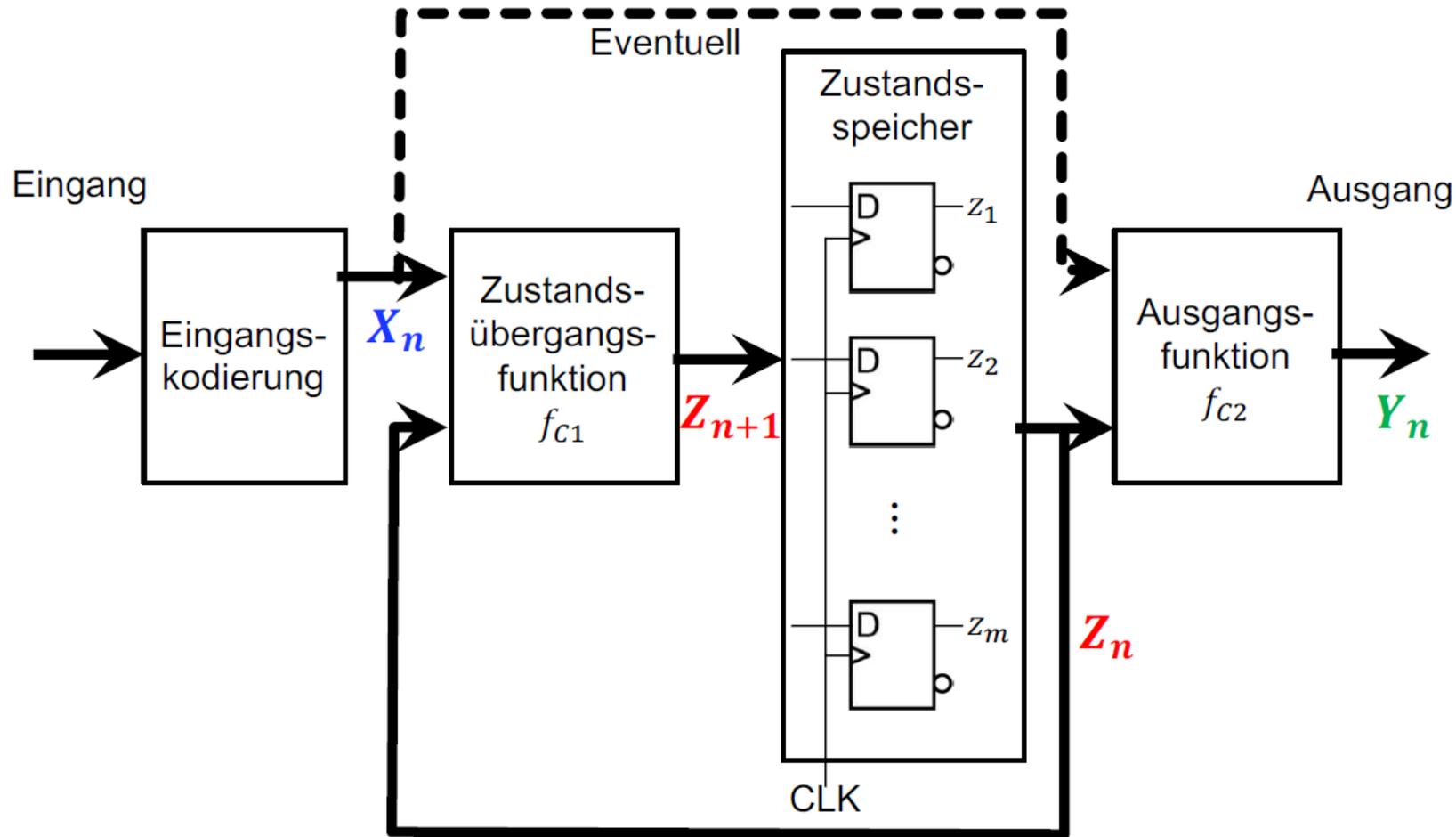
a) Vervollständigen Sie das Zeitdiagramm für die Schaltung in Abbildung 1:



# Theorie – Automaten

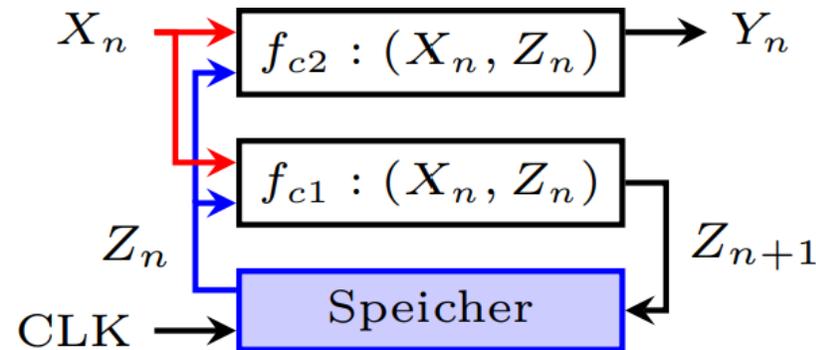
- ▶ Ein Automat beschreibt ein System, das
  - ▶ auf seinen Eingang reagiert
  - ▶ einen Ausgang produziert, der vom Eingang & vom momentanen Zustand abhängt
  
- ▶ Wir betrachten nur endliche und synchrone Automaten
  - ▶ endlich: FSM = Finite State Machine
  - ▶ synchron: Alle Speicherelemente (FF) besitzen denselben Takteingang
  
- ▶ Wir beschreiben mit

# Theorie – Typische Organisation eines Automaten

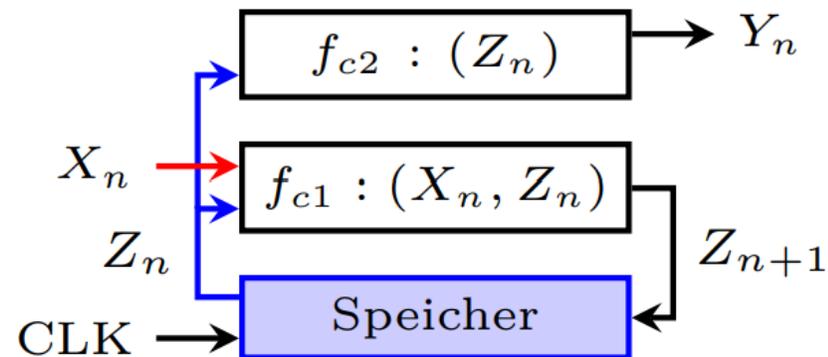


# Theorie – Automaten-Typen

- ▶ Mealy: Ausgang abhängig von Eingang und innerem Zustand

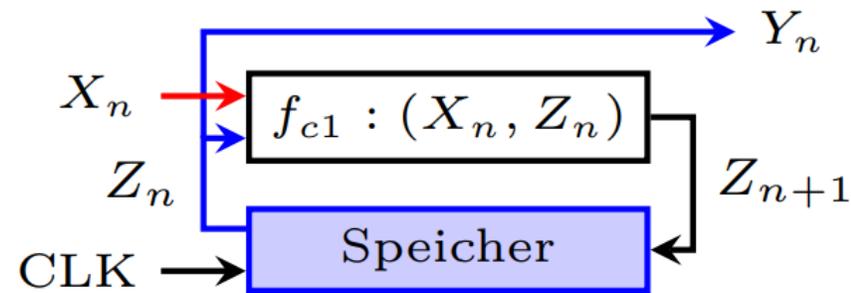


- ▶ Moore: Ausgang nur von innerem Zustand abhängig



# Theorie – Automaten-Typen

- ▶ Medwedjew: Ausgang identisch mit innerem Zustand  
→ vor allem für Zähler relevant



# Theorie – Beschreibung der Funktion eines endlichen Automaten

Äquivalente Beschreibungsmöglichkeiten:

- ▶ Ausgangs- und Übertragungsfunktionen
- ▶ Zustandsfolgetabellen
- ▶ Zustandsdiagramme bzw. Zustandsgraphen
- ▶ Karnaugh-Diagramme (wenn Minimierung nötig)

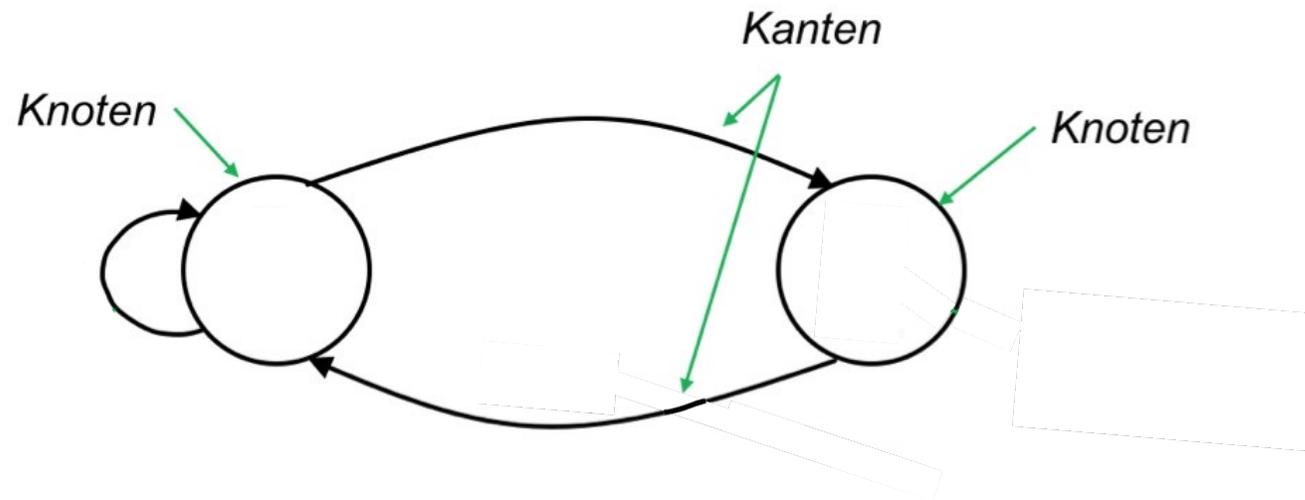
# Theorie – Zustandsfolgetabelle

- ▶ Liste aller möglichen Kombinationen
- ▶ Maximal  $2^{e+m}$  Zeilen
- ▶  $e+2m+b$  Spalten

No	Eingang $X_n$	Momentaner Zustand $Z_n$	Folgezustand $Z_{n+1}$	Ausgang $Y_n$
1	Wagen detektiert	A (Ruhe)	B (Wagen rein)	Tor auf
⋮				
$\nu$				

# Theorie – Zustandsdiagramm

- ▶ Graphisches Äquivalent zur Zustandsfolgetabelle
- ▶ Besteht aus Knoten und gerichteten Kanten
- ▶ Meist übersichtlicher und intuitiver

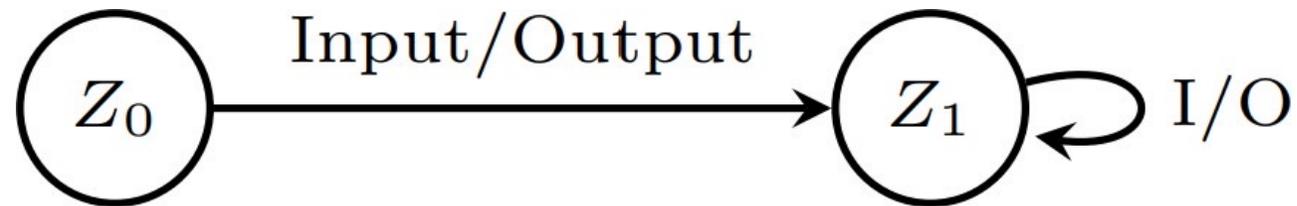


# Theorie – Zustandsdiagramm

Mealy:

- ▶ Knoten = Interne Zustände
- ▶ Kanten = Übergänge zwischen Zuständen

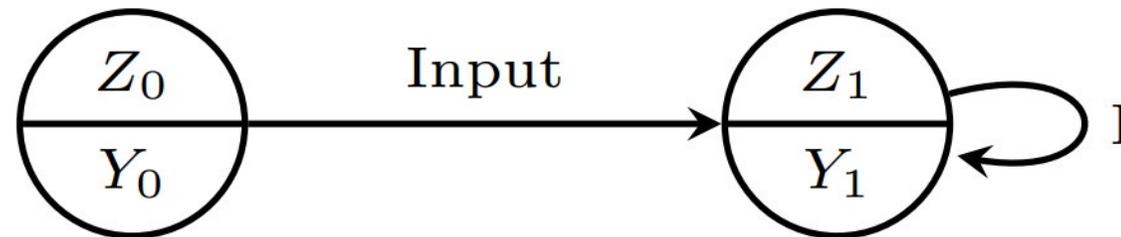
Eingangskombination, welche Zustandsänderung bewirkt & Ausgang auf Kante schreiben



# Theorie – Zustandsdiagramm

- ▶ Moore:
- ▶ Knoten = Intern Zustände und Ausgänge (welche nur von Zuständen abhängen)
- ▶ Kanten = Übergänge zwischen Zuständen

Eingangskombination, welche Zustandsänderung bewirkt auf Kante schreiben



# Prüfungsaufgabe (HS2020)

## Teilaufgabe 2: Analyse des Zustandsdiagramms eines Automaten

Bemerkung: Die Aufgaben in diesem Teil sind unabhängig von den Aufgaben in Teilaufgabe 1.

Ein Automat ist durch das Zustandsdiagramm in Abbildung A2 gegeben. Dabei bezeichnet  $\{e_1, e_0\}$  die Eingänge,  $\{y\}$  den Ausgang und  $\{z_1, z_0\}$  die Zustände.

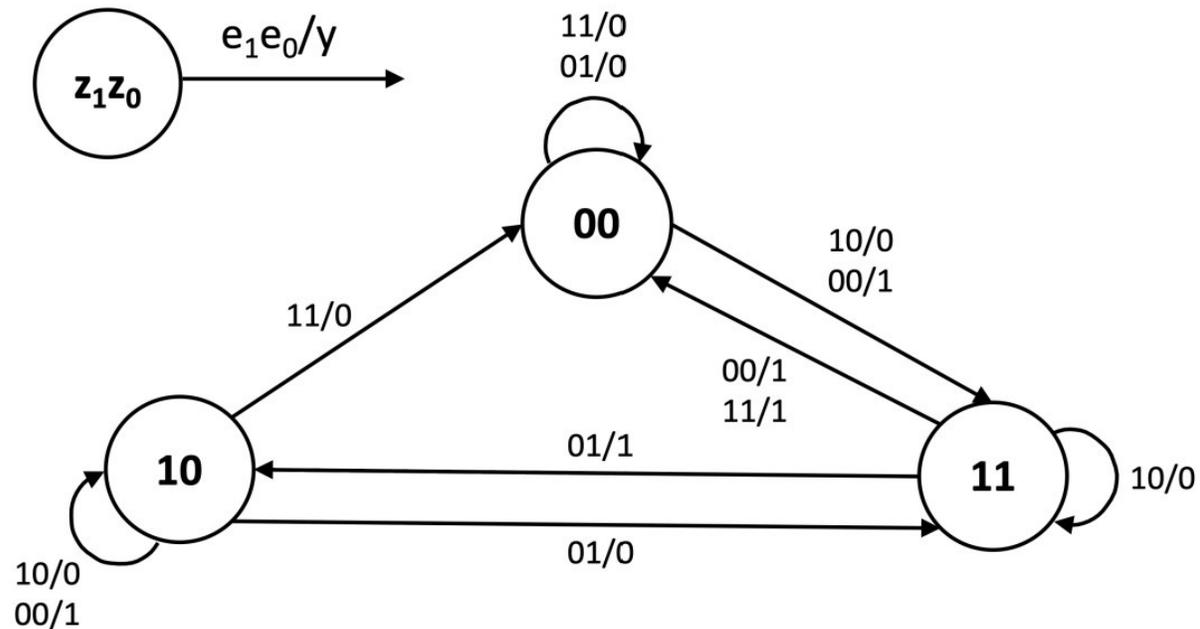


Abbildung A2: Zustandsdiagramm eines Automaten

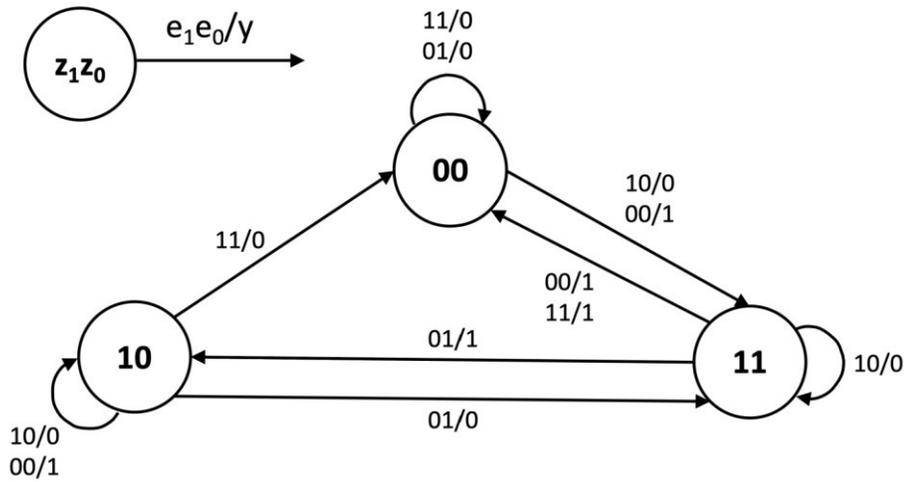
# Prüfungsaufgabe (HS2020)

7. Um welchen Automatentyp handelt es sich? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

8. Ergänzen Sie auf dem Lösungsblatt die Folgezustandstabelle des Automaten. (2 Punkte)

Nächste Folie!

# Prüfungsaufgabe (HS2020)



$e_1$	$e_0$	$z_{1n}$	$z_{0n}$		$z_{1n+1}$	$z_{0n+1}$		$y_n$
0	0	0	0					
0	0	0	1					
0	0	1	0					
0	0	1	1					
0	1	0	0					
0	1	0	1					
0	1	1	0					
0	1	1	1					
1	0	0	0					
1	0	0	1					
1	0	1	0					
1	0	1	1					
1	1	0	0					
1	1	0	1					
1	1	1	0					
1	1	1	1					
1	1	1	1					

# Prüfungsaufgabe (HS2020)

9. Erstellen Sie die Karnaugh-Diagramme für die Zustände  $z_{1(n+1)}$  und  $z_{0(n+1)}$  sowie für die Ausgangsvariable  $y_n$  auf dem Lösungsblatt. Bilden Sie alle Päckchen, die aus Mintermen bestehen und geben Sie daraus die minimale disjunktive Normalform (DNF) der Gleichungen für  $z_{1(n+1)}$ ,  $z_{0(n+1)}$  und  $y_n$ . (6 Punkte)

$z_{1n+1}$

$e_1e_0$ $z_1z_0$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$z_{0n+1}$

$e_1e_0$ $z_1z_0$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$z_{1(n+1)} =$

$z_{0(n+1)} =$

$y_n$

$e_1e_0$ $z_1z_0$	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

$y_n =$

# Prüfungsaufgabe (HS2020)

10. Zeichnen Sie den Schaltplan dieses Automaten auf dem Lösungsblatt. Ihnen stehen D-Flipflops sowie NOT, AND und OR Gatter mit einer beliebigen Anzahl an Eingängen zur Verfügung. Die NOT-Gatter können direkt am Eingang der AND und OR Gatter gezeichnet werden. (3 Punkte)

# Theorie – Kochrezept

## Vorgehensweise:

1. Zustandsmenge bestimmen, daraus folgt die Anzahl der Zustandsvariablen und der erforderlichen D-Flipflops (mit  $n$ -FF,  $2^n$  Zustände speichern)
2. Definition der Ein- und Ausgangsvariablen, Kodierung
3. Darstellung der Zustandsfolge in einem Zustandsdiagramm
4. Aufstellung der Zustandsfolgetabelle
5. Bestimmung der minimierten Ausgangs- und Übergangsfunktionen mit der Hilfe von KV-Diagrammen
6. Prüfung auf unbenutzte Zustände
7. Konstruktion des Schaltplans anhand der Schaltfunktion

# Prüfungsaufgabe (HS 2020)

Als erste Aufgabe bei Ihrem neuen Arbeitsgeber müssen Sie den Automaten im Kern einer Kaffeemaschine programmieren, die Espresso (gemahlene Bohnen + 1 dl Wasser), Kaffee (gemahlene Bohnen + 2 dl Wasser) und Cappuccino (gemahlene Bohnen + 2 dl Wasser + 1 dl Milch) vorbereitet, wie in Abbildung A1 gezeigt. Dieser Automat muss die verschiedenen Phasen der Vorbereitung dieser Getränke regeln können. Wenn ein Getränk ausgewählt wurde (Signal **ES** für Espresso, **KA** für Kaffee und **CAP** für Cappuccino) müssen zuerst die Kaffeebohnen gemahlen werden (Signal **BM**). Dann muss das Wasser erwärmt und hinzugefügt werden (Signal **WH**). Nur 1 dl Wasser kann gleichzeitig behandelt werden: um einen Kaffee oder ein Cappuccino vorzubereiten, müssen zwei Wasserdosen nacheinander bearbeitet werden. Im Fall von Cappuccinos muss auch die Milch erhitzt werden. Sie wird nach dem Wasser in einem weiteren Schritt hinzugefügt (Signal **MH**).

Es wird angenommen, dass diese Kaffeemaschine aus 3 Teilen besteht, die von einem einzigen Automaten gesteuert werden: ein erster um die Bohnen zu mahlen, ein anderer, der sich mit dem Wasser beschäftigt und ein letzter, der sich um die Milch kümmert. Wenn diese Kaffeemaschine im Ruhezustand ist, also, wenn es kein Eingangssignal (**KE**) gibt, muss sie nichts machen (Signal **MN**). Wenn ein Getränk bereit ist, muss es von der Maschine angezeigt werden (Signal **GB**), damit der Benutzer weiss, dass er seine Tasse wegnehmen kann. Um diesen Automaten zu entwerfen müssen noch die folgenden Bedingungen berücksichtigt werden:

- Bohnen müssen immer zuerst gemahlen werden, dann muss Wasser (eine oder zwei Dosen) und schlussendlich eventuell Milch hinzugefügt werden. Diese Sequenz bleibt unverändert;
- die Kaffeemaschine kann nur ein einziges Getränk (**ES**, **KA**, oder **CAP**) gleichzeitig vorbereiten. Wenn ein Getränk gewählt worden ist, kann kein anderes selektiert werden, bevor das erste fertig ist;
- wenn ein Getränk selektiert worden ist, dann bleibt das entsprechende Signal (**ES**, **KA**, **CAP**) solange gespeichert, bis die Kaffeemaschine in ihren Ruhezustand zurückkehrt;
- wenn ein Getränk bereit ist, muss die Kaffeemaschine darauf hinweisen (**GB**), bevor sie wieder im Ruhezustand ist.

1. Was sind die Eingänge und die Ausgänge dieses Automaten? Verwenden Sie die folgenden Variablen: BM, CAP, ES, GB, KA, KE, MH, MN und WH. (2 Punkte)

Eingänge :

Ausgänge :

2. Wie viele Bits brauchen Sie, um die Eingangs- und Ausgangsvariablen zu kodieren? (1 Punkt)

Eingänge :

Ausgänge :

# Prüfungsaufgabe (HS 2020)

3. Zeichnen Sie das Zustandsdiagramm für diese Anlage als **Mealy**-Automat mit der minimalen Anzahl an Zuständen. Definieren Sie  $N$  Zustände  $Z_0$  bis  $Z_{N-1}$  und beschreiben Sie deren Funktionalität ganz kurz. Als Eingangs- und Ausgangsvariablen benutzen Sie die Abkürzungen aus Aufgabe 1 (BM, CAP, ES, ...). (5 Punkte)

**Hinweis:** Nachdem ein Getränk ausgewählt wurde, bleibt das entsprechende Signal (ES, KA oder CAP) bis zum Ende der Vorbereitung dieses Getränks gespeichert. Damit weiss der Automat, durch welche Sequenz er gehen muss.

# Prüfungsaufgabe (HS 2020)

4. Wie viele Flipflops benötigen Sie minimal, um diesen Automaten zu realisieren? (1 Punkt)

5. Wie viele Zeilen und Spalten hätte die *komplette* Zustandsfolgetabelle? Begründen Sie.  
(1 Punkte)

# Theorie – Umwandlung

## ▶ Moore zu Mealy:

1. Ausgänge von Folgezuständen auf Kanten schreiben.
2. Ausgänge bei Zuständen entfernen.

## ▶ Mealy zu Moore: Meist mehr interne Zustände nötig

1. Ausgänge in Knoten schreiben, an denen Kante endet.
2. Knoten mit mehr als einem Ausgang multiplizieren → neu kodieren.
3. Eingehende Kanten entsprechend der Ausgänge auf neue Knoten umhängen.
4. Ausgehende Kanten für alle neue Knoten kopieren.

Diese Umwandlung ist immer möglich, aber meistens werden mehr Zustände benötigt.

# Theorie – Umwandlung Zeitverhalten

- ▶ Das Zeitverhalten der Ausgänge verändert sich bei der Umwandlung!!

**Mealy:** Eingangsveränderungen beeinflussen den Ausgang sofort

**Moore:** Eingangsveränderungen haben erst bei Taktflanke Einfluss (weniger Störungsanfällig)

# Prüfungsaufgabe (HS 2020) (Fortsetzung von vorher)

6. Zeichnen Sie jetzt das Zustandsdiagramm für diese Anlage als **Moore**-Automat mit der minimalen Anzahl  $M$  an Zuständen  $Z_0$  bis  $Z_{M-1}$ . Beschreiben Sie jeden Zustand ganz kurz. Es gelten die gleichen Bedingungen wie beim **Mealy**-Automaten. (5 Punkte)

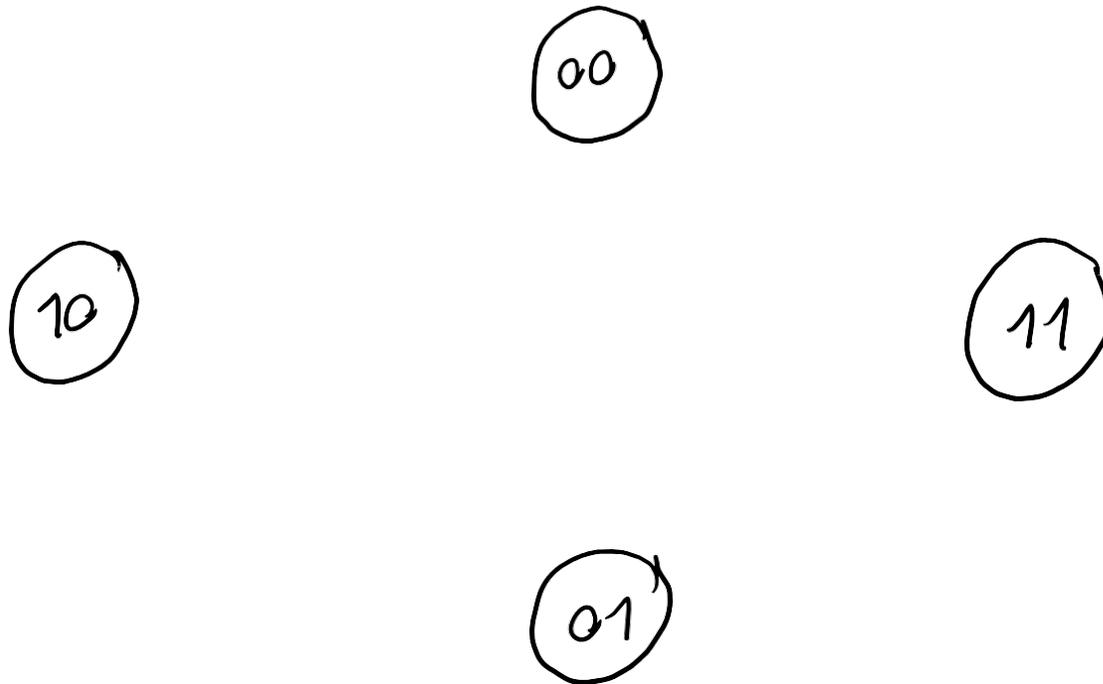
# Theorie – Don't Care Zustände

- Wenn es unbenutzte Zustände im Automaten gibt (don't care Zustände), so müssen wir dieses separat betrachten
- Was passiert wenn Automat trotzdem in diesen Zustand kommt?
- Kommt er aus diesem Zustand selber wieder raus
- Wenn nicht: Gleichungen ergänzen (Terme hinzufügen)

# Prüfungsaufgabe (HS 2020) (Fortsetzung von vorher)

Ein Zustand  $\{z_1, z_0\} = \{0, 1\}$  ist bei diesem Automaten nicht benutzt (“don’t care” Zustand).

11. Ergänzen Sie das Zustandsdiagramm auf dem Lösungsblatt für den Fall, in dem der Automat aus irgendeinem Grund in diesen unbenutzten Zustand gelandet ist. Zeichnen Sie nur die Kanten, die vom  $\{0, 1\}$ -Zustand starten sowie die entsprechenden Eingangs- und Ausgangsvariablen. (1 Punkt)



$$\begin{aligned}z_{1(n+1)} &= ((\bar{e}_0 \wedge \bar{z}_0) \vee (e_1 \wedge \bar{e}_0) \vee (\bar{e}_1 \wedge e_0 \wedge z_1))_n \\z_{0(n+1)} &= ((\bar{e}_0 \wedge \bar{z}_1) \vee (e_1 \wedge \bar{e}_0 \wedge z_0) \vee (\bar{e}_1 \wedge e_0 \wedge z_1 \wedge \bar{z}_0))_n \\y_n &= ((\bar{e}_1 \wedge \bar{e}_0) \vee (e_0 \wedge z_0))_n\end{aligned}$$

# Prüfungsaufgabe (HS 2020) (Fortsetzung von vorher)

12. Wie muss die Gleichung für  $z_{1(n+1)}$  minimal modifiziert werden, damit der Automat, wenn er zuerst im  $\{0, 1\}$ -Zustand ist, unabhängig von der Eingangskombination, immer in einen der benutzten Zustände wechselt? Die Ergebnisse der Eingangskombinationen, die schon zu einem Zustandswechsel führen, sollten nicht modifiziert werden. Verwenden Sie dafür das Karnaugh-Diagramm auf dem Lösungsblatt, wo Sie zuerst die nötigen Päckchen bilden werden. Geben Sie nachher die neue Gleichung für  $z_{1(n+1)}$ . (2 Punkte)

Vorher :

$z_{1n+1}$

$e_1e_0$ $z_1z_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	X	X	X	X
11	0	1	0	1
10	1	1	0	1

Was müssen wir ändern?

$z_{1n+1}$

$e_1e_0$ $z_1z_0$	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	X	X	X	X
11	0	1	0	1
10	1	1	0	1