Tipps zur Serie 3:

Aufgabe 3.1:

Sollte selbsterklärend sein :)

Aufgabe 3.2:

Nicht vergessen: Komposition differenzierbarer Funktionen....

Den kritischen Punkt gesondert betrachten. Definition von totaler Differenzierbarkeit repetieren, ihr habt 2 Möglichkeiten, zeigt entweder

$$\lim_{(v_1,v_2)\to(0,0)} \frac{f(v_1,v_2) - f(0,0) - Df(0,0)[v_1,v_2]^T}{\|[v_1,v_2]^T\|} = 0$$

oder

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(a+h) - f(a) - Df(a)h}{\|h\|} = 0$$

Wobei hier $a = [0,0]^T$ & h ein bel. Vektor

wobei der erste Weg vielleicht etwas intuitiver erscheint. Repetiert nochmals, wie ihr die Jacobi-Matrix $Df(a)$ berechnen müsst.

Aufgabe 3.2:

a)

Benutzt $f(e\cdot t) = t^k f(e)$ und macht eine Fallunterscheidung für λ & k.

b)

Überprüft erst einmal, ob die Funktion überhaupt von der vorgegebenen Form ist, und bestimmt das k. Über a) erhaltet ihr somit schnell die allgemeine Richtungsableitung.

Da das totale Differential eine lineare Approximation der Funktion an einem jeweiligen Punkt ist, muss es linear in der Ableitungsrichtung sein, i.e. $D_{e_1+e_2} f(0) \stackrel{!}{=} D_{e_1} f(0) + D_{e_2} f(0)$, überprüft das!

Aufgabe 3.4:

a)

Definition der Tangentialebene repetieren:

$$T f(x_0,y_0) = \overbrace{f(x_0,y_0)}^{\text{Offset}} + \underbrace{D f(x_0,y_0)\,[x-x_0,\, y-y_0]^T}_{\text{Lineare Approximation, i.e. Ebene durch 0}}$$

b)

Einfach einsetzen & zeichnen.

Aufgabe 3.5:

a)

Zeichnet zuerst die ganze Menge $x^2+y^2<1$ und wendet dann die Einschränkungen an.

b)

Findet zuerst den Bereich von y heraus. Lest aus eurer Zeichnung, wo x liegen muss. Es kann helfen die Bedingungen aus der Aufgabe umzuformen.

c)

Analog zu b).