Netzwerk und Schaltungen II

28. Juli 2017

Elektrostatik (NUS I)

Elementarladung	e	$+1.602 \cdot 10^{-19}$	As
Dielektrizitätskonst.	ε_0	$8.854 \cdot 10^{-12}$	$\frac{As}{Vm}$
Magn. Permeabilität	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$	$\frac{Vs}{Am}$
Ruhemasse Elektron	$m_{0,e}$	$9.1094 \cdot 10^{-31}$	kg
Ruhemasse Proton	$m_{0,p}$	$1.6726 \cdot 10^{-27}$	kg
Lichtgeschwindigkeit	$c_{Vak.}$	$2.99792 \cdot 10^{8}$	$\frac{m}{s}$

Ladungsdichten

- *Linienladungsdichte:* $\lambda = \frac{dQ}{dl} = \left[\frac{As}{m}\right], Q = \int_l \lambda dl$
- *Flächenladungsdichte:* $\sigma = \frac{dQ}{dA} = \left[\frac{As}{m^2}\right], Q = \iint_A \sigma dA$
- *Raumladungsdichte:* $\rho = \frac{dQ}{dV} = \left[\frac{As}{m^3}\right], Q = \iiint_V \rho dV$

Grundgrössen

- **E-Feld einer Punktladung:** $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2} \quad [\frac{V}{m}]$
- **Kraft mehre. zweier Ladungen:** $\vec{F} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r \quad [N]$
- **Coulombkraft:** $\vec{F} = q\vec{E}$
- **E-Feld Punktldgn:** $\vec{E}(\vec{r}_p) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \sum_k \frac{Q_k}{|\vec{r}_p - \vec{r}_k|^2}\frac{\vec{r}_p - \vec{r}_k}{|\vec{r}_p - \vec{r}_k|}$
- **E-Feld ∞-langer Leiter:** $E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r_\perp}$
- **Spannung, Innen-/Aussenleiter:** $\vec{E}(\rho) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon l}\frac{1}{\rho}\vec{e_\rho}$
  $U = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}(\rho)d\vec{\rho} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{2\pi \cdot \varepsilon \cdot l}\frac{1}{\rho}d\rho = \frac{Q}{2\pi \cdot \varepsilon \cdot l}\ln\left|\frac{r_2}{r_1}\right|$
- **Leckstrom:**
  $I = \int_0^{2\pi}\int_0^l \vec{J}(\rho)\rho dz d\varphi = 2\pi\kappa\rho l E(\rho) \Rightarrow E(\rho) = \frac{I}{2\pi\kappa l}\frac{1}{\rho}$
- **Elektr. Flussdichte** $\boxed{\vec{D}(\vec{r}) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \varepsilon \cdot \vec{E}(\vec{r}) \quad [\frac{As}{m^2}]}$

Arbeit & Potential (1-33)

$W_{P_1 \to P_2} = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{s}$ weg-unabhängig

$W_e = -Q\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q(\varphi(P_2) - \varphi(P_1)) = -U_{12}Q$

$\to [W] = Ws = J, [P] = \frac{J}{s} = W$

Potential:
Oftmals $P_{ref} = \infty$

$\varphi(P_1) = \frac{W(P_{ref} \to P_1)}{Q_1} = -\int_{P_{ref}}^{P_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad [V]$

Spannung

$U_{12} = \varphi(P_1) - \varphi(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{W_{12}}{Q}$

Das Gauss'sche Gesetz (1-45)

$$\boxed{\oint_A \vec{D}(\vec{r})d\vec{A} = \oint_A \vec{e}_r D(r)\vec{e}_r dA = Q = DA}$$

$\boxed{\text{beachte } D = \frac{\sigma}{2} \text{ für unendlich dünne Platten}}$

E-Feldlinien von idealen Leitern, stehen senkrecht auf der Oberfläche.

Kondensator (1-61)

$$\boxed{C = \frac{Q}{U} = \frac{\oiint_A \vec{D} \cdot d\vec{A}}{\int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}} = \frac{\oiint_A \sigma dA}{\int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}} \quad [F] = [\frac{As}{V}]}$$

Einfache Kondensatorentladung: $U = U_0 e^{\frac{-t}{RC}}$

- **Plattenkondensator:**
  $E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{Q}{\varepsilon A}, \quad U = Ed \to C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon A}{d}$

  Das Feld einer Platte ist $E/2$
- **Kugel(schalen)kondensator: (1-62)(1-73)**
  $U_{ab} = \int_{r_i}^{r_a} \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{r_i}^{r_a}\frac{1}{r^2}dr = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{r_a - r_i}{r_a r_i} = \frac{Q}{C} \to \boxed{C = 4\pi\varepsilon\frac{r_i r_a}{r_a - r_i}}$
- **Vielschichtenkondensator aus n Platten:**
  $C_{ges} = (2n-1)C$
- **Drehkondensator (1-68)**
  $C_{ges} = (2n-1)\frac{\varepsilon A}{d} = (2n-1)\frac{\varepsilon}{d}\frac{\alpha}{2\pi}(\pi r_\alpha^2 - \pi r_i^2)$

  Für unendlich dünne Platten: $D = \sigma/2$

Energie im E-Feld (1-70)(1-72)

- **Kondensator:**
  $W_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2 = \iiint_V \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D}dV$
- **Ladung im Fixen E-Feld:** $\boxed{W = qU}$

Elek. stationäres Strömungsfeld (NUS I)

Strom

$I = \frac{dQ}{dt} = \iint_A \vec{J} \cdot d\vec{A}, \quad [I] = A, \quad J = \frac{dI}{dA}, \quad [J] = \frac{A}{m^2}$

Stat. Strömungsfeld, wenn I konst.: $\oiint_A \vec{J} \cdot d\vec{A} = 0$ (1-86)

- **Spezifische Leitfähigkeit:**
  Driftgeschw. $\vec{v}_{Drift} = -\mu_e \vec{E}$ wobei $\mu_e =$ "Beweglichkeit"
  $\vec{J} = \vec{V}_{Drift}\rho = \underbrace{-\rho\mu_e}_{\kappa}\vec{E}, \quad \kappa = $spez.Leitf., $[\kappa] = \frac{A}{Vm} = \frac{1}{\Omega m}$

  $\vec{J} = \vec{v}_e m q$
- **Spezifischer Widerstand:** $\rho_R = \frac{1}{\kappa}$, $[\rho_R] = \Omega m = \frac{Vm}{A}$
- **Temperaturabhängigkeit:**
  $\rho_R(T) = \rho_{R,20^\circ C}(1 + \alpha(T - 20^\circ C))$
- **Ohmsches Gesetzt:** $\boxed{U = R \cdot I}$, $[R] = \frac{V}{A} = \Omega$

  $\boxed{\vec{J} = \kappa\vec{E},} \quad \boxed{R = \frac{U}{I} = \frac{l}{\kappa A}} = \frac{\rho_R l}{A} = \frac{\int_s \vec{E} \cdot d\vec{s}}{\kappa \iint_A \vec{E} \cdot d\vec{A}}$
- **Leitwert:** $\boxed{G = \frac{1}{R}}$ $\quad [G] = S$ (Siemens)

Sprungstellen bei Materialübergängen (1-99)

- *Normalkomponenten.:* $\boxed{J_{n1} = J_{n2}}, \boxed{\kappa_1 E_{n1} = \kappa_2 E_{n2}}$

  Die Normalkomponente der Stromdichte ist stetig.
- *Tangentialkomp.:* $\boxed{E_{t1} = E_{t2}}, \boxed{\frac{J_{t1}}{J_{t2}} = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}}$

  Die Tangentialkomponente des E-Feldes ist stetig.

Energie und Leistung (1-102)

$W_e = \int_0^t P(\tau)d\tau$ und $P(t) = \frac{dW_e}{dt}$

$P = UI = I^2 R = U^2/R$

Verlustleistungsdichte: $p_V = \frac{dP}{dV} = \vec{E} \cdot \vec{J}$

$P = \iiint_V p_V dV = \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{J}dV$

Wechselstrom

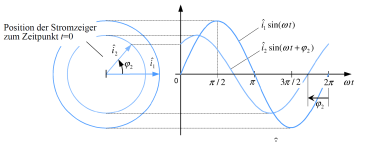
$i(t) = \hat{i}\sin(\omega t + \varphi_i), \quad [\omega] = \frac{rad}{s}, \quad \omega = 2\pi f$

Kenngrössen

- **Mittelwert:** $\bar{u} = \frac{1}{T}\int_{t=t_0}^{t_0+T} u(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{\varphi=\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} u(\phi)d\phi$
- **Gleichrichtwert:** $\overline{|u|} = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} |u(t)|dt = \frac{1}{2\pi}\int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} |u|d\varphi$
- **Effektivwert:** $U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_{\varphi_0}^{\varphi_0+2\pi} u^2 d\varphi}$

Für Sinusgrössen: $\overline{|u|} = \frac{2\hat{u}}{\pi}$ und $U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$ bzw. $\hat{u} = \sqrt{2}U$

Zeigerdiagramme



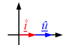
$\underline{i}(t) = \underbrace{\hat{i}e^{j\varphi_i}}_{\underline{\hat{i}}} e^{j\omega t} = \underline{\hat{i}}e^{j\omega t}, \quad$ Effektivwert: $\underline{I} = \frac{\underline{\hat{i}}}{\sqrt{2}}$

Impedanz und Bauelemente

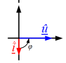
$\underline{Z} = R + jX, \quad \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jB$

R: Wirkwiderstand $\quad G$: Konduktanz
X: Reaktanz (Blindwiderstand) B: Suszeptanz
$\underline{Z}$: Impedanz, $|\underline{Z}|$: Scheinwiderstand
$\underline{Y}$: Admittanz, $|\underline{Y}|$: Scheinleitwert

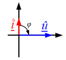
Ohm'scher Widerstand:
$\underline{Z} = R, \quad i_R = \frac{1}{R}u_R \quad u_R = R \cdot i_R$



Induktivität:
$\underline{Z} = j\omega L, \quad i_L = \frac{1}{L}\int u_L(t)dt \quad u_L = L\frac{di_L}{dt}$



Kondensator:
$\underline{Z} = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}, \quad i_C = C\frac{du_C}{dt} \quad u_C = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt$



Integration: $\int dt \to \frac{1}{j\omega}$ $\quad$ Differentiation: $\frac{d}{dt} \to j\omega$

Komplexe Wechselstromrechnung

- **Knotengleichung:** $\sum_{Knoten} \underline{\hat{i}} = 0$
- **Maschengleichung:** $\sum_{Masche} \underline{\hat{u}} = 0$
- **Serienschaltung:** $\underline{Z}_{ges} = \sum_{k=1}^n \underline{Z}$
  $\to$ Spannungsteiler: $\frac{\underline{\hat{u}}_1}{\underline{\hat{u}}_2} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2}$ oder $\frac{\underline{\hat{u}}_2}{\underline{\hat{u}}_{ges}} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_{ges}}$
- **Parallelsch.:** $\frac{1}{\underline{Z}_{ges}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\underline{Z}_{ges}}$, $n = 2 \to \underline{Z}_{ges} = \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$
  $\to$Stromteiler: $\frac{\underline{\hat{i}}_1}{\underline{\hat{i}}_2} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1}$ oder $\frac{\underline{\hat{i}}_2}{\underline{\hat{i}}_{ges}} = \frac{\underline{Z}_{ges}}{\underline{Z}_2}$

  Betrag: $|\underline{Z}| = |R + jX| = |\sqrt{R^2 + X^2}| = |\hat{Z}|$
  Phase: $R + jX = \sqrt{R^2 + X^2}e^{j\varphi_Z} \Rightarrow \varphi_Z = arctan\left(\frac{X}{R}\right)$

Leistung

- **Blindleistung:** $Q = UI\sin(\varphi_u - \varphi_i)$, $\quad [Q] = VAr$
  Blindl. ist pendelnde Energie zw. Quelle u. Verbraucher
- **Wirkleistung:** $P = UI\cos(\varphi_u - \varphi_i) \quad [P] = W$
  $P = Re(\underline{S}) = Re\left(\frac{1}{2}\underline{\hat{u}}\underline{\hat{i}}^*\right) = Re\left(\frac{1}{2}R\underline{\hat{i}}\underline{\hat{i}}^*\right) = \frac{1}{2}R|\underline{\hat{i}}|^2$
- **Scheinleistung:** $\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \cdot (\underline{I}^*) = \frac{1}{2}\underline{\hat{u}} \cdot (\underline{\hat{i}})^*$

  $S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

  $|\underline{S}| = UI, \quad [S] = VA$
- **Mittlere Wirkleistung:** $\overline{P} = UI = I_{eff}^2 R = \frac{1}{R}U_{eff}^2$
- **Leistungsanpassung:** $\underline{Z}_i = \underline{Z}_L^*$
- **Momentanleistung:** $p(t) = u(t)i(t)$
- **Leistung Diode:** im ESB: $\overline{P}_{Diode} = U_{D0} = U_{D0}\bar{i}_D + r_D I_{eff}$
- **Leistungsfaktor:** $\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi$

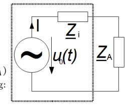
Komponentenübersicht

Spannung	Strom	Impedanz	Admittanz
$\underline{\hat{u}} = R\underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = \underline{\hat{u}}/R$	$\underline{Z}_R = R$	$\underline{Y}_R = \frac{1}{R} = G$
$\underline{\hat{u}} = j\omega L\underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = \frac{\underline{\hat{u}}}{j\omega L}$	$\underline{Z}_L = j\omega L$	$\underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = jB_L$
$\underline{\hat{u}} = \frac{1}{j\omega C}\underline{\hat{i}}$	$\underline{\hat{i}} = j\omega C\underline{\hat{u}}$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C}$	$\underline{Y}_C = j\omega C = jB_C$

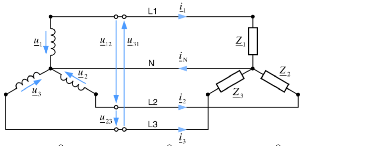
Leistungsanpassung

$\underline{Z}_i = R_i + jX_i$
$\underline{Z}_i = R_A + jX_A$
$\Rightarrow \underline{Z} = \underline{Z}_i + \underline{Z}_A$
$= R_i + R_A + j(X_i + X_A)$
Eliminierung der Blindleistung:
$\Rightarrow X_i = -X_A$

$R_A = R_i \quad \boxed{\underline{Z}_A = \underline{Z}_i^*}$



Dreiphasensysteme



$\underline{\hat{u}}_1 = \underline{\hat{u}}e^{j0^\circ} \quad \underline{\hat{u}}_2 = \underline{\hat{u}}e^{j120^\circ} \quad \underline{\hat{u}}_3 = \underline{\hat{u}}e^{j240^\circ}$

Bei symmetrischer Belastung: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}_3$, $\quad \hat{i}_1 + \hat{i}_2 + \hat{i}_3 = 0$
$\Rightarrow$ N-Leiter nicht nötig.

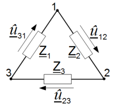
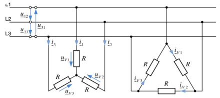
$\Rightarrow$ $\boxed{P = 3UI\cos(\varphi)}$, $\boxed{\underline{S} = \frac{3}{2}\underline{\hat{u}} \cdot \underline{\hat{i}}^*}$

	Dreieck	Stern
Aussenleiterstrom I_L	$\sqrt{3} \cdot I$	I
Aussenleiterspannung U_L	U	$\sqrt{3} \cdot U$

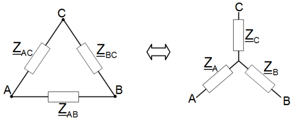
Dreiecksschaltung:

$\boxed{P = 3UI\cos(\varphi)}$ $\rightarrow$ Leistung ist grösser als beim Stern.

Falls die Widerstände gleich sind, gilt: $P_{Dreieck} = 3P_{Stern}$

Stern-Dreieck-Transformation



$\underline{Z}_{AB} = \frac{\underline{Z}_A\underline{Z}_B + \underline{Z}_B\underline{Z}_C + \underline{Z}_A\underline{Z}_C}{\underline{Z}_C}$ $\qquad$ $\underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_{AC}\underline{Z}_{AB}}{\underline{Z}_{AC}+\underline{Z}_{AB}+\underline{Z}_{BC}}$

$\underline{Z}_{AC} = \frac{\underline{Z}_A\underline{Z}_B + \underline{Z}_B\underline{Z}_C + \underline{Z}_A\underline{Z}_C}{\underline{Z}_B}$ $\qquad$ $\underline{Z}_B = \frac{\underline{Z}_{AB}\underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{AC}+\underline{Z}_{AB}+\underline{Z}_{BC}}$

$\underline{Z}_{BC} = \frac{\underline{Z}_A\underline{Z}_B + \underline{Z}_B\underline{Z}_C + \underline{Z}_A\underline{Z}_C}{\underline{Z}_A}$ $\qquad$ $\underline{Z}_C = \frac{\underline{Z}_{AC}\underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{AC}+\underline{Z}_{AB}+\underline{Z}_{BC}}$

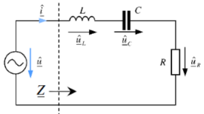
Schwingkreise

- **Resonanzfrequenz:** So, dass $\underline{Z} = R$ ist. $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$
- **Güte:** Ein Mass für die Spannungs/Stromüberhöhung, Allgemein: $Q = \frac{2\pi Gesamtenergie}{Verlust/Periode} = \frac{2\pi W_{tot}}{P_{Eff} \cdot T} = \frac{2\pi W_{tot}}{\frac{U_q I_p}{f_p}}$

  Berechnung:

  1. Entscheidung ob Spannungs/Stromüberhöhung
     Spannung: L, C in Serie Strom: L, C parallel
  2. Gesamtspannungs/Strom darstellen, Resonanzfrequenz einsetzten
  3. Vorfaktor bei u_L, u_C ist die Güte
- **Bandbreite:** $b_\omega = \frac{f_0}{Q}2\pi, \quad b_f = \frac{f_0}{Q}, \qquad [b_\omega] = \frac{rad}{s}$
- **Überhöhung:** $\hat{u}_C \approx Q \cdot \hat{u}$, $\hat{i}_C \approx Q \cdot \hat{i}$

Serienschwingkreis

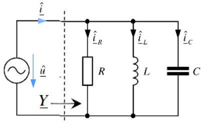


$\underline{Z} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$, **Res.fr.:** $\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$

Spannungsüberhöhung:

$\boxed{\omega = \omega_0}$ $\hat{u}_C = \hat{u}\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow$ Güte: $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}, d_s = R\sqrt{\frac{C}{L}}$

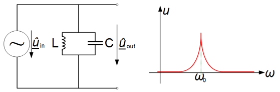
Parallelschwingkreis



Stromüberhöhung:

$\boxed{\omega = \omega_0}$ $\hat{i}_C = \hat{i}R\sqrt{\frac{C}{L}} \Rightarrow$ Güte: $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}, d_s = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

Bandpassfilter

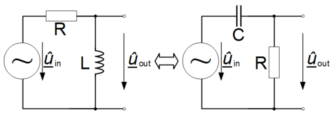


Passschaltungen

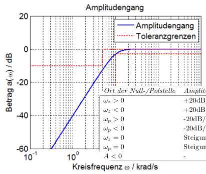
Grenzfrequenz: Bei $3dB$ beträgt die Frequenz

1. $|Re(H)| = |Im(H)|$
2. Phasenverschiebung $\varphi = 45°$
3. Ausgangsamplitude ist $\frac{1}{\sqrt{2}}$ mal so gross wie Eingangsamplitude

Hochpass

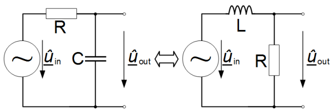


$\frac{\underline{\hat{u}}_{out}}{\underline{\hat{u}}_{in}} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$ $\qquad$ $\frac{\underline{\hat{u}}_{out}}{\underline{\hat{u}}_{in}} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}$

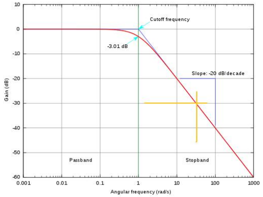


Ort der Null-/Polstelle	*Amplitudengang*	*Phasengang*
$\omega_z > 0$	+20dB/Dekade	+90° (bei ω_z +45°)
$\omega_z < 0$	+20dB/Dekade	-90° (bei ω_z -45°)
$\omega_p > 0$	-20dB/Dekade	-90° (bei ω_p -45°)
$\omega_p < 0$	-20dB/Dekade	+90° (bei ω_p +45°)
$\omega_z = 0$	Steigung beginnt mit +20dB/Dek	Phase beginnt mit +90°
$\omega_p = 0$	Steigung beginnt mit -20dB/Dek	Phase beginnt mir -90°
$A < 0$	-	Phase beginnt mit ±180°

Tiefpass

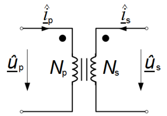


$\frac{\underline{\hat{u}}_{out}}{\underline{\hat{u}}_{in}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$ $\qquad$ $\frac{\underline{\hat{u}}_{out}}{\underline{\hat{u}}_{in}} = \frac{R}{R + j\omega L}$



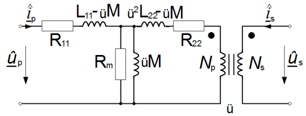
Übertrager

idealer Übertrager



$\ddot{u} = \frac{N_p}{N_s} = \frac{\hat{\underline{u}}_p}{\hat{\underline{u}}_s} = \frac{\hat{\underline{i}}_s}{\hat{\underline{i}}_p}$

nicht-idealer Übertrager



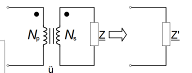
Vereinfachende Annahmen:

- **Verlustfrei:** $R_{11} = R_{22} = 0 \qquad R_m = \infty$
- **Streufrei:** $L_{11} - \ddot{u}M = 0 \qquad \ddot{u}^2 L_{22} - \ddot{u}M = 0$
- **Kern ideal:** $R_m = \infty \qquad \ddot{u}M = 0$

Koppelfaktor: $\boxed{k = \frac{M}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}}$

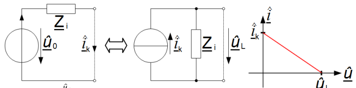
T-Ersatzschaltbild: Transformation von allen Komponenten auf Primärseite und galvanische Trennung entfernen.

Widerstandstransformation



$\underline{Z}' = \ddot{u}^2 \cdot \underline{Z}$

Ersatzquellen



$\underline{\hat{i}}_k = \frac{\underline{\hat{u}}_0}{\underline{Z}_i}$

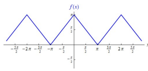
Fourier-Analyse

$f(X) = a_0 + \hat{a}_1\cos(x) + \hat{a}_2\cos(2x) + \hat{a}_3\cos(3x) + ...$
$\qquad + \hat{b}_1\sin(x) + \hat{b}_2\sin(2x) + \hat{b}_3\sin(3x) + ...$

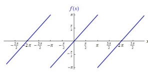
- **Bedeutung:**
  $u(t) = \underbrace{U_0}_{DC} + \underbrace{\hat{u}_1\cos(\omega t + \varphi_1)}_{Grundschwingung} + \underbrace{\hat{u}_2\cos(2\omega t + \varphi_2) + ...}_{Oberschwingungen}$
- **Normalform:**
  $u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\hat{a}_n cos\left(n2\pi\frac{t}{T}\right) + \hat{b}_n\sin\left(n2\pi\frac{t}{T}\right)\right]$
- **Koeffizientenberechnung:**
  DC-Anteil:
  $a_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} u(\omega t)d(\omega t) =$ Mittelwert
  Andere Koeffizienten:
  $\hat{a}_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\cos(n\omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} u(\omega t)\cos(n\omega t)d(\omega t)$
  $\hat{b}_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t)\sin(n\omega t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} u(\omega t)\sin(n\omega t)d(\omega t)$
- **Komplexe Form:**
  $u(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left[\underline{\hat{c}}_n e^{jn\omega t} + \underline{\hat{c}}_{-n}e^{-jn\omega t}\right] = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\underline{\hat{c}}_n e^{jn\omega t}$
  Umrechnung:
  $c_0 = a_0, \qquad \underline{\hat{c}}_n = \frac{\hat{a}_n - j\hat{b}_n}{2}, \qquad \underline{\hat{c}}_{-n} = \frac{\hat{a}_n + j\hat{b}_n}{2} = \underline{\hat{c}}_n^*$
  Direkte komplexe Koeffizientenberechnung:
  $\underline{\hat{c}}_n = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)e^{-jn\omega t}dt$
  Konvertierung real $\leftrightarrow$ komplex:
  $a_0 = c_0, \qquad \hat{a}_n = 2Re(\underline{\hat{c}}_n), \qquad \hat{b}_n = -2Im(\underline{\hat{c}}_n)$

Symmetrien und Vereinfachungen

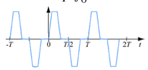
- **Gerade Funktionen:**
  $u(t) = u(-t) \rightarrow$ gerade Funktion $\rightarrow b_n = 0$
  $a_0 = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)dt,$
  $\hat{a}_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\cos(n\omega t)dt$



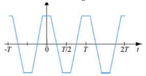
- **Ungerade Funktion:**
  $u(t) = -u(-t) \rightarrow$ ungerade Funktion $\rightarrow a_0 = a_n = 0$
  $\hat{b}_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\sin(n\omega t)dt$



- **Halbwellensymmetrie:**
  $u(t) = -u(t + T/2) \rightarrow a_0 = 0$ und $\hat{a}_{2n} = \hat{b}_{2n} = 0$
  $\hat{a}_{2n-1} = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\cos((2n-1)\omega t)dt$
  $\hat{b}_{2n-1} = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} u(t)\sin((2n-1)\omega t)dt$

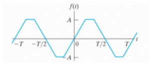


- **Gerade Funktion mit Halbwellensymmetrie:**
  $u(t) = u(-t) = -u(t + T/2) \rightarrow a_0 = \hat{a}_{2n} = \hat{b}_n = 0$
  $\hat{a}_{2n-1} = \frac{8}{T}\int_0^{\frac{T}{4}} u(t)\cos[(2n-1)\omega t]dt$



- **Ungerade Funktion mit Halbwellensymmetrie:**
  $u(t) = -u(-t) = -u(t + T/2) \rightarrow a_0 = \hat{a}_n = \hat{b}_{2n} = 0$

$$\hat{b}_{2n-1} = \frac{8}{T}\int_0^{\frac{T}{4}} u(t)\sin[(2n-1)\omega t]dt$$



- **Achsenverschiebung/Zeitverschiebung:** $t \mapsto t - t_0$
  $\hat{a}_{n,neu} = \hat{a}_n \cos(n\omega t_0) - \hat{b}_n \sin(n\omega t_0)$
  $\hat{b}_{n,neu} = \hat{a}_n \sin(n\omega t_0) - \hat{b}_n \cos(n\omega t_0)$

Spektraldarstellung

$$\boxed{\hat{c}_n = \sqrt{\hat{a}_n^2 + \hat{b}_n^2} \neq \hat{c}_n}$$

Leistung

$$\boxed{P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt}, \quad \boxed{P = U \cdot I_{inPhase} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{b}_{inPhase}}{\sqrt{2}}}$$

Trigonometrische Zusammenhänge

$$\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$$

$$\cos(\arcsin(x)) = \sqrt{1-y^2}, \quad \sin(2\arcsin(x)) = 2x\sqrt{1-y^2}$$

Stammfunktionen für Fourier-Zerlegung

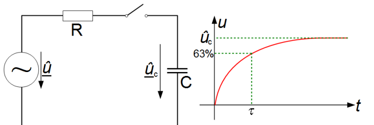
$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\cos(\omega t)dt = \left[-\frac{\cos(2\omega t)}{4\omega}\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\cos(n\omega t)dt = \left[\frac{\cos(\omega t)\cos(n\omega t)+n\sin(\omega t)\sin(n\omega t)}{\omega(n^2-1)}\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\sin(\omega t)dt = \left[\frac{t}{2} - \frac{\sin(2\omega t)}{4\omega}\right]_{T_1}^{T_2}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} \sin(\omega t)\sin(n\omega t)dt = \left[\frac{\cos(\omega t)\sin(n\omega t)-n\sin(\omega t)\cos(n\omega t)}{\omega(n^2-1)}\right]_{T_1}^{T_2}$$

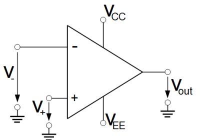
Schaltvorgänge DGL



$\tau = CR$

DGL: $\dot{u}_C + \frac{1}{RC}u_C = \frac{1}{RC}u_0 \Rightarrow u_C(t) = u_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

Operationsverstärker



$$v_{out} = A(v_+ - v_-),$$

$$v_{out} \in [v_{EE}, v_{CC}]$$

Verstärkung: A

Zwischen den Eingängen besteht kein Spannungsunterschied, falls:

- negativer Rückkopplung
- idealer Operationsverstärker
- $v_{out} \in [v_{EE}, v_{CC}]$

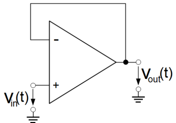
Dann kann man die Eingänge des OPV's als verbunden betrachten.

Idealer Operationsverstärker

$A = \infty$
$R_{in} = \infty$
$R_{out} = 0$

$v_- < v_+ \Rightarrow v_{out} = v_{CC}$
$v_- > v_+ \Rightarrow v_{out} = v_{EE}$

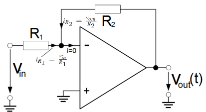
Spannungsfolger



$$v_{out}(t) = v_{in}(t)$$

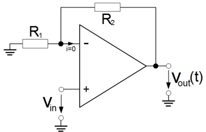
für $v_{in} \in [v_{EE}, v_{CC}]$

Invertierender Verstärker



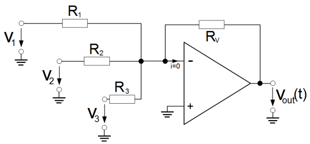
$$\frac{v_{in}}{R_1} + \frac{v_{out}}{R_2} \Leftrightarrow \frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Nicht-invertierender Verstärker



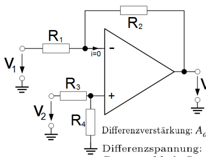
$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

Summierverstärker



$$v_{out} = -\left(\frac{R_V}{R_1}v_1 + \frac{R_V}{R_2}v_2 + \frac{R_V}{R_3}v_3\right)$$

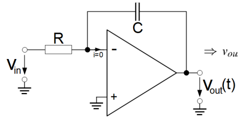
Differenzverstärker



Funktioniert falls $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$

Differenzverstärkung: $A_d = \frac{v_{out}}{v_{in}} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow v_{icm} = 0$
Differenzspannung: $v_{id} = v_2 - v_1$
Common-Mode-Spannung: $v_{icm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$

Integrierer

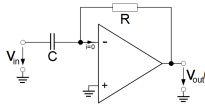


$i_r + i_c = 0 \Leftrightarrow \frac{v_{in}}{R} + C\frac{dv_{out}}{dt}$

$$\Rightarrow v_{out} = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_{in}(t')dt'$$

$$H(s) = -\frac{1}{sCR}$$

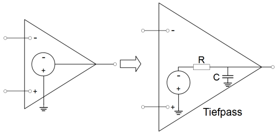
Differenzierer



$$v_{out} = -RC\frac{d}{dt}v_{in}(t)$$

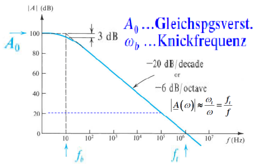
$$H(s) = -sCR$$

Nicht-idealer Operationsverstärker



- Die Geradeausverst. d. realen OPV sinkt mit zunehmender Frequ. Durch entspr. innere Frequenzkompensation wird ein Tiefpassverh. 1. Ordnung erreicht.

$$\underline{A}(\omega) \approx \frac{A_0}{1 + j\omega/\omega_b}$$



- Näherung f. $\omega >> \omega_b$

$$\underline{A}(\omega) \approx \frac{A_0\omega_b}{j\omega}$$

$$|\underline{A}(\omega)| \approx \frac{A_0\omega_b}{\omega}$$

Transitfrequenz: $\boxed{\omega_t = A_0 \cdot \omega_b}$ Nulldurchgang

3dB-Grenze: $\boxed{A_{Schaltung}(0)\frac{1}{\sqrt{2}} = |A_{Schaltung}(\omega)|}$

nach ω umformen um ω_b zubekommen

- **Nicht-idealer invertierender Verstärker:**

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = -\frac{R_2}{R_1}\frac{1}{1 + \frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}{A(\omega)}}$$

- **Nicht-idealer Nicht-invertierender Verstärker:**

$$\frac{v_{out}}{v_{in}} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\frac{1}{1 + \frac{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)}{A(\omega)}}$$

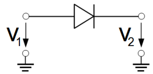
- $A(\omega) = \frac{A_0}{1 + \frac{j\omega}{\omega_b}}$

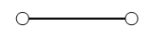
- **dB-Umrechnung**

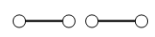
$$\boxed{A_{dB} = 20 \cdot \log_{10} A}$$

$$\boxed{A = 10^{\frac{A_{dB}}{20}}}$$

Dioden

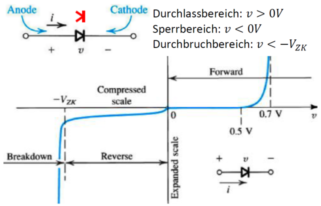


$v_1 = v_2 \Rightarrow$ 

$v_1 < v_2 \Rightarrow$ 

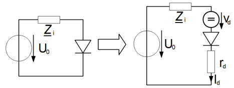
Nicht-ideale Diode

Durchlassbereich: $v > 0V$
Sperrbereich: $v < 0V$
Durchbruchbereich: $v < -V_{ZK}$



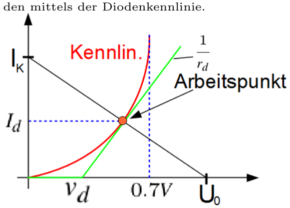
Ersatzschaltbild

1. Diode aus der Schaltung nehmen.
2. Verbleibende Schaltung als Quelle Darstellen.
3. Diode einsetzten mit parasitären Eigenschaften.

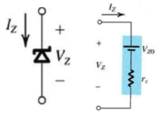


Arbeitspunkt

Mit dem Arbeitspunkt können v_d, I_d und r_d bestimmt werden mittels der Diodenkennlinie.



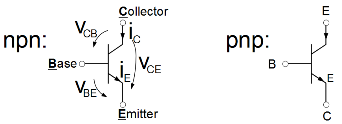
Zenerdiode



Zenerdiode:
Betrieb im Durchbruchbereich, zur Spannungsstabilisierung.

$$V_Z = V_{Z0} + r_Z I_Z$$

Bipolartransistoren (BJT)



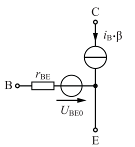
$\boxed{i_E = i_B + i_C}$ $\boxed{i_C = \beta i_B}$ $\boxed{i_C = \alpha i_E}$

β Gerätekonstante $\alpha = \dfrac{\beta}{\beta+1}$ falls $\beta >> 1 \Rightarrow \alpha \approx 1$

Betriebsmodi

- **Sperrbereich:** $v_{BE} < 0.7V$
- **Aktiver Bereich:** $v_{BE} > 0.7V$ $v_{CE} >\approx 0.3V$
- **Sättigungsbereich:** $v_{BE} > 0.7V$ $v_{CE} <\approx 0.2...0.3V$

Ersatzschaltbild

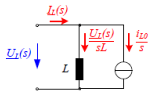


C : Collecter
B : Basis
E : Emitter

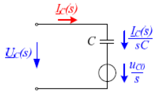
Laplace-Transformation

Komponenten

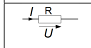
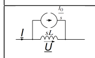
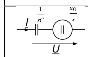
Induktivität:
$\underline{U}_L(s) = L\,s\,\underline{I}_L(s) - L\,i_{L0}$
$\underline{I}_L(s) = \frac{\underline{U}_L(s)}{L\,s} + \frac{i_{L0}}{s}$



Kondensator:
$\underline{I}_C(s) = C\,s\,\underline{U}_C(s) - C\,u_{C0}$
$\underline{U}_C(s) = \frac{\underline{I}_C(s)}{C\,s} + \frac{u_{C0}}{s}$
Allgemein: Wie normal, aber mit $j\omega = s$.



Anfangswerte

ESB	Spannung	Strom
	$U = RI$	$I = \frac{U}{R}$
	$U = sL \cdot I(s) - LI_0$	$I = \frac{U(s)}{sL} + \frac{I_0}{s}$
	$U = \frac{I(s)}{sC} + \frac{U_0}{s}$	$I = sC \cdot U(s) - CU_0$

Eigenschaften

$f(t)$	$F(s)$
$\lambda \cdot f(t) + \mu \cdot g(t)$	$\lambda \cdot F(S) + \mu \cdot G(s)$
$f(a \cdot t), a > 0$	$\frac{1}{a} \cdot F\left(\frac{s}{a}\right)$
$f(t - t_0)$	$e^{-st_0} \cdot F(s)$
$e^{-at} \cdot f(t)$	$F(s + a)$
$f'(t)$	$s \cdot F(s) - f(0)$
$f''(t)$	$s^2 \cdot F(s) - s \cdot f(0) - f'(0)$
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} f^{(k)}(0) s^{n-k-1}$
$-t \cdot f(t)$	$F'(s)$
$t^2 \cdot f(t)$	$F''(s)$
$(-t)^n \cdot f(t)$	$F^{(n)}(s)$
$\int_0^t f(u)du$	$\frac{1}{s} \cdot F(s)$
$\frac{1}{t} \cdot f(t)$	$\int_s^\infty F(u)du$

Heavyside-Funktion: Wird benötigt um Sprünge in Funktionen darzustellen.

$$\sigma(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & sonst \end{cases}$$

Laplace Korrespondenzen

$$1 \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s}$$
$$t \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s^2}$$
$$t^n, (n = 1, 2, ..) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{n!}{s^{n+1}}$$
$$e^{-at} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s+a}$$
$$te^{-at} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(s+a)^2}$$
$$t^n e^{-at}, (n = 1, 2, ..) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$$
$$\frac{1}{a} e^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{as+1}$$
$$\frac{1}{a^2} te^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(as+1)^2}$$
$$1 - e^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s(as+1)}$$
$$\frac{1}{a-b}\left(e^{-\frac{t}{a}} - e^{-\frac{t}{b}}\right) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(as+1)(bs+1)}$$
$$\frac{1}{2a^3} t^2 e^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(as+1)^3}$$
$$1 - \left(1 + \frac{t}{a}\right) e^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s(as+1)^2}$$
$$t - a + ae^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s^2(as+1)}$$
$$1 + \frac{1}{b-a}\left(ae^{-\frac{t}{a}} - be^{-\frac{t}{b}}\right) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s(as+1)(bs+1)}$$
$$\frac{1}{(a-b)^2} e^{-\frac{t}{a}} - \frac{ab+(a-b)t}{(a-b)^2 b} e^{-\frac{t}{b}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(as+1)(bs+1)^2}$$
$$\frac{1}{b-a}\left(e^{-at} - e^{-bt}\right) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(s+a)(s+b)}$$
$$\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{(b-a)^2} + \frac{te^{-bt}}{a-b} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(s+a)(s+b)^2}$$
$$(1 - at)e^{-at} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(s+a)^2}$$
$$\frac{1}{a^3}(a - t)e^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(as+1)^2}$$
$$\frac{ae^{-\frac{t}{b}} - be^{-\frac{t}{a}}}{ab(a-b)} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(as+1)(bs+1)}$$
$$\frac{-e^{-\frac{t}{a}}}{(a-b)^2} + \frac{b^2+(a-b)t}{(a-b)^2 b^2} e^{-\frac{t}{b}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(as+1)(bs+1)^2}$$
$$\frac{1}{a-b}\left(ae^{-at} - be^{-bt}\right) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(s+a)(s+b)}$$
$$\frac{-a(e^{-at} - e^{-bt})}{(a-b)^2} - \frac{bte^{-bt}}{a-b} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(s+a)(s+b)^2}$$
$$\left(\frac{1}{a^3} - \frac{2t}{a^4} + \frac{t^2}{2a^5}\right) e^{-\frac{t}{a}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2}{(as+1)^3}$$
$$\left(1 - 2at + \frac{1}{2}a^2t^2\right) e^{-at} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2}{(s+a)^3}$$
$$\sin(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{a}{s^2+a^2}$$
$$\cos(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{s^2+a^2}$$
$$\sin(at + \phi) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s\sin\phi + a\cos\phi}{s^2+a^2}$$
$$\cos(at + \phi) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s\sin\phi - a\cos\phi}{s^2+a^2}$$
$$\sin^2(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{2a^2}{s(s^2+4a^2)}$$
$$\cos^2(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2+2a^2}{s(s^2+4a^2)}$$
$$e^{-bt}\sin(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{a}{(s+b)^2+a^2}$$
$$e^{-bt}\cos(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s+b}{(s+b)^2+a^2}$$
$$e^{-bt}\sin(at + \phi) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{(s+b)\sin\phi + a\cos\phi}{(s+b)^2+a^2}$$
$$e^{-bt}\cos(at + \phi) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{(s+b)\cos\phi - a\sin\phi}{(s+b)^2+a^2}$$
$$\begin{matrix} \frac{e^{-bt}\sin(\omega_1 t)}{\omega_1}, a^2 > b^2 \\ \frac{e^{-bt}\sinh(\omega_2 t)}{\omega_2}, a^2 < b^2 \\ \omega_1 = \sqrt{a^2 - b^2} \\ \omega_2 = \sqrt{b^2 - a^2} \end{matrix} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{s^2+2bs+a^2}$$
$$\begin{matrix} e^{-bt}\cos\left(\sqrt{a^2 - b^2}t\right) \\ e^{-bt}\cosh\left(\sqrt{b^2 - a^2}t\right) \end{matrix} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s+b}{s^2+2bs+a^2}$$
$$t\sin(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{2as}{(s^2+a^2)^2}$$
$$t\cos(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$$
$$t^2\sin(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; 2a\frac{3s^2-a^2}{(s^2+a^2)^3}$$
$$t^2\cos(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; 2\frac{s^3-3a^2s}{(s^2+a^2)^3}$$
$$\sinh(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{a}{s^2-a^2}$$
$$\cosh(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{s^2-a^2}$$
$$\frac{a(b-c)e^{-at} + b(c-a)e^{-bt} + c(a-b)e^{-ct}}{(a-b)(b-c)(c-a)} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(s+a)(s+b)(s+c)}$$
$$\frac{1}{(a-b)^2 a} e^{-\frac{t}{a}} \frac{b(a-2b)-(a-b)t}{(a-b)^2 b^3} e^{-\frac{t}{b}} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2}{(as+1)(bs+1)^2}$$
$$\frac{bc(c-b)e^{-\frac{t}{a}} + ca(a-c)e^{-\frac{t}{b}} + ab(b-a)e^{-\frac{t}{b}}}{abc(a-b)(b-c)(c-a)} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2}{(as+1)(bs+1)(cs+1)}$$
$$\frac{a^2}{(a-b)^2} e^{-at} - \frac{2ab-b^2-b^2(a-b)t}{(a-b)^2} e^{-bt} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2}{(s+a)(s+b)^2}$$
$$\frac{a^2(c-b)e^{-at} + b^2(a-c)e^{-bt} + c^2(b-a)e^{-ct}}{(a-b)(b-c)(c-a)} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2}{(s+a)(s+b)(s+c)}$$
$$\frac{a(c-b)e^{-\frac{t}{a}} + b(a-c)e^{-\frac{t}{b}} + c(b-a)e^{-\frac{t}{c}}}{(a-b)(b-c)(c-a)} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(as+1)(bs+1)(cs+1)}$$
$$\frac{(c-b)e^{-at} + (a-c)e^{-bt} + (b-a)e^{-ct}}{(a-b)(b-c)(c-a)} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(s+a)(s+b)(s+c)}$$
$$\frac{(b-c)e^{-\frac{t}{a}} + (c-a)e^{-\frac{t}{b}} + (a-b)e^{-\frac{t}{c}}}{(a-b)(b-c)(c-a)} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(as+1)(bs+1)(CS+1)}$$
$$\begin{matrix} 1 - e^{-bt}\left[\cos(\omega_1 t) + \frac{b}{\omega_1}\sin(\omega_1 t)\right], \\ a^2 > b^2 \\ 1 - e^{-bt}\left[\cosh(\omega_2 t) + \frac{b}{\omega_2}\sinh(\omega_1 t)\right], \\ a^2 < b^2 \end{matrix} \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{a^2}{s(s^2+2bs+a^2)}$$
$$\text{mit } \omega_1 = \sqrt{a^2 - b^2},\ \omega_2 = \sqrt{b^2 - a^2}$$
$$\cosh(at) = \frac{1}{2}(e^{at} - e^{-at}) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{s^2-a^2}$$
$$\frac{1}{2a^3}\left[at\cosh(at) - \sinh(at)\right] \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{1}{(s^2-a^2)^2}$$
$$\frac{t}{2a}\sinh(at) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{(s^2-a^2)^2}$$
$$\frac{1}{2a}\left[at\cosh(at) + \sinh(at)\right] \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s^2}{(s^2-a^2)^2}$$

Einheitenpräfixe

Zehnerpotenz	Präfix	Symbol
10^{12}	Tera	T
10^{9}	Giga	G
10^{6}	Mega	M
10^{3}	Kilo	k

Zehnerpotenz	Präfix	Symbol
10^{-3}	Milli	m
10^{-6}	Mikro	μ
10^{-9}	Nano	n
10^{-12}	Piko	p
10^{-15}	Femto	f
10^{-18}	Atto	a
10^{-21}	Zepto	y
10^{-24}	Yokto	Y

Ortskurven

► Drei mögliche Fälle

1. $L / C > R^2$
2. $L / C = R^2$
3. $L / C < R^2$

Zahlenbeispiel
$R = 5\Omega / 10\Omega / 20\Omega$
$L = 1mH$
$C = 10\mu F$

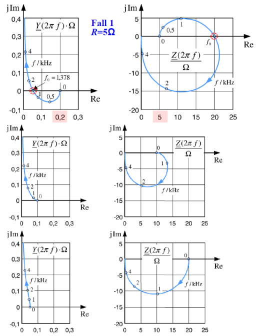
Fall 1
***R*=5Ω**

Fall 2
***R*=10Ω**

$R = \sqrt{\frac{L}{C}} = 10\Omega$

Fall 3
***R*=20Ω**

$R > \sqrt{\frac{L}{C}} = 10\Omega$



Trigonometrische Beziehungen

Additionstheoreme:

- $\sin(a \pm b) = \sin(a)\cos(b) \pm \cos(a)\sin(b)$
- $\cos(a \pm b) = \cos(a)\cos(b) \pm \sin(a)\sin(b)$
- $\tan(a \pm b) = \frac{\tan a \pm \tan b}{1 \mp \tan(a)\tan(b)}$
- $\sin(a + b)\sin(a - b) = \cos^2 b - \cos^2 a$
- $\cos(a + b)\cos(a - b) = \cos^2 b - \sin^2 a$
- $\sinh(a + b) = \sinh(a)\cosh(b) + \cosh(a)\sinh(b)$
- $\cosh(a + b) = \cosh(a)\cosh(b) + \sinh(a)\sinh(b)$

Kosinussatz:

- $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$

Sinussatz:

- $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{abc}{2A} = 2r$