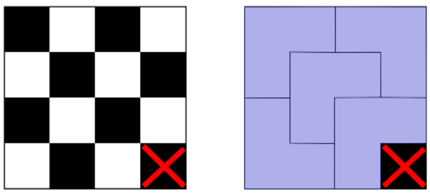
Extra Aufgaben für die TA-Unterrichtsstunde AnD von Maximilian Schlegel

Disclaimer: Diese Aufgaben sind nicht Teil des offiziellen Unterrichtsmaterials. Ich garantiere nicht für die Korrektheit von jeglichen hier stehenden Aufgabenstellungen oder Lösungen. Es ist nicht notwendig diese Aufgaben zu lösen, um das Fach Algorithmen und Datenstrukturen erfolgreich zu bestehen. Diese Aufgaben sollen viel mehr als Übung für Interessierte verstanden werden – oder eine Hilfestellung bieten, um etwaige Verständnislücken zu füllen. Der Schwierigkeitsgrad der einzelnen Aufgaben kann unter Umständen stark variieren. Einige der hier gestellten Aufgaben sind Fremdquellen entnommen, beispielsweise alten Prüfungen oder Aufgabensammlungen im Internet. Diese sind entsprechend gekennzeichnet. Lösungen (oder Verlinkungen zu Lösungen/Lösungshilfen) können auf einem weiteren PDF (https://n.ethz.ch/~mschlegel) gefunden werden, allerdings existieren nicht für alle Aufgaben Lösungen. Viele dieser Aufgaben sind eventuell vollkommen irrelevant für die Prüfung und sind nur hier, für diejenigen, die sich tiefer mit bestimmten Themen beschäftigen wollen

Aufgaben zur mathematischen Induktion:

1) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n*(n+1)*(n+2)}{6}$
2) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N}, n > 4 : n! > 2^n$ (*1)
3) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$
4) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 3 : n^2 \geq 2n + 3$ (Aufgabe aus Klausur FS20, T2.a)
5) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{n}$ (Aufgabe aus Klausur HS19, T2.d)
6) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^{2^n-1}\frac{1}{k} \leq n$ (*2)
7) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N}$: Wenn man ein Kästchen von einem $2^n \times 2^n$ Schachbrett entfernt, kann man die restlichen Kästchen perfekt mit, aus je drei Kästchen bestehenden L-Tiles belegen:



(a) 4 × 4 chessboard (b) covering

(*3)

8) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : gcd(f_n, f_{n+1}) = 1$, wobei f_n die n-te Fibonacci-Zahl ist (*4)
9) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : n^3 + 5m$ ist durch 6 teilbar (*5)
10) Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n*(n+1)}{2}$

Aufgaben zu “Asymptotic Growth”:

Funktion $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$	Funktion $g: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$	Welche Funktion wächst schneller?
$f(n) = n^2$	$g(n) = 2^n - n^4$	
$f(n) = 1000n + \log(n)$	$g(n) = \log(n) * \sqrt{n}$	
$f(n) = n^2 + n + 1$	$g(n) = 10n^2$	
$f(n) = n!$	$g(n) = \left(\frac{n}{2}\right)^n$	
$f(n) = \log_4(n^3) * \sqrt[5]{n^2}$	$g(n) = \log_2(n^2) * e^{\ln(n^2)}$	
$f(n) = n * \sqrt{n} * \log^2(n) * n$	$g(n) = n * \sum_{i=1}^{n} \log_8^2 i$	

(UNDER CONSTRUCTION)