ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

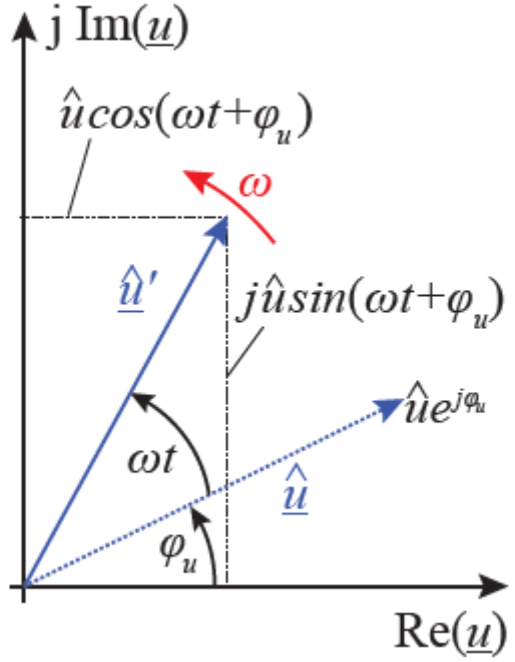
Netzwerke und Schaltungen II

Übung 2
Impedanzen & Zeigerdiagramme

THEORIE FÜR DIE ÜBUNG

$$\underline{\hat{u}} = \hat{u}\, e^{j\varphi_u}$$

$$\underline{\hat{u}}'(t) = \hat{u}\, e^{j\varphi_u} \cdot e^{j\omega t}$$



Wiederholung: Berechnung von Netzwerken mit Zeigern

- **Transformation der Quellgrössen in den Bildbereich**
  - **Zeiger der Quellgrösse bestimmen**
    - $\hat{u}\, \boldsymbol{cos}(\boldsymbol{\omega t} + \boldsymbol{\varphi_u}) \rightarrow \underline{\hat{u}} = \hat{u}\, \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j\varphi_u}}$
    - $+\varphi_u$
    - $\hat{u}\, \boldsymbol{sin}(\boldsymbol{\omega t} + \boldsymbol{\varphi_u}) = \hat{u}\, \boldsymbol{cos}\left(\boldsymbol{\omega t} - \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}\right) \rightarrow \underline{\hat{u}} = \hat{u}\, \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j}\left(\boldsymbol{\varphi_u} - \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{2}}\right)}$
- **Analyse des Netzwerkes im Bildbereich**
  - **Knotengleichungen**

$$\sum_{k=1}^{N} \underline{\hat{\boldsymbol{i}}}_{\boldsymbol{k}} = \mathbf{0}$$

  - **Maschengleichungen**

$$\sum_{k=1}^{N} \underline{\hat{\boldsymbol{u}}}_{\boldsymbol{k}} = \mathbf{0}$$

  - **Beziehung der Ströme und Spannungen an Bauelementen mit Impedanzen**
- **Rücktransformation in den Zeitbereich**
  - **Gesuchte Grösse (z.B. $\underline{\hat{u}}_2$)**
  - $\boldsymbol{u_2(t)} = \Re\{\underline{\hat{u}}_2\, \boldsymbol{e}^{\boldsymbol{j\omega t}}\}$

Wiederholung: Operationen im Bildbereich

- **Differentiation**

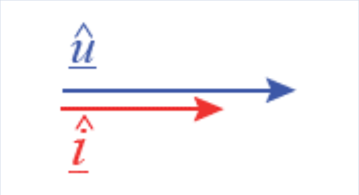
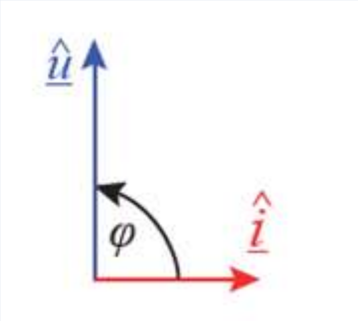
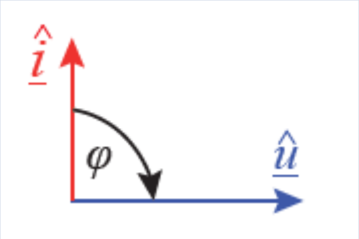
$$\frac{d}{dt}\left(\underline{\hat{u}}\, e^{j\omega t}\right) = j\omega \cdot \underline{\hat{u}}\, e^{j\omega t}$$

- **Integration**

$$\int \underline{\hat{u}}\, e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega} \cdot \underline{\hat{u}}\, e^{j\omega t}$$

Zeitbereich	Bildbereich
$\frac{d}{dt} \ldots$	$j\omega \cdot \ldots$
$\int \ldots dt$	$\frac{1}{j\omega} \cdot \ldots$

Wiederholung: Zeigerdiagramme der Bauelemente R, L, C

Bauelement	Zeitbereich	Bildbereich	Zeigerdiagramm
Widerstand	$\boldsymbol{u_R = R \cdot i_R}$	$\underline{\hat{u}}_R = R \cdot \underline{\hat{\imath}}_R$	
Induktivität	$\boldsymbol{u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}}$	$\underline{\hat{u}}_L = j\omega L \cdot \underline{\hat{\imath}}_L$	
Kondensator	$\boldsymbol{u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C dt}$	$\underline{\hat{u}}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{\hat{\imath}}_C = -\frac{j}{\omega C} \cdot \underline{\hat{\imath}}_C$	

Impedanzen I

Bauelement	Zeitbereich	Bildbereich	Impedanz
Widerstand	$\boldsymbol{u_R = R \cdot i_R}$	$\underline{\hat{u}}_R = R \cdot \underline{\hat{i}}_R$	$\underline{Z}_R = R$
Induktivität	$\boldsymbol{u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt}}$	$\underline{\hat{u}}_L = j\omega L \cdot \underline{\hat{i}}_L$	$\underline{Z}_L = j\omega L$
Kapazität	$\boldsymbol{u_C = \frac{1}{C} \cdot \int i_C dt}$	$\underline{\hat{u}}_C = \frac{1}{j\omega C} \cdot \underline{\hat{i}}_C = -\frac{j}{\omega C} \cdot \underline{\hat{i}}_C$	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C}$

Impedanz Z bezeichnet den zeitlich unabhängigen komplexen Wechselstromwiderstand

$$\underline{\hat{u}} = \underline{Z}\, \underline{\hat{i}}$$

Impedanzen II

- **Mit Wirkwiderstand (Resistenz) R und Blindwiderstand (Reaktanz) X**

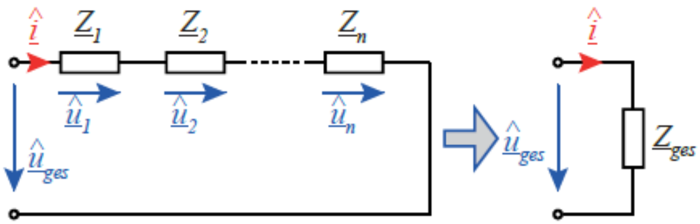
$$\underline{Z} = R + jX = |\underline{Z}|e^{j\varphi} \qquad [\underline{Z}] = \Omega$$

- **Mit Wirkleitwert (Konduktanz) G und Blindleitwert (Suszeptanz) B**

$$\underline{Y} = G + jB = |\underline{Y}|e^{j\psi} \qquad [\underline{Y}] = \Omega^{-1}$$

- **Reihenschaltung**

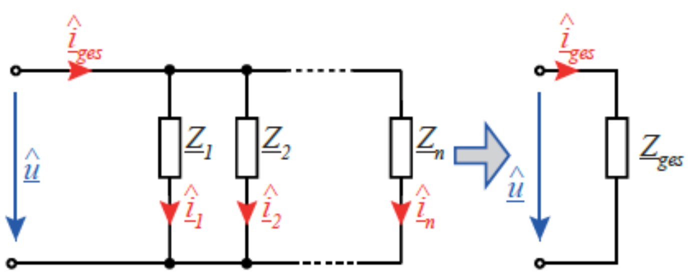
$$\underline{Z}_{ges} = \sum_k^n \underline{Z}_k$$



- **Parallelschaltung**

$$\underline{Y}_{ges} = \sum_k^n \underline{Y}_k$$

$$\underline{Z}_{ges} = \frac{1}{\sum_k^n \frac{1}{\underline{Z}_k}}$$



- **WICHTIG:** mit Impedanzen kann man rechnen wie mit Widerständen
- Es gelten also der SPANNUNGSTEILER und STROMTEILER

- Wir werden in 99% der Fälle mit Zeigern und Impedanzen rechnen

- **Generelles Vorgehen**
  - Quellen in Zeiger umwandeln
  - Widerstände -> R, Induktivitäten -> jwL, Kondensatoren -> 1/(jwC)
  - Mit $\underline{\hat{u}} = \underline{Z}\,\underline{\hat{i}}$ und Tricks aus NuS I gesuchte Grösse(n) finden
  - (falls verlangt) Zeigerdiagramm zeichnen
  - (falls verlangt) Rücktransformation in Zeitbereich (s. Slide 4)

«Eigenschaften» vom Blindwiderstand X

- Für $X = 0$ haben die Spannung und der Strom dieselbe Phase (am entsprechenden Bauteil)

- Für den Blindwiderstand der Gesamtimpedanz Z_{tot} gilt:

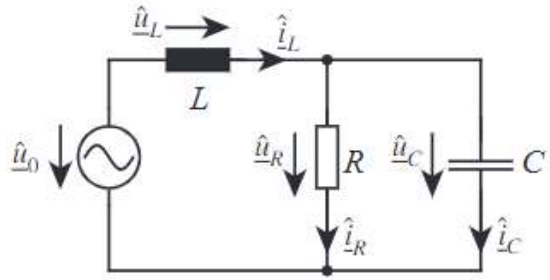
  $X > 0$: «Netzwerk ist induktiv»

  $X < 0$: «Netzwerk ist kapazitiv»

BEISPIELAUFGABE

Aufgabe 1 Komplexe Impedanzen und Zeigerdiagramme

Gegeben sie die Schaltung aus einer Induktivität L, einem Widerstand R und einer Kapazität C wie in Abb. 1 dargestellt. Die Schaltung wird von einer Sinusspannungsquelle mit der Ausgangsspannung $u_0 = \hat{u}_0 \cdot cos(\omega t)$ gespeist.



→ Beispiele 2

Abbildung 1: RLC Schaltung

1.1) Geben Sie die Gesamtimpedanz der Schaltung an.

1.2) Bestimmen Sie den komplexen Amplitudenzeiger $\underline{\hat{i}}_C$ des Stroms durch die Kapazität C.

1.3) Skizzieren Sie die Zeitverläufe der Spannung $u_0(t)$ sowie es Stroms $i_C(t)$. Nehmen Sie dabei eine Phasenverschiebung von $-22.5°$ für den Strom an. Die Phase der Spannung sei $0°$.

1.4) Konstruieren Sie qualitativ ein Zeigerdiagramm für alle Spannungen und Ströme der Schaltung. Legen Sie dabei den Strom $\underline{\hat{i}}_R$ in die reelle Achse.


Kahoot!

Tipps für Serie 2

1.3) gleiche Spannung $\underline{\hat{u}}$ an jeder Impedanz!

1.4) $i(t) = \Re\{\underline{\hat{i}}\, e^{j\omega t}\}$

2.1) $u(t) = 50 \cdot \sqrt{2}\,V \sin(2\pi f \cdot t) = 50 \cdot \sqrt{2}\,V \cos(2\pi f t - \frac{\pi}{2})$

3.) siehe Beispielaufgabe

4.) $u(t) = 200V \cos(2\pi \cdot 1000\,Hz \cdot t)$

verwende das Vorgehen aus Slide 9

und fasse Impedanzen zusammen um Spannungsteiler & co. anzuwenden

Unterlagen unter https://n.ethz.ch/~msteinkel