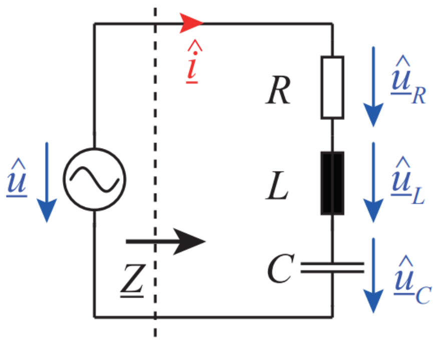
ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

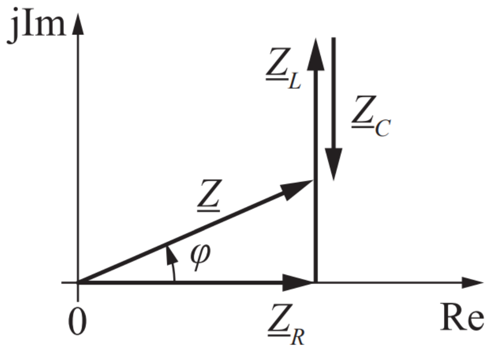
Komplexe Wechselstromrechnung

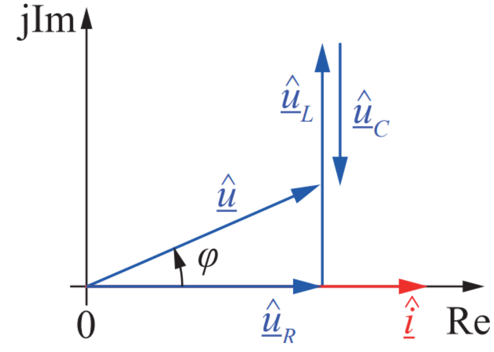
Übung 3
Filter & Resonanzkreis

THEORIE FÜR DIE ÜBUNG

Serienschwingkreis

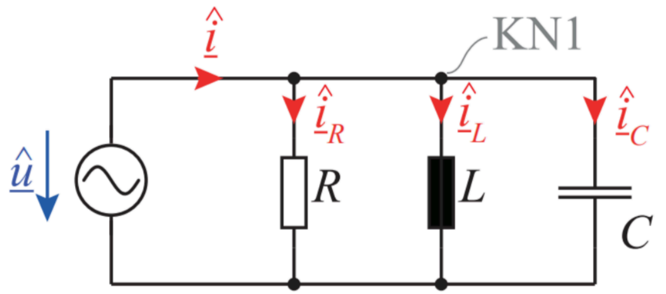


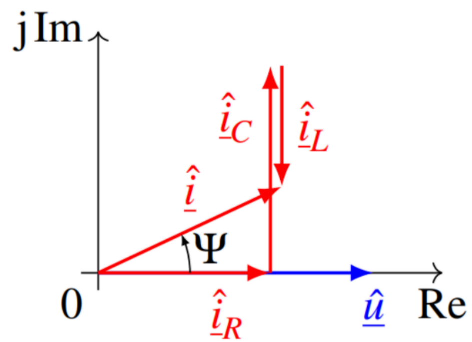


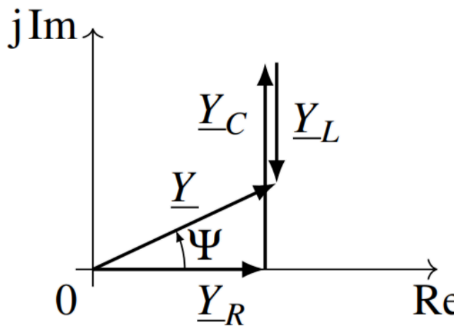


- **Impedanz:** $\underline{Z} = \underline{Z}_R + \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$
- **Die Gesamtimpedanz ist rein reel wenn:** $0 = \underline{Z}_L + \underline{Z}_C = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$
- **Resonanzfrequenz:** $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ nach ω lösen
- **Achtung: Bei der Resonanzfrequenz sind $\hat{\underline{u}}_L$ und $\hat{\underline{u}}_C$ nicht 0 und können sogar grösser sein als $\hat{\underline{u}}$ -> Spannungsüberhöhung.**
- **Güte:** $\boxed{Q_S = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}$ **bei** $\boxed{Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}}$ **keine Spannungsüberhöhung**

Parallelschwingkreis







- **Admittanz:** $\underline{Y} = \underline{Y}_R + \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = \frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$
- **Das Minimum der Admittanz tritt auf wenn:** $0 = \underline{Y}_L + \underline{Y}_C = \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$
- **Resonanzfrequenz:** $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- **Achtung: Bei der Resonanzfrequenz sind $\hat{\underline{i}}_L$ und $\hat{\underline{i}}_C$ nicht 0 und können sogar grösser sein als $\hat{\underline{i}}$ -> Stromüberhöhung.**
- **Güte:** $\boxed{Q_P = R\sqrt{\frac{C}{L}}}$ **bei** $\boxed{Q \leq \frac{1}{\sqrt{2}}}$ **keine Stromüberhöhung**

Filter - Grundlagen

- **Übertragungsverhalten ist abhängig von der Frequenz *f* und wird i.d.R als das Verhältnis der Ausgangsspannung zur Eingangsspannung dargestellt.**

- **Passive Filter bestehen aus Widerstand, Spule und/oder Kondensatoren**

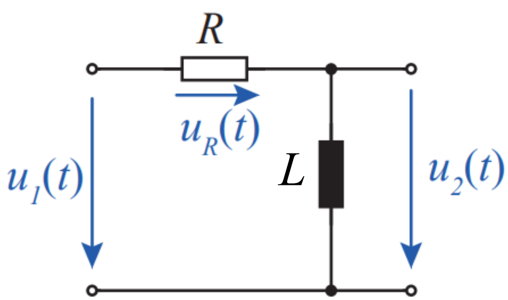
- **Frequenzverhalten:**

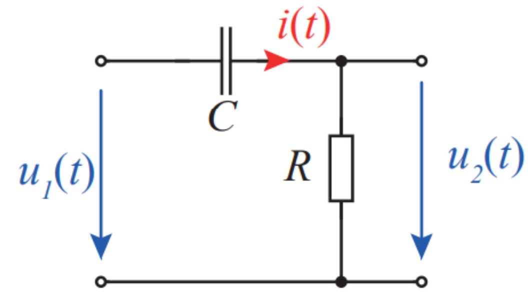
Impedanzen	Z_R	Z_C	Z_L
$\omega \to 0$	R	∞	0
$\omega \to \infty$	R	0	∞

$$\underline{Z}_R = R \qquad \underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} \qquad \underline{Z}_L = j\omega L$$

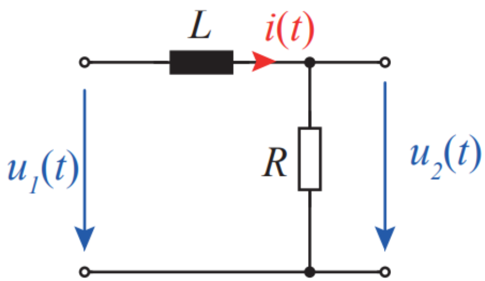
Filter - Typen

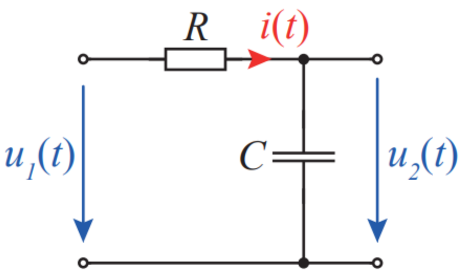
- **Hochpass: Hohe Frequenzen werden übertragen, tiefe Frequenzen werden gesperrt. Bsp. Hochpass 1. Ordnung:**





- **Tiefpass: Tiefe Frequenzen werden übertragen, hohe Frequenzen werden gesperrt. Bsp. Tiefpass 1. Ordnung:**





- **Bandpass: Frequenzen in einem gewissen Bereich werden übertragen, Frequenzen ausserhalb dieser Grenzen werden gesperrt.**

Filter - Formeln

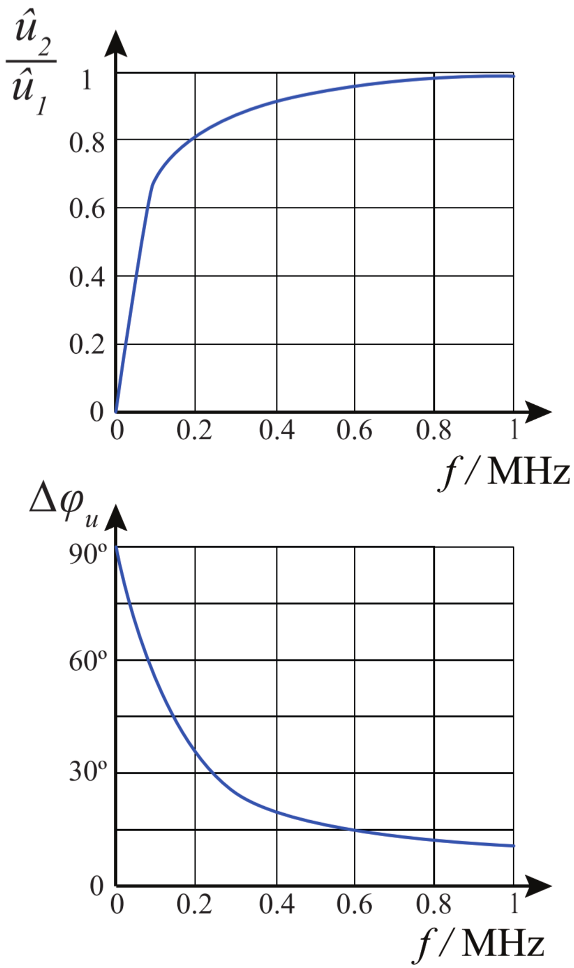
- **Verstärkung:** $$v_u = \frac{|\hat{\underline{u}}_a|}{|\hat{\underline{u}}_e|}$$
- **Verstärkung in Dezibel:** $$v_{u,dB} = 20 \cdot log_{10} \frac{|\hat{\underline{u}}_a|}{|\hat{\underline{u}}_e|}$$
- **Phasenverschiebung:** $$\varphi = \varphi_{u_a} - \varphi_{u_e}$$

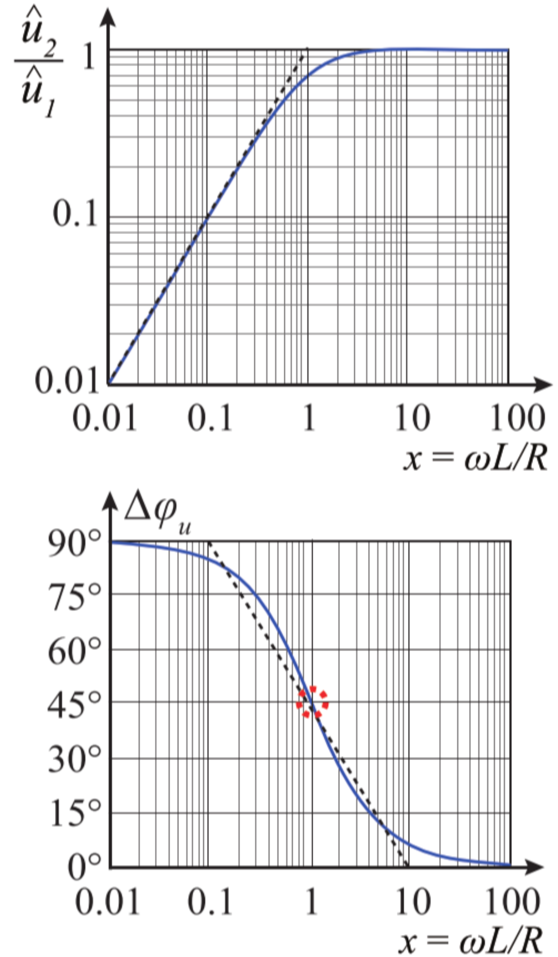
- **Der Amplitudengang und der Phasengang werden häufig in doppel-logarithmischer Darstellung präsentiert → Bodeplot**

nächste Woche detailliert

Filter – Darstellung im Bodeplot

Bodeplot: Amplituden- und Phasengang logarithmisch dargestellt

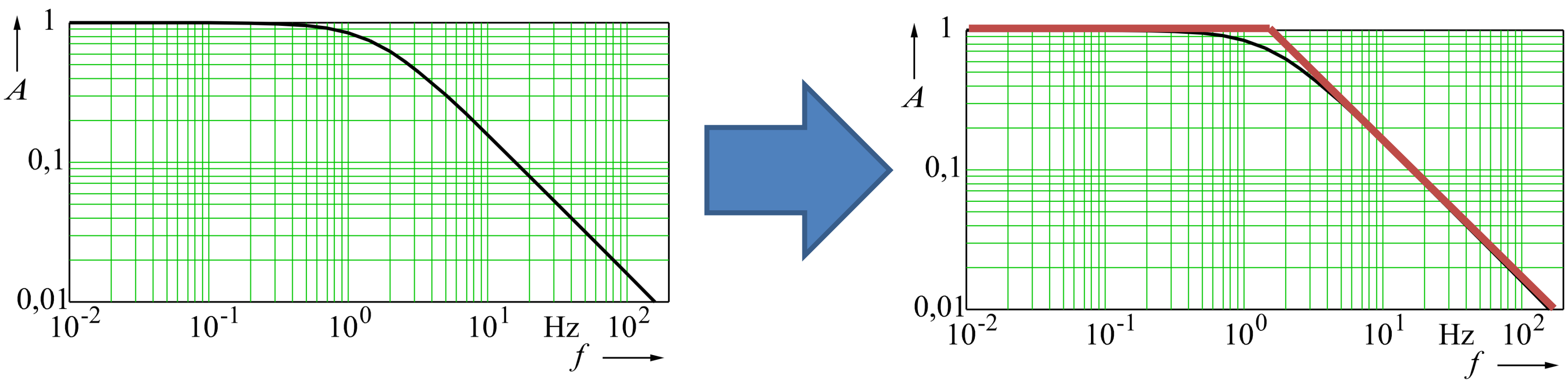




Filter – Begriffe

- **Knick-/Grenzfrequenz**
  - **Für Filter 1. Ordnung bei** $v_{u,dB} = -3dB$
  - $-3dB$ **entspricht** $\approx \underbrace{70.7\%}_{\frac{1}{\sqrt{2}}}$ **der Eingangsamplitude**
- **Ordnung**
  - **Beschreibung der Dämpfung für Frequenzen unterhalb / oberhalb der Grenzfrequenz**

-> Annäherung mit zwei Geraden im Bodeplot:



BEISPIELAUFGABE

Beispielaufgabe - Brückenschaltung

Das in Abb.1 dargestellte Netzwerk wird an eine harmonische Spannungsquelle $\underline{\hat{u}_0} = \hat{u}_o e^{j0}$ mit der Kreisfrequenz ω angeschlossen.

→ Beispiele 3

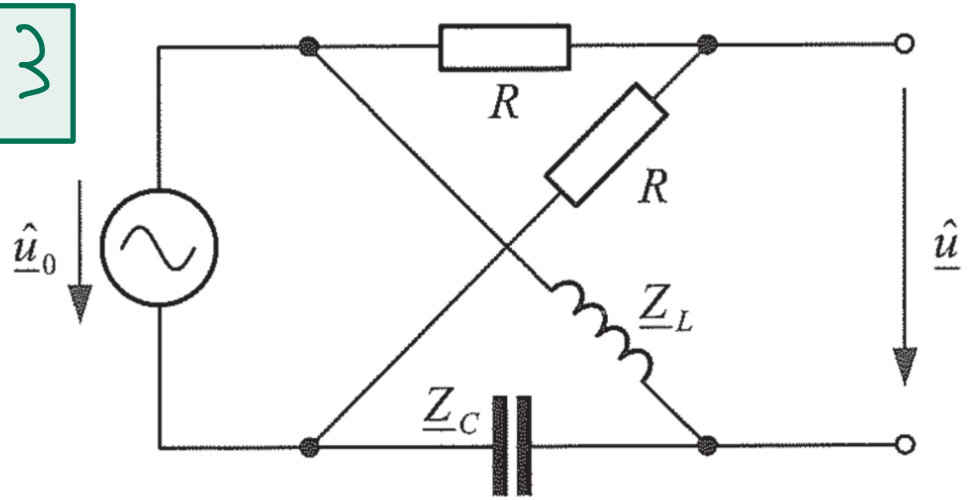


Abbildung 1: Brückenschaltung

1. Berechnen Sie die Spannung $\underline{\hat{u}}$ in Abhängigkeit von der Quellenspannung $\underline{\hat{u}}_0$ und den Netzwerkelementen R, L und C.
2. Welche Werte nimmt die Spannung $\underline{\hat{u}}$ bei $\omega = 0$ und bei $\omega \to \infty$ an?

Kahoot!

Tipps für Serie 3

1.1) Stromteiler zwischen $R+\frac{1}{j\omega C}$ und $j\omega L_2$

1.2) $\max\limits_{\omega} \left|\frac{\text{const}}{f(\omega)}\right| = \max\limits_{\omega} \frac{1}{|f(\omega)|} = \min\limits_{\omega} |f(\omega)|$

Betrag einer komplexen Zahl $z = a + jb$ ist $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

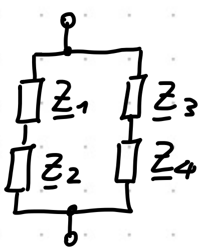
2.2) ihr werdet etwas bekommen wie: $\underline{\hat{i}}_a = \frac{a\,\underline{\hat{u}}}{b + cR_a}$

$\Rightarrow$ damit $\underline{\hat{i}}_a$ unabhängig von R_a ist muss $c \overset{!}{=} 0$ gelten

$\Rightarrow \mathrm{Re}\{c\} \overset{!}{=} 0$ und $\mathrm{Im}\{c\} \overset{!}{=} 0$

3. Spannungsteiler! Amplitudengang ist $\left|\frac{\underline{\hat{u}}_0}{\underline{\hat{u}}_S}\right|$

4.



$\Rightarrow \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \overset{!}{=} \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4}$

Unterlagen unter https://n.ethz.ch/~msteinkel