

Netzwerke und Schaltungen II

Übung 6

Superposition, Ersatzquellen, Stern-Dreieck-Umwandlung

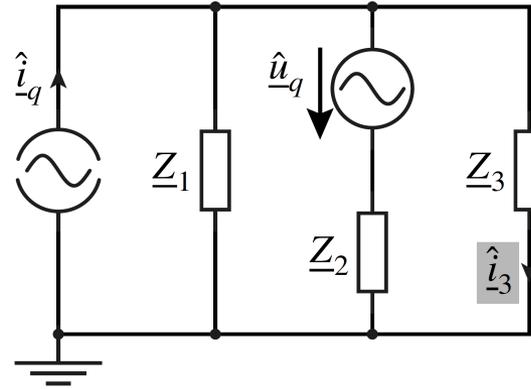


THEORIE FÜR DIE ÜBUNG

- **Lineare Netzwerke** -> Teileinflüsse einzelner Quellen können aufsummiert werden, um Gesamtergebnis zu erhalten
- **Teileinfluss einer Quelle** -> andere Quellen null setzen
 - **Spannungsquelle** -> **Kurzschluss (0 V Spannungsabfall)**
 - **Stromquelle** -> **Leerlauf (0 A Strom)**
- **Superposition nicht gültig** für nichtlineare Netzwerke
- **Lineare Netzwerke können enthalten**
 - **Widerstand**
 - **Spule**
 - **Kapazität**
 - **Stromquellen**
 - **Spannungsquellen**
 - **Keine Dioden**
 - **Keine Transistoren**

Superposition Beispiel

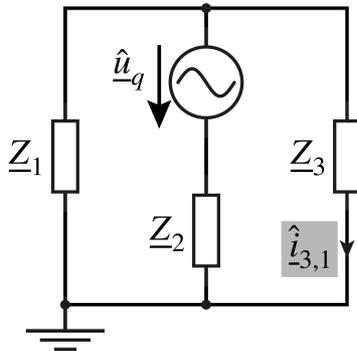
- **Superposition**
– **Gesucht:** \hat{i}_3



- **Lösung**
 $\hat{i}_3 = \hat{i}_{3,1} + \hat{i}_{3,2}$

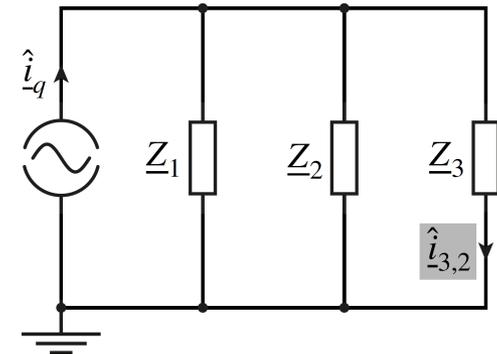
- **Wirkung von \hat{u}_q**

$$\hat{i}_{3,1} = \frac{1}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_3)} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \hat{u}_q$$



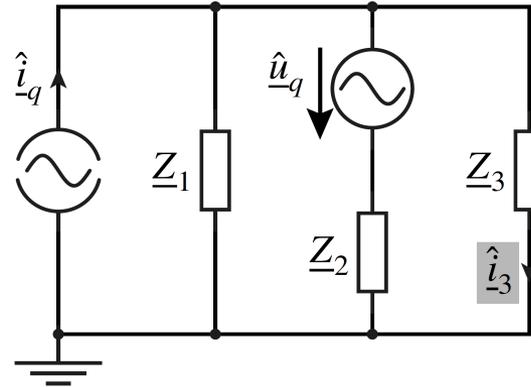
- **Wirkung von \hat{i}_q**

$$\hat{i}_{3,2} = \frac{(\underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_1 \parallel \underline{Z}_2) + \underline{Z}_3} \hat{i}_q$$



Superposition Beispiel - Lösung I

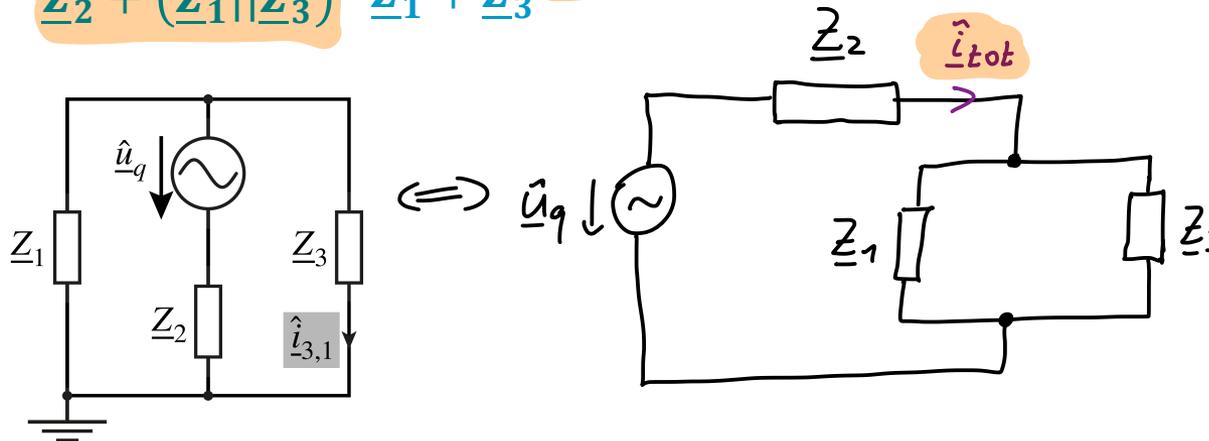
- **Superposition**
– **Gesucht:** \hat{i}_3



- **Lösung**
 $\hat{i}_3 = \hat{i}_{3,1} + \hat{i}_{3,2}$

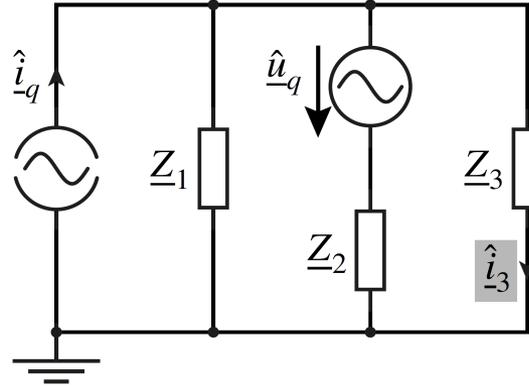
- **Wirkung von \hat{u}_q**

$$\hat{i}_{3,1} = \frac{1}{\underline{Z}_2 + (\underline{Z}_1 || \underline{Z}_3)} \cdot \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3} \hat{u}_q$$



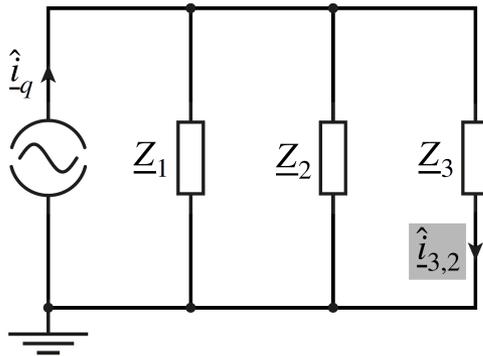
Superposition Beispiel – Lösung II

- **Superposition**
– **Gesucht: \hat{i}_3**

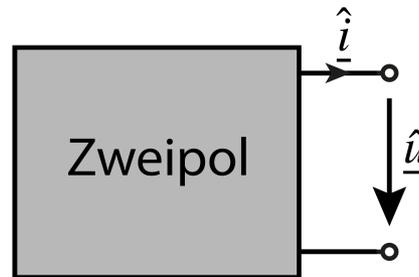


- **Lösung**
 $\hat{i}_3 = \hat{i}_{3,1} + \hat{i}_{3,2}$

- **Wirkung von \hat{i}_q**
$$\hat{i}_{3,2} = \frac{(\underline{Z}_1 || \underline{Z}_2)}{(\underline{Z}_1 || \underline{Z}_2) + \underline{Z}_3} \hat{i}_q$$

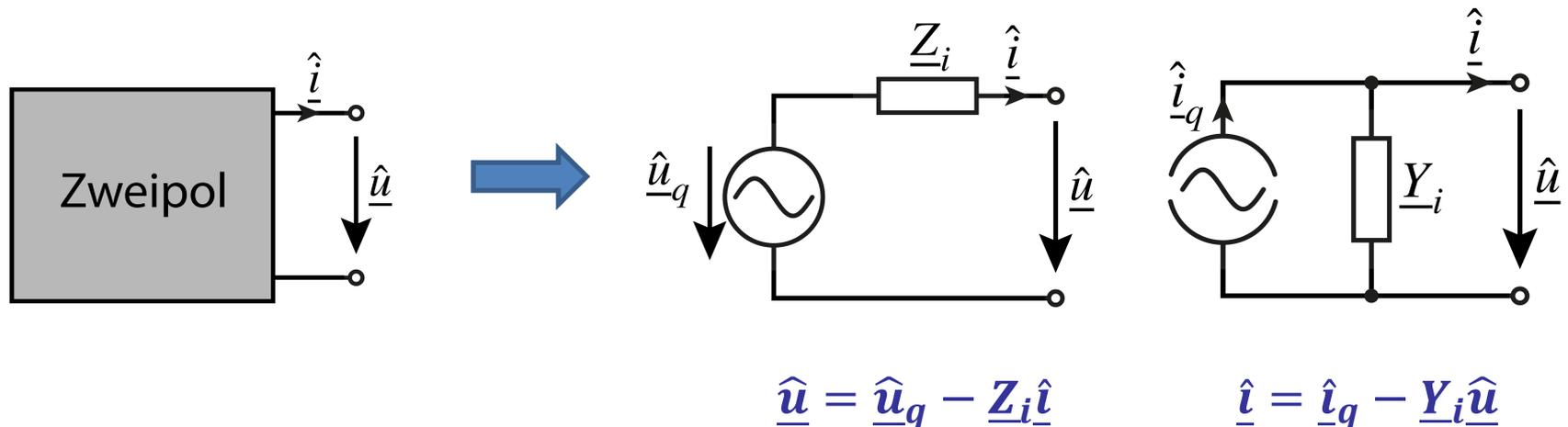


- Ein Zweipol ist ein abgeschlossenes Netzwerk ohne elektrische oder magnetische Kopplung nach aussen.
 - **Passive Zweipole:** Bestehen nur aus passiven Bauelementen (R, L, C und Transformatoren)
 - **Aktive Zweipole:** Enthalten neben passiven Bauelementen auch Quellen
- **Lineare Zweipole** weisen ein lineares Klemmenverhalten auf.



Ersatzschaltung / Thévenin und Norton

- Das Klemmenverhalten des Zweipols kann vollständig durch einen Ersatzzweipol beschrieben werden.
- Die zwei meist verwendeten Ersatznetzwerke sind
 - Ersatzspannungsquelle (Thévenin-Ersatzschaltung)
 - Ersatzstromquelle (Norton-Ersatzschaltung)



- **Klemmgleichungen:**
 - Thévenin: $\underline{\hat{u}} = \underline{\hat{u}}_q - \underline{Z}_i \underline{\hat{i}}$
 - Norton: $\underline{\hat{i}} = \underline{\hat{i}}_q - \underline{Y}_i \underline{\hat{u}}$
- **Jeweils zwei Unbekannte:**
 - Thévenin: $\underline{\hat{u}}_q$ und \underline{Z}_i
 - Norton: $\underline{\hat{i}}_q$ und \underline{Y}_i
- **Zwei beliebige Punkte notwendig zur Bestimmung der Unbekannten**
- **Meist verwendete Kenngrößen:**
 - Leerlauf $\underline{\hat{u}}_{LL}$
 - Kurzschluss $\underline{\hat{i}}_{KS}$
 - Innenimpedanz/-admittanz \underline{Z}_i , resp. \underline{Y}_i

- **Leerlaufspannung \hat{u}_{LL}**
 - Strom zwischen Klemmen auf null setzen und dann die daraus folgende Spannung berechnen.
- **Kurzschlussstrom \hat{i}_{KS}**
 - Klemmen kurzschliessen und den daraus folgenden Strom berechnen.
- **Innenimpedanz/-admittanz \underline{Z}_i , resp. \underline{Y}_i**
 - Alle Quellen auf null setzen und dann die Impedanz/Admittanz zwischen den Klemmen berechnen.
- **Superposition**
 - Allenfalls ist für die Berechnung der obigen Grössen die Anwendung des Superpositionsprinzips (Überlagerungssatz) notwendig.

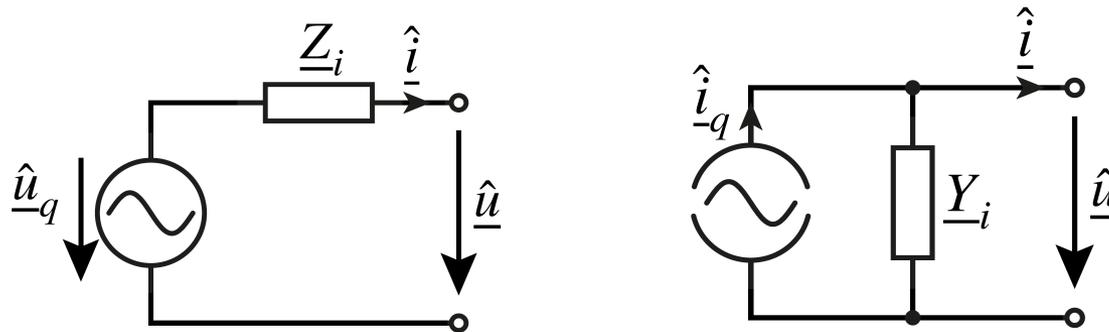
- **Kurzschluss an Anschlussklemmen**

- $\underline{\hat{u}} = 0 \rightarrow \underline{\hat{i}} = \underline{\hat{i}}_{KS} = \underline{\hat{i}}_q = \frac{\underline{\hat{u}}_q}{\underline{Z}_i}$

- **Leerlauf an Anschlussklemmen**

- $\underline{\hat{i}} = 0 \rightarrow \underline{\hat{u}} = \underline{\hat{u}}_{LL} = \underline{\hat{u}}_q = \frac{\underline{\hat{i}}_q}{\underline{Y}_i}$

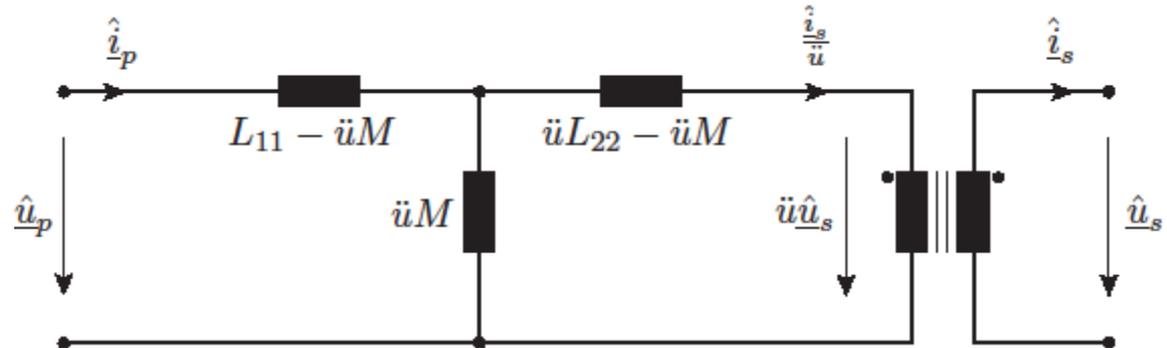
- **Thévenin- und Nortonersatzschaltung können ineinander umgerechnet werden**



Transformator – Allgemeines Ersatzschaltbild

$$\hat{u}_p = L_{11} \frac{d\hat{i}_p}{dt} - M \frac{d\hat{i}_s}{dt}$$

$$\hat{u}_s = -L_{22} \frac{d\hat{i}_s}{dt} + M \frac{d\hat{i}_p}{dt}$$



Die obigen Gleichungen beschreiben das allgemeine Ersatzschaltbild des verlustlosen Übertragers, im Frequenzbereich erhält man:

$$\underline{U}_p(j\omega) = j\omega L_{11} \underline{I}_p(j\omega) - j\omega M \underline{I}_s(j\omega)$$

$$\underline{U}_s(j\omega) = -j\omega L_{22} \underline{I}_s(j\omega) + j\omega M \underline{I}_p(j\omega)$$

Transformator – Ideales Ersatzschaltbild

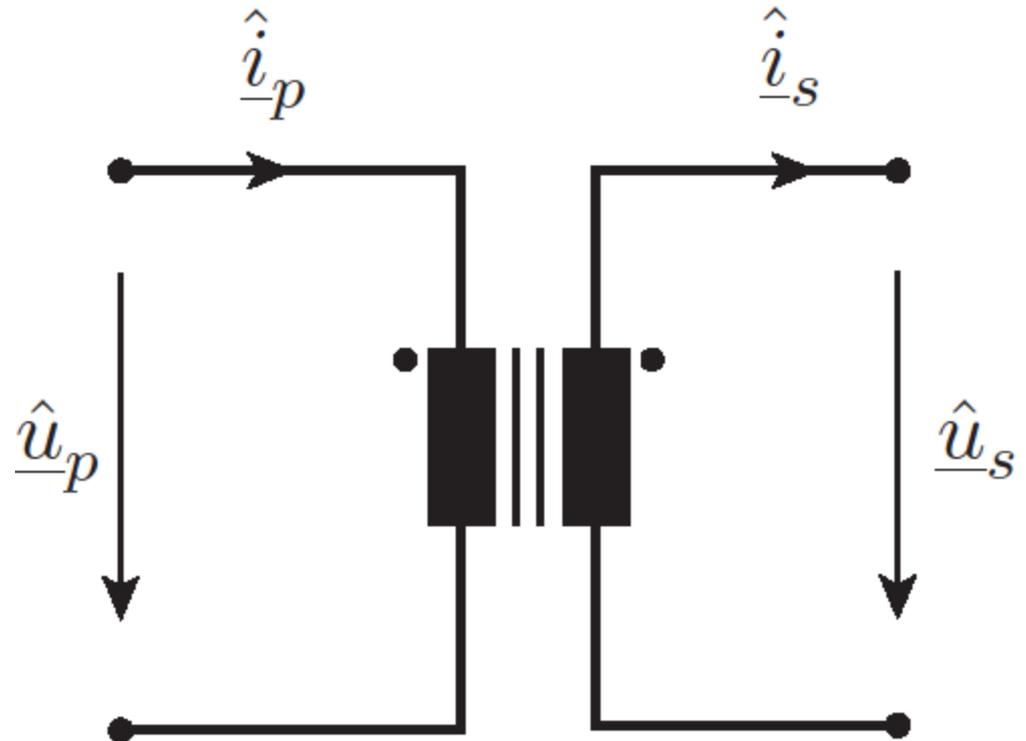
$$\hat{u}_p = \ddot{u}_s$$

$$\hat{i}_s = \ddot{i}_p$$

Für den Frequenzbereich:

$$\underline{U}_p(j\omega) = \ddot{\underline{U}}_s(j\omega)$$

$$\underline{I}_s(j\omega) = \ddot{\underline{I}}_p(j\omega)$$

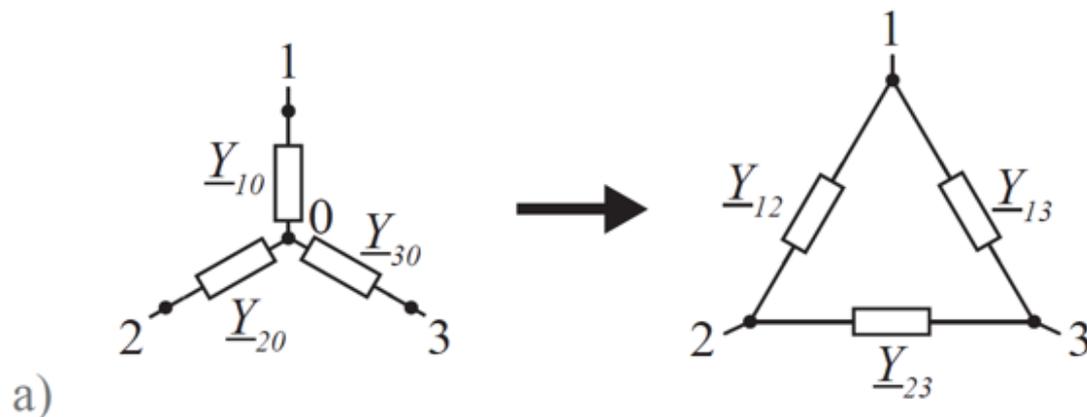


Stern-Dreieck-Umwandlung

$$\underline{Y}_{12} = \frac{\underline{Y}_{10} \underline{Y}_{20}}{\sum \underline{Y}}$$

$$\underline{Y}_{13} = \frac{\underline{Y}_{10} \underline{Y}_{30}}{\sum \underline{Y}}$$

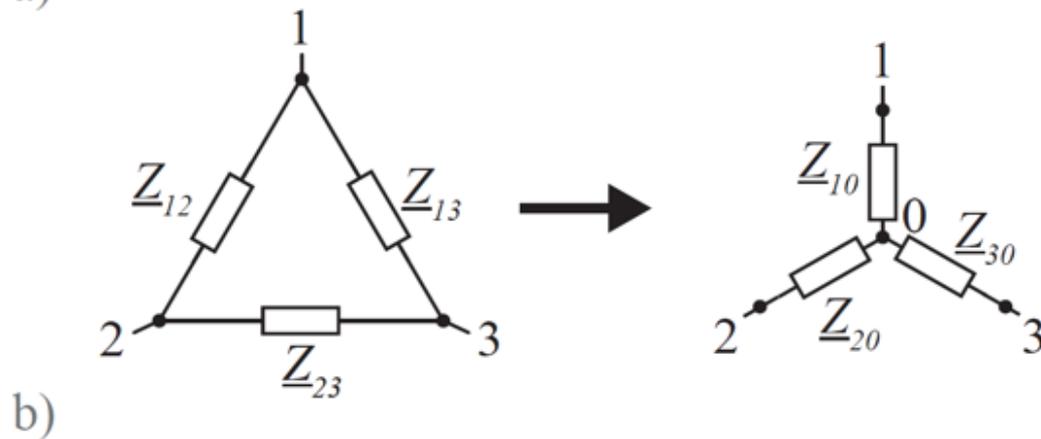
$$\underline{Y}_{23} = \frac{\underline{Y}_{20} \underline{Y}_{30}}{\sum \underline{Y}}$$



$$\underline{Z}_{10} = \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{13}}{\sum \underline{Z}}$$

$$\underline{Z}_{20} = \frac{\underline{Z}_{12} \underline{Z}_{23}}{\sum \underline{Z}}$$

$$\underline{Z}_{30} = \frac{\underline{Z}_{13} \underline{Z}_{23}}{\sum \underline{Z}}$$



Äquivalenz einer Stern- und Dreieckschaltung ist nur gegeben, wenn die Schaltung nur aus Kapazitäten ODER nur aus Induktivitäten ODER nur aus Widerständen besteht. Ansonsten gilt die Gleichheit nur für eine bestimmte Frequenz!

BEISPIELAUFGABE

Aufgabe 1 Superposition

Gegeben sei das Widerstandsnetzwerk in Abbildung 1. Bestimmen Sie den Strom \hat{i}_C in Abhängigkeit von \hat{u}_0 und \hat{i}_0 mit Hilfe des Überlagerungssatzes. Verwenden Sie bei der Berechnung komplexe Impedanzen und gehen Sie von sinusförmigen Wechselgrößen mit der Kreisfrequenz ω aus.

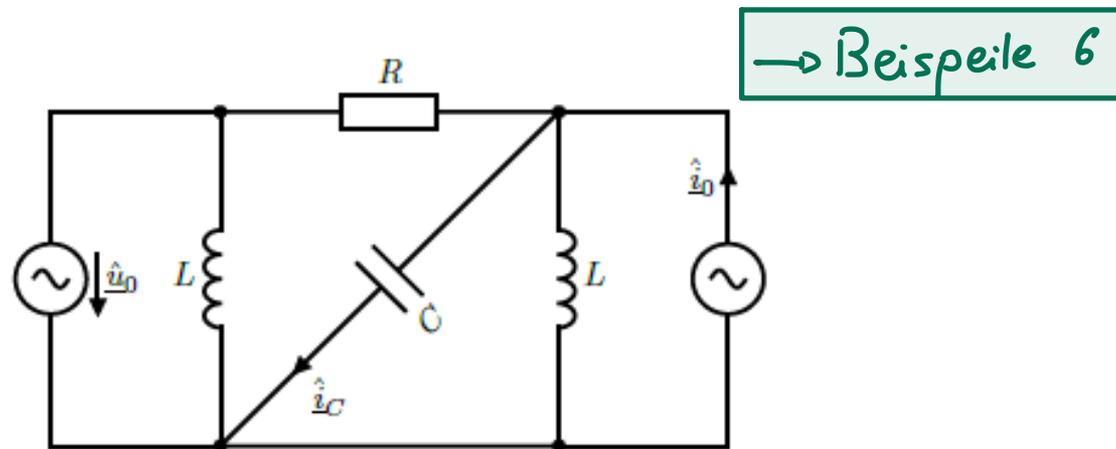
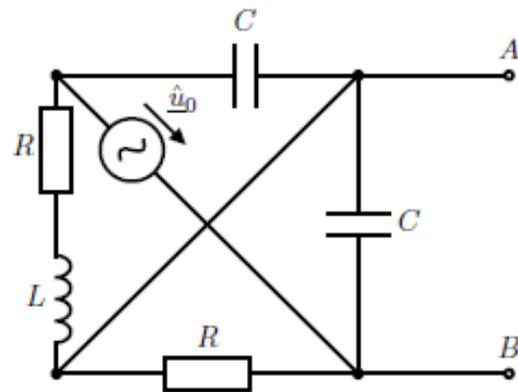


Abbildung 1: Gesucht ist der Strom \hat{i}_C mit Hilfe des Überlagerungssatzes

Aufgabe 2 Ersatzquellen

Bestimmen Sie für das Widerstandsnetzwerk in Abbildung 2 die für die Ersatzquellen (Thévenin und Norton) erforderlichen Kenngrößen Leerlaufspannung \hat{u}_{LL} , Kurzschlussstrom \hat{i}_{KS} und Innenimpedanz Z bezüglich den Klemmen A und B. Gehen Sie bei \hat{u}_0 von einer sinusförmigen Wechselspannung mit Kreisfrequenz ω aus.



→ Beispiele 6

Abbildung 2: Gesucht sind die für die Thévenin- und Nortonersatzschaltung erforderlichen Kenngrößen Leerlaufspannung \hat{u}_{LL} , Kurzschlussstrom \hat{i}_{KS} und Innenimpedanz Z bezüglich den Klemmen A und B.



Tipps für Serie 6

$$2.) \ddot{u} = \frac{\ddot{u}_p}{\ddot{u}_s} = \frac{\hat{i}_s}{\hat{i}_p} ; \underline{z}_E = \frac{\ddot{u}_p}{\hat{i}_p}$$

3.) verwendet 2.a) (ihr solltet $\underline{z}_E = \ddot{u}^2 \underline{z}$ bekommen haben)