

Netzwerke und Schaltungen II

Übung 8 Knotenpotentialverfahren

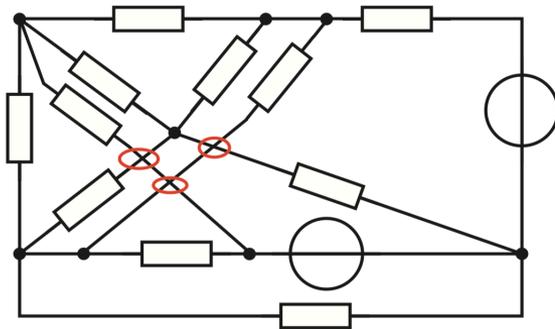


Theorie für die Übung

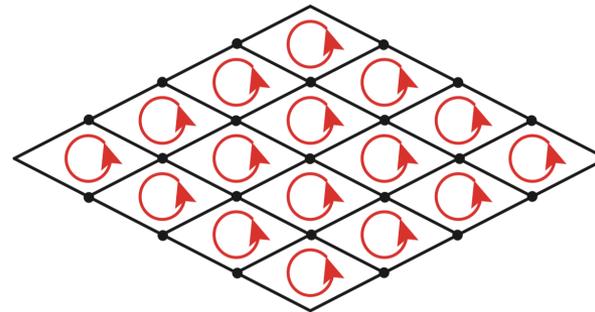
- Berechnung von Strömen und Spannungen in einem elektrischen Netzwerk
- Definition eines *Netzwerkes*:
 - Zusammenschaltung von Netzwerkelementen, die über Klemmen auf beliebige Weise verschalten sind
 - Verbindungsstellen werden *Knoten* genannt
 - Teile zwischen jeweils zwei Knoten werden *Zweige* genannt

Klassifizierung von Netzwerken

- Nicht-kreuzungsfreie Netzwerke
- Kreuzungsfreie (ebene) Netzwerke
 - Zweige des Netzwerks schneiden sich nur in Knoten
 - Treten in der Praxis häufig auf

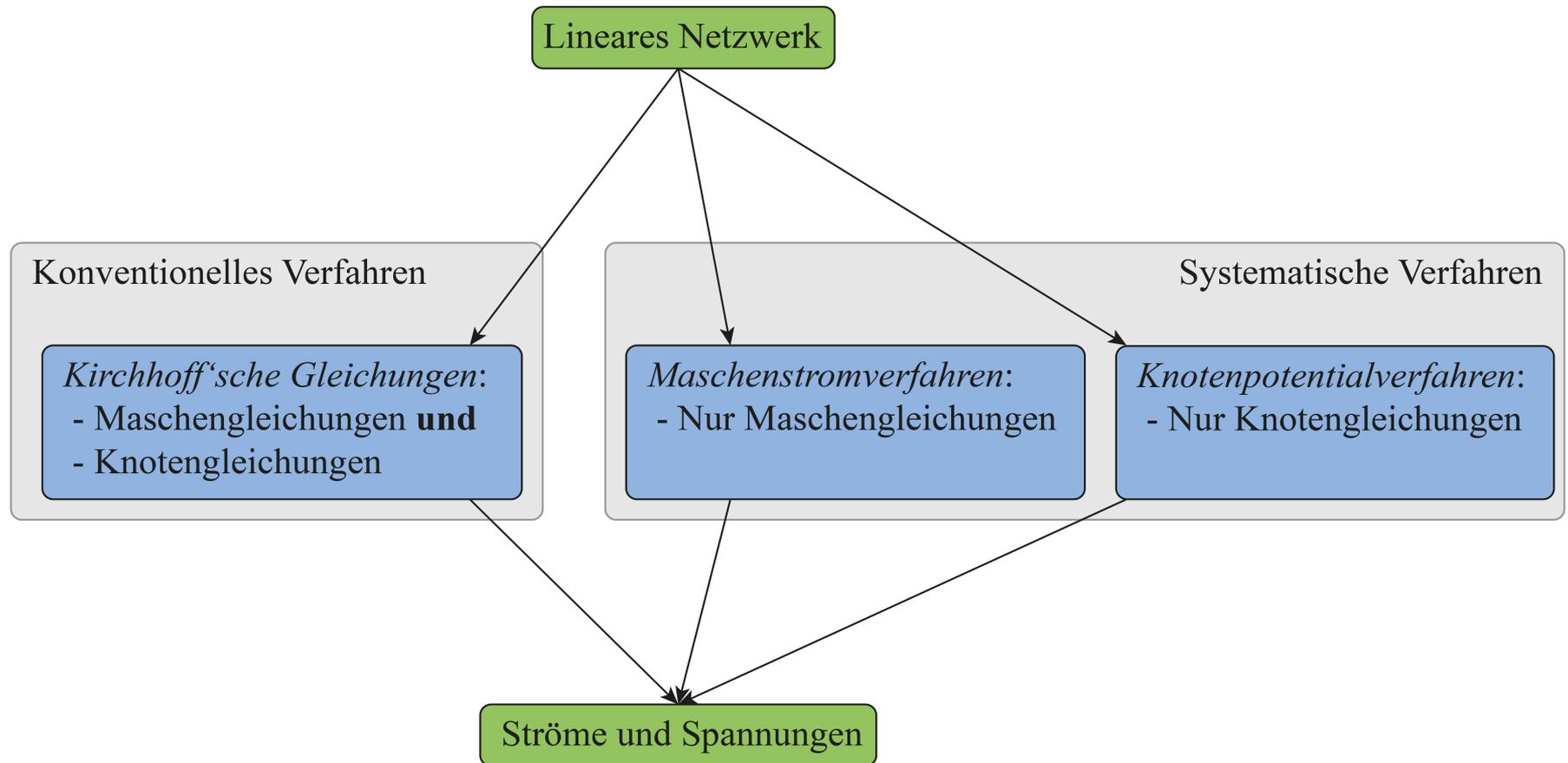


Nicht-kreuzungsfreies Netzwerk



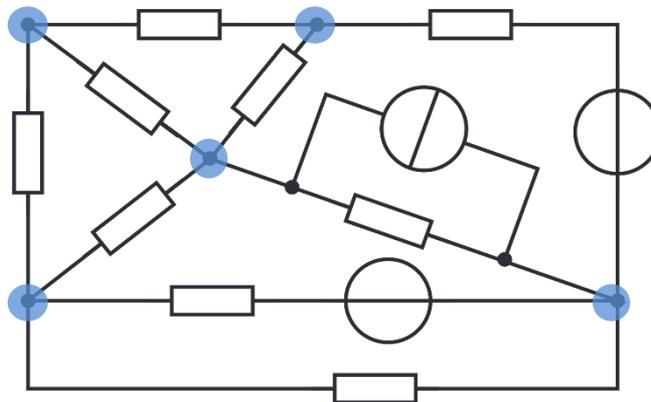
Kreuzungsfreies (ebenes) Netzwerk

- Lineare Netzwerkelemente:
 - Widerstand
 - Induktivität
 - Kapazität
 - Unabhängige Quellen
 - Gesteuerte (abhängige) Quellen
 - Transformator (Übertrager)
- Nicht-lineare Netzwerkelemente (werden hier nicht behandelt)



Konventionelles Verfahren

- Gegeben: Netzwerk mit K Knoten und Z Zweigen.
- Für die Berechnung der Z Zweiggrößen müssen
 - $K - 1$ linear unabhängige Knotengleichungen **und**
 - $Z - (K - 1)$ linear unabhängige Maschengleichungen aufgestellt werden.
- Beispielnetzwerk:
 - Netzwerk mit $K = 5$ Knoten und $Z = 9$ Zweigen
 - Konventionelles Verfahren: $(K - 1) + Z - (K - 1) = 9$ Gleichungen

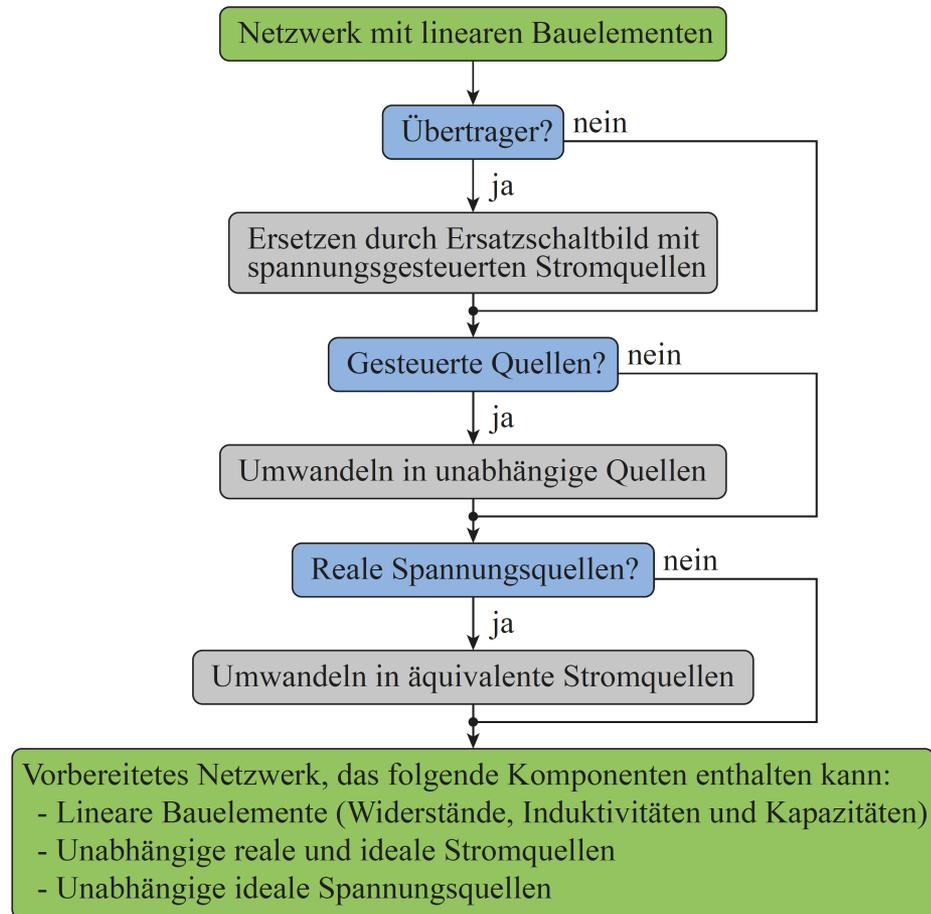


**Bis hier alle Folien von letzter
Woche :)**

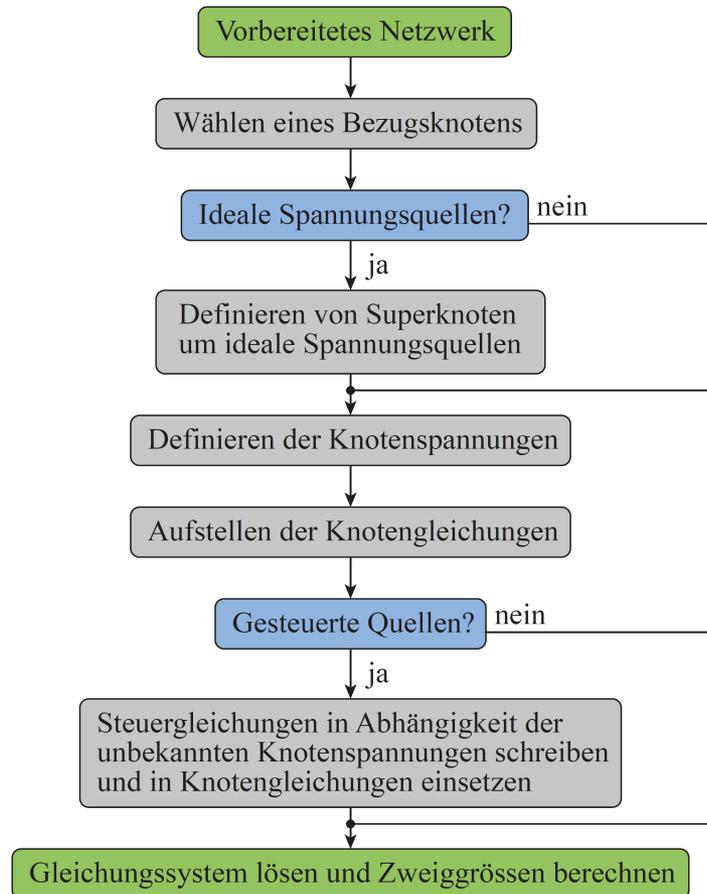
Konzept des Knotenpotentialverfahrens

- Sehr ähnlich zum Maschenstromverfahren (aber halt «umgekehrt»...)
- Idee: Die Anzahl Unbekannter durch das Einführen von Knotenspannungen zu reduzieren.
- Diese Knotenspannungen erfüllen die Maschengleichungen von vornherein.
- Bei einem Netzwerk mit K Knoten und Z Zweigen kann die Anzahl Gleichungen auf $K - 1$ reduziert werden.

Kochrezept – Vorbereiten des Netzwerks

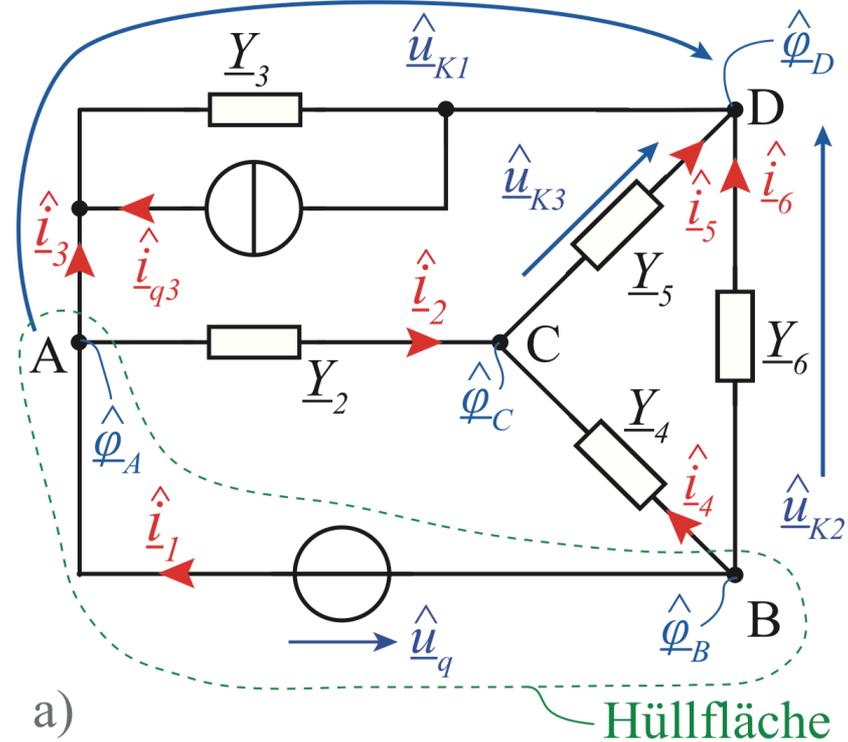


Kochrezept – Anwenden des Knotenpotenzialverfahrens



- Wahl eines beliebigen Bezugsknotens mit Potential $\varphi_0 = 0$.
 - Wahl Bezugsknoten: Zentraler Knoten mit vielen direkten Verbindungen zu anderen Knoten von Vorteil
- Weise jedem Knoten, ausser dem Bezugsknoten, eine unbekannte Knotenspannung zu
- Knotenspannung u_{Kx} von Knoten $x =$
Potential φ_x Knoten $x -$ Bezugspotential φ_0
- $u_{Kx} = \varphi_x - \varphi_0$

- Spannungsquellenwandlung: Umwandeln einer realen Spannungsquelle in eine äquivalente Ersatzstromquelle
(analog zu Stromquellenwandlung bei Knotenpotentialverfahren -> letzte Übungsstunde)
- Spannungsquellenknoten (**SIEHE NÄCHSTE SLIDE!**)
 - Für Knoten, die direkt über eine Spannungsquelle \hat{u}_q miteinander verbunden sind.
 - Hüllfläche um die beiden Knoten A und B legen
 - Die Knotenspannungen \hat{u}_{K1} , \hat{u}_{K2} der beiden Knoten sind fest über $\hat{u}_{K1} = \hat{u}_{K2} + \hat{u}_q$ miteinander verbunden. Damit ist nur noch eine Knotenspannung eine Unbekannte.
 - Knotengleichung für die gesamte Hüllfläche aufstellen.



a)

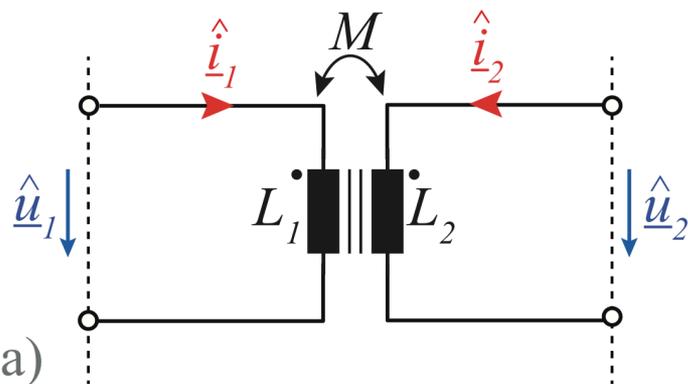
Eine Knotengleichung für die Hüllfläche: $\hat{i}_2 + \hat{i}_3 + \hat{i}_4 + \hat{i}_6 = 0$

Zusammenhang Knotenspannungen: $\hat{u}_{K2} = \hat{u}_q + \hat{u}_{K1}$

- Analog zum Maschenstromverfahren
- Gesteuerte Quellen beim Aufstellen des Gleichungssystems wie unabhängige Quellen behandeln.
- Anschliessend Steuergleichungen in Abhängigkeit der Knotenspannungen einsetzen.

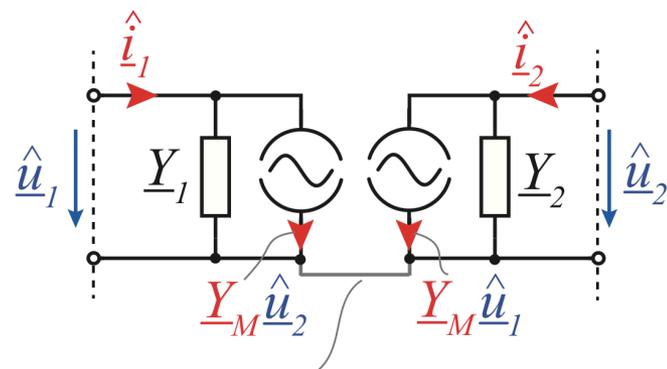
Transformator (SIEHE ZUSAMMENFASSUNG)

- Transformator durch untenstehendes Ersatzschaltbild mit spannungsgesteuerten Stromquellen ersetzen.
- Potentialtrennung durch einen Kurzschluss auflösen, um die Anzahl Gleichungen zu reduzieren.



$$\underline{Y}_1 = \frac{L_2}{j\omega(L_1L_2 - M^2)}$$

$$\underline{Y}_2 = \frac{L_1}{j\omega(L_1L_2 - M^2)} \quad \underline{Y}_M = \frac{-M}{j\omega(L_1L_2 - M^2)}$$



Aufhebung der Potentialtrennung für die Knotenpotenzialanalyse

$$\hat{i}_1 = \underline{Y}_1 \hat{u}_1 + \underline{Y}_M \hat{u}_2$$

$$\hat{i}_2 = \underline{Y}_M \hat{u}_1 + \underline{Y}_2 \hat{u}_2$$

Vergleich Maschenstromverfahren und Knotenpotentialverfahren

Maschenstromverfahren

Problematisch: reale Stromquelle

--> umwandeln in äquivalente Spannungsquelle
oder
Stromquellenmasche :)

Übertrager:

Ersetzen durch stromgesteuerte Spannungsquelle
--> Zusammenfassung

Berechnung von Maschenströmen

Knotenpotentialverfahren

Problematisch: reale Spannungsquelle

--> umwandeln in äquivalente Stromquelle
oder
Superknoten :)

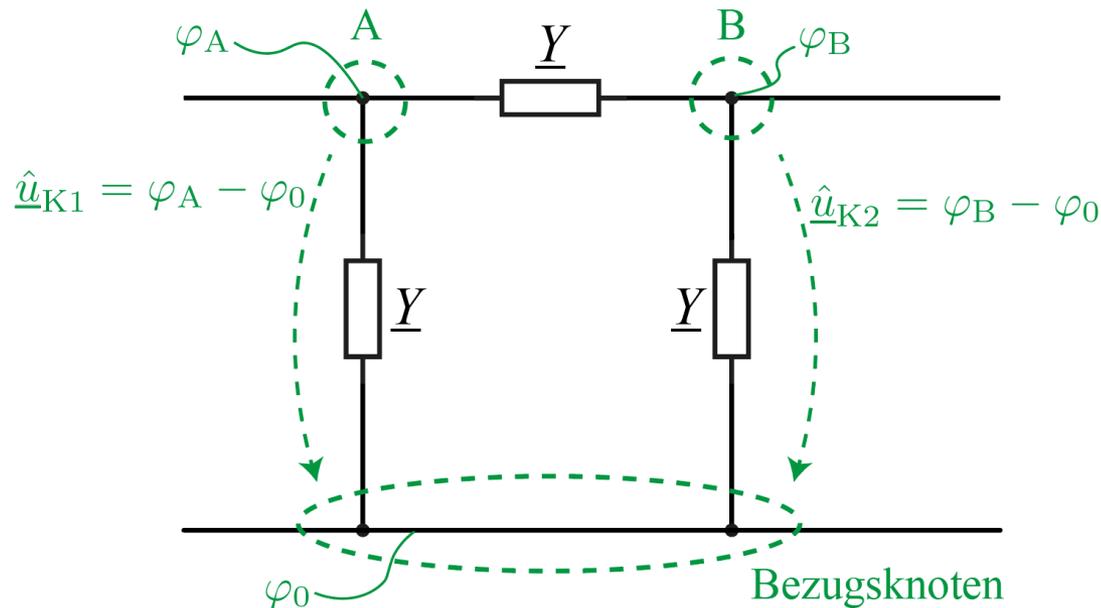
Übertrager:

Ersetzen durch spannungsgesteuerte Stromquelle
--> Zusammenfassung

Berechnung von Knotenspannungen

Potentiale - Reminder

- Knotenspannungen = Potenzialdifferenzen zwischen Knotenpotenzial und Bezugsknotenpotenzial
- Sinnvollerweise wird Bezugsknotenpotenzial $\varphi_0 = 0$ gewählt
- Unterschied wichtig für Verständnis



Aufgabe 1 Knotenpotenzialverfahren

Gegeben sei das folgende Netzwerk. Gegeben sind \hat{u}_{q1} , \hat{i}_{q2} , sowie die Admittanzen Y_n mit $n \in [1, 2, 3, 4, 5]$. Gesucht sind die Zweigspannungen und Zweigströme, die mittels Knotenpotenzialverfahren zu ermitteln sind.

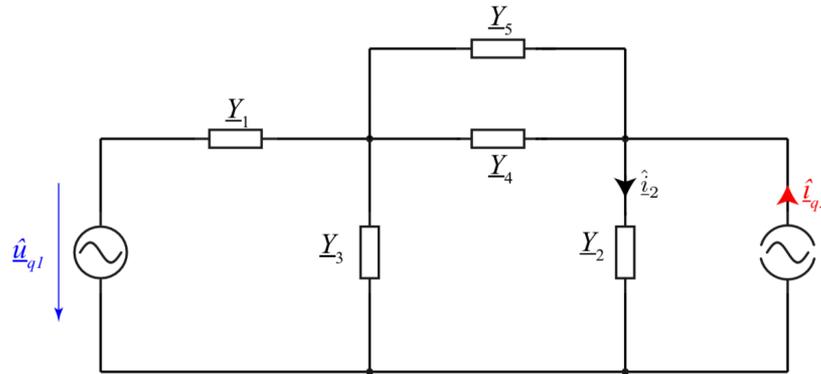


Abbildung 1: Gegebenes Netzwerk

- Bereiten Sie das Netzwerk vor, um es mit dem Knotenpotenzialverfahren berechnen zu können.
- Identifizieren Sie die Knoten des Netzwerks und bestimmen Sie einen geeigneten Referenzknoten. Weisen Sie den entsprechenden Knoten Knotenspannungen zu.
- Berechnen Sie die Knotenspannungen.
- Berechnen Sie den Strom \hat{i}_2 durch die Admittanz Y_2 .

Aufgabe 2 Knotenpotenzialverfahren mit Transformator

Eine Impedanz Z ist über einen Transformator an eine reale Spannungsquelle \hat{u}_{q1} mit Innenimpedanz Z_i angeschlossen. Der Transformator weist eine primärseitige Induktivität L_1 , eine sekundärseitige Induktivität L_2 und eine Kopplungsinduktivität M auf.

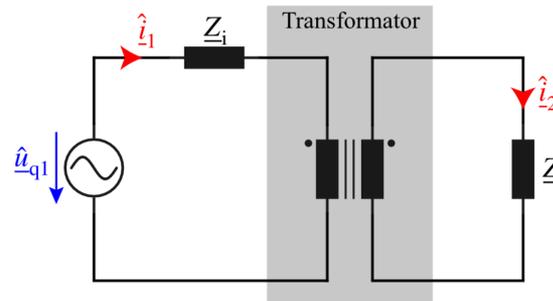


Abbildung 2: Mit dem Knotenpotenzialverfahren zu analysierendes Netzwerk mit realer Spannungsquelle, Transformator und Lastimpedanz.

- a) Bereiten Sie das Netzwerk auf das Knotenpotenzialverfahren vor.
 - Leiten Sie das Ersatzschaltbild des Transformators her. Ersetzen Sie dazu zunächst den Trafo durch stromgesteuerte Spannungsquellen. Ersetzen Sie danach diese Spannungsquellen durch äquivalente spannungsgesteuerte Stromquellen.
 - Ersetzen Sie die weiteren Spannungsquellen.
- b) Definieren Sie einen geeigneten Referenzknoten und stellen Sie die Knotengleichungen auf.
- c) Berechnen Sie den Strom \hat{i}_2 durch die Last.



Tipps für Serie 8

1.) gute (Standard-)Aufgabe \rightarrow schaut, dass ihr die gut versteht

Knotengleichung

2.1) in Abb. 3b) gilt: $\hat{i}_p = \underline{\gamma}_1 \hat{u}_p + \underline{\gamma}_M \hat{u}_s$

und $\hat{i}_s = -\underline{\gamma}_2 \hat{u}_s - \underline{\gamma}_M \hat{u}_p$

ignoriert \hat{i}_q, \hat{u}_{st} und die Kondensatoren in 2.1! ∇
ihr müsst nur $\hat{i}_p, \hat{i}_s, \hat{u}_p, \hat{u}_s$ betrachten

\Rightarrow findet in der Schaltung von Abb. 3a):

\hookrightarrow Vgl. Abb. 3a) mit Abb. 3b)

• eine Gleichung $\hat{i}_p = \dots$ in Abhängigkeit von \hat{u}_p und \hat{u}_s

\rightarrow durch Vergleichen mit $\hat{i}_p \stackrel{!}{=} \underline{\gamma}_1 \hat{u}_p + \underline{\gamma}_M \hat{u}_s$ könnt ihr $\underline{\gamma}_1$ & $\underline{\gamma}_M$ ablesen

• eine Gleichung $\hat{i}_s = \dots$ in Abhängigkeit von \hat{u}_p und \hat{u}_s

\rightarrow durch Vergleichen mit $\hat{i}_s \stackrel{!}{=} -\underline{\gamma}_2 \hat{u}_s - \underline{\gamma}_M \hat{u}_p$ könnt ihr $\underline{\gamma}_2$ ablesen