

Netzwerke und Schaltungen II

Übung 10 Schaltvorgänge in *RLC*-Netzwerken



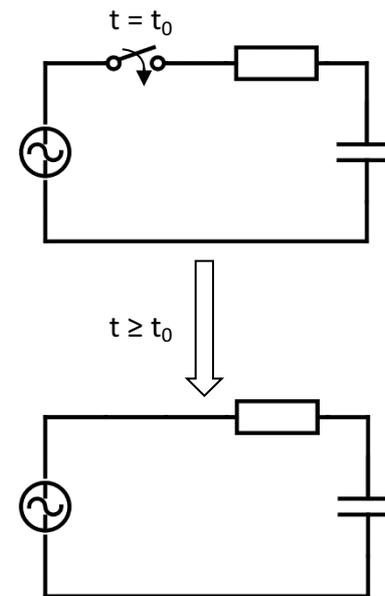
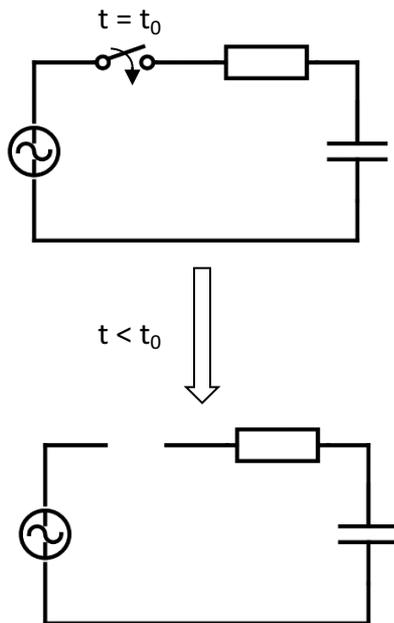
Von letzter Woche...



THEORIE FÜR DIE ÜBUNG

Problemstellung

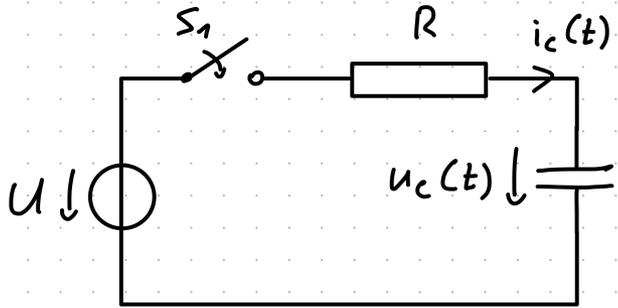
- **Bisher:** Analyse von linearen Netzwerken mit zeitlich **PERIODISCHER Anregung** (sinus/cosinus/Fourierreihen)
- **Neu:** Schaltvorgäng -> **NICHT-periodische Anregung**



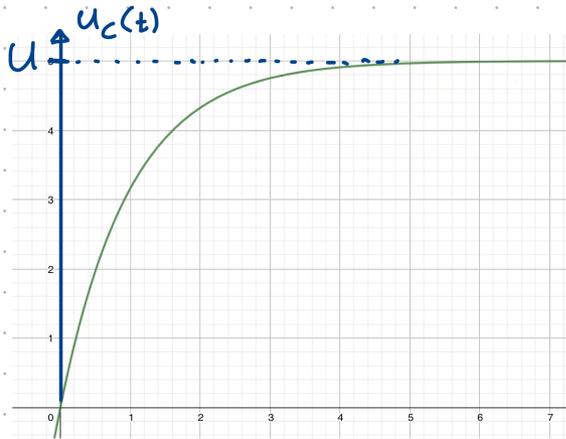
- **Aufstellen der (linearen) DGL der Schaltung bei geschl. Schalter**
 - 1.: Maschengleichung (bei Serienschaltung) oder Knotengleichung (bei Parallelschaltung) aufstellen
 - 2.: Strom-Spannungs-Relation für die einzelnen Komponenten (R , L , C) im Netzwerk aufstellen
 - 3.: Die Gleichung aus 1. mit Hilfe der Relationen aus 2. nur durch die interessierende Grösse ($u_C(t)$ oder $i_L(t)$) und ihre Ableitungen ausdrücken.

Bemerkung: Bei komplexeren Netzwerken müssen mehrere Maschen-/Knotengleichungen aufgestellt werden, sodass am Ende ein ganzes System an DGLs zu lösen ist.

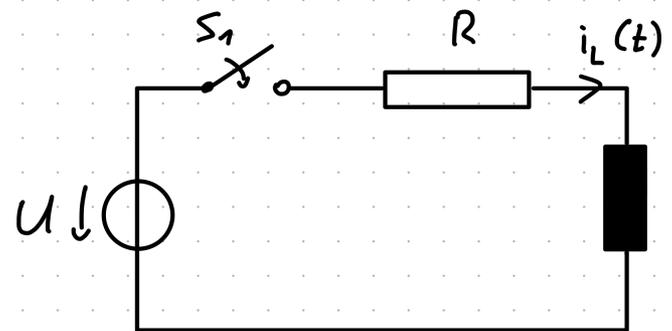
Crash-course DGL lösen → siehe Extra-Dokument auf meiner Website



→ Siehe Extras
(4 Seiten, step-by-step)



Beispiel mit Induktivität



- Falls das Netzwerk aus einer Kapazität und sonst nur aus mind. einem Widerstand besteht, gilt:

$$u_C(t) = u_{C,p}(t) - [u_{C,p}(t_0) - u_C(t_0)]e^{-\frac{t-t_0}{R_{in,C} \cdot C}}$$

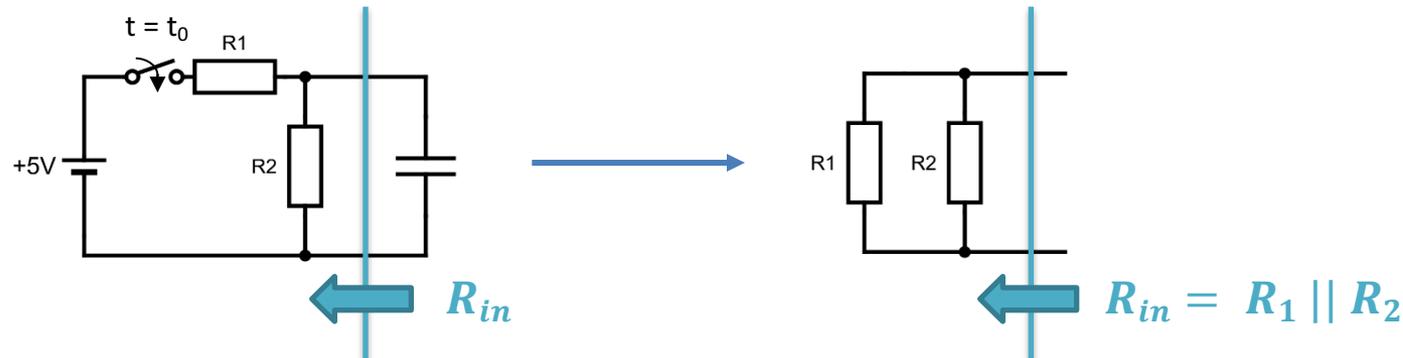
Wert der Partikulären (stationären) Lösung bei $t = t_0$ Anfangswert Innenwiderstand, von der Kapazität aus betrachtet bei geschl. Schalter

- Falls das Netzwerk aus einer Induktivität und sonst nur aus mind. einem Widerstand besteht, gilt:

$$i_L(t) = i_{L,p}(t) - [i_{L,p}(t_0) - i_L(t_0)]e^{-R_{in,L} \frac{t-t_0}{L}}$$

Berechnungshinweise zu Netzwerken mit einem Energiespeicher

- **Anfangsbedingung/-wert (Wert von u_C bzw. i_L bei $t = t_0$) bestimmen:**
 - Da $u_C(t)$ und $i_L(t)$ stetig sind, ist ihr Anfangswert gerade der Wert bei offenem Schalter zum Zeitpunkt t_0 (D.h. wir führen unsere gewohnten Berechnungen bei der Schaltung mit offenem Schalter durch)
- **Innenwiderstand:**
 - Berechnung bei geschl. Schalter
 - Spannungsquellen werden zu Kurzschlüssen
 - Stromquellen werden zu Leerläufen



- **Systeme mit mehr als einem Energiespeicher führen zu DGL höherer Ordnung:** $f^{(n)} + a_{n-1}f^{(n-1)} + \dots + a_1f^{(1)} + a_0f = g$
- **Suchen eine Lösung der Form** $f(t) = f_h(t) + f_p(t)$
- $f_p(t)$ wählen wir als die partikuläre Lösung der Schaltung bei geschlossenem Schalter. Dies entspricht der stationären Lösung für $t \rightarrow \infty$.
- **Die homogene Lösung ist eine Superposition** $\sum_i c_i e^{\lambda_i t}$, wobei λ_i die Nullstellen des charakteristischen Polynoms $\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0$ sind.
 - Bei einer k -fachen Nullstelle muss „ c_i “ durch ein Polynom des Grades $k - 1$ ersetzt werden (Bsp.: $\lambda = 4$ ist 3-fache Nst., dann ist der entspr. Lösungsterm $(b_1 + b_2t + b_3t^2)e^{4t}$)
 - Die Lösungsterme von komplexen Nst. kann man nach Euler in folgende Form umschreiben:
$$C_1 e^{(\alpha+i\beta)t} + C_2 e^{(\alpha-i\beta)t} \rightarrow c'_1 e^{\alpha t} \cos(\beta t) + c'_2 e^{\alpha t} \sin(\beta t)$$
- Die Konstanten c_i können mit den Anfangsbedingungen bestimmt werden

BEISPIELAUFGABE

Aufgabe 1 Aufladen eines Kondensators

Ziel der Aufgabe ist es, die Ladekurve $u_C(t)$ eines Kondensators nach dem Umschalten von einer Spannungsquelle U_0 zu einer andere Spannungsquelle U zu bestimmen. Der Schalter werde dabei zum Zeitpunkt $t = t_0$ umgeschaltet. Es gilt $U > U_0$.

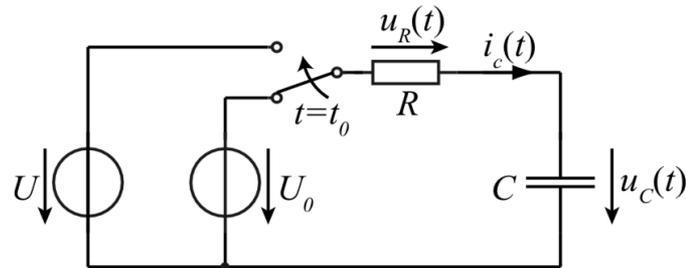


Abbildung 1: Netzwerk mit ohmsch-kapazitiver Last

- 1.1) Bestimmen Sie den Anfangs- und Endzustand (zu den Zeitpunkten $t = t_0$ resp. $t \rightarrow \infty$) der Spannung $u_C(t)$. Gehen Sie davon aus, dass der Schalter bereits sehr lange in der dargestellten Position war.
- 1.2) Bestimmen Sie den Spannungsverlauf $u_C(t)$.



Tipps für Serie 10

1. siehe „Extra - Crashkurs DGL“
2. macht eine Knotengleichung
3. macht eine Maschengleichung wobei ihr für den Gesamtstrom (durch R) eine Knotengleichung aufstellt
4. sehr mühsam aber ausführliche Malö ü