

Netzwerk und Schaltungen II

Übung 13 Fortsetzung OPV

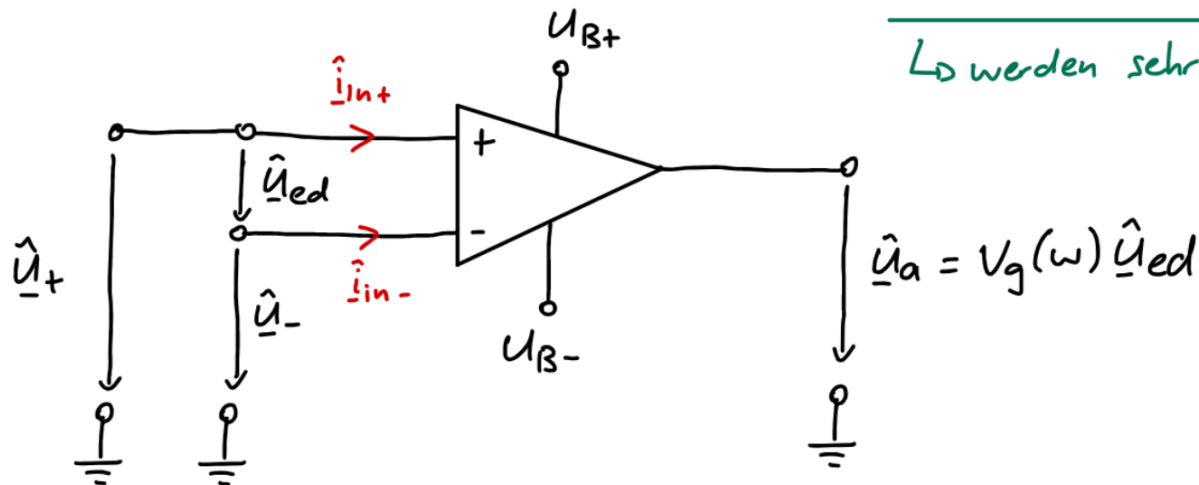


Recap von letzter Woche

OPV = operations-**VERSTÄRKER** (engl. OpAmp)

- Spannung am nicht-invertierenden Eingang (+) $\hat{u}_+$
- Spannung am invertierenden Eingang (-) $\hat{u}_-$
- “Eingangsspannung” $\hat{u}_{ed} = \hat{u}_+ - \hat{u}_-$
- “Ausgangsspannung” $\hat{u}_a = v_g(\omega) \cdot \hat{u}_{ed}$
- Verstärkung $v_g(\omega) = \frac{v_{g0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_b}}$ ← “**nicht-ideal**” (Tiefpass)
- Die Energie fürs Verstärken kommt von den “Supply-Spannungen” u_{B+}, u_{B-}

↳ werden sehr oft nicht gezeichnet



idealer OPV

- Eingangswiderstand $\rightarrow \infty \rightarrow i_{in+} = i_{in-} = 0$
- Ausgangswiderstand $\rightarrow 0$
- Verstärkung hängt nicht von Frequenz ab und ist $v_g = \infty$
 - $\rightarrow$ für $u_{ed} > 0$ wäre $u_a = v_g \cdot u_{ed} = +\infty$
 - $\rightarrow$ für $u_{ed} < 0$ wäre $u_a = v_g \cdot u_{ed} = -\infty$
- Das kann aus physikalischen Gründen nicht sein !
 - $\rightarrow u_a = v_g \cdot u_{ed} = u_{B+}$ für $u_{ed} > 0$ und $u_a = u_{B-}$ für $u_{ed} < 0$

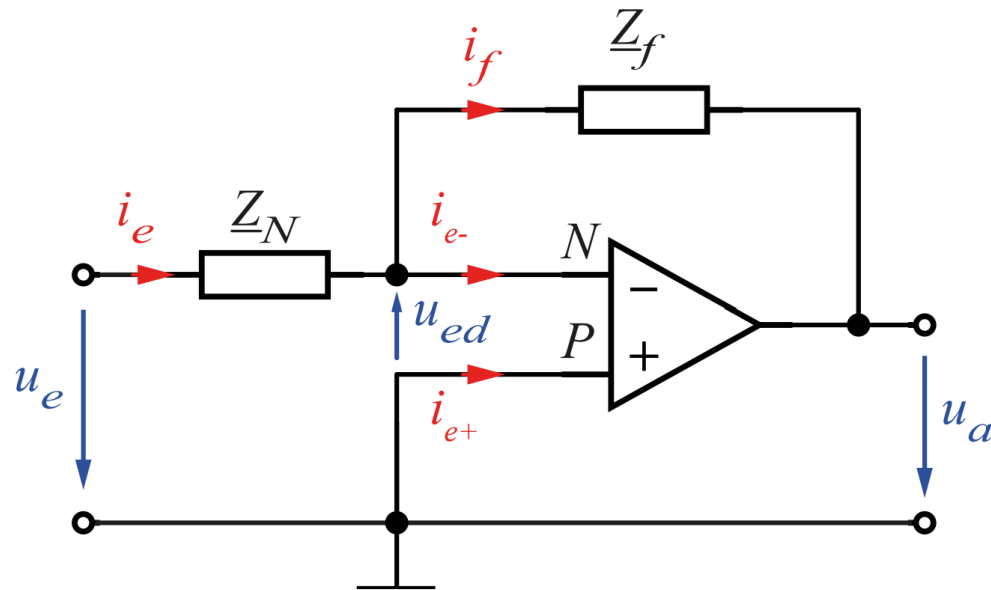
Das ist aber nicht so nice...

- Wir wollen z.B. einen $\sin(\omega t)$ verstärken und nicht immer u_{B+} oder u_{B-} bekommen...

$\rightarrow$ Rückkopplungen :)

Neue Theorie

invertierender Verstärker



idealer OPV

$$\underline{A}(\omega) = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = -\frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N} \quad (v_g \rightarrow \infty)$$

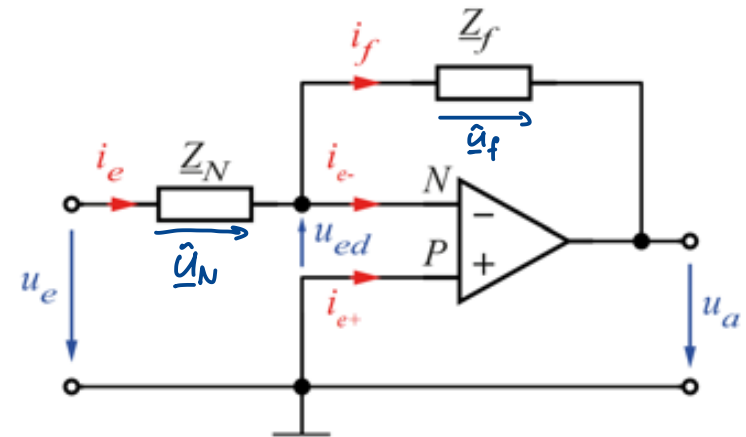
nicht-idealer OPV

$$\underline{A}(\omega) = -\frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N} \left(\frac{1}{\underline{v}_g(\omega)} \left(1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N} \right) + 1 \right)^{-1}$$

Herleitung – invertierender Verstärker (NICHT-ideal)

$\neq 0$ da nicht ideal!

$$\begin{aligned} \hat{u}_a &= -\hat{u}_f - \hat{u}_{ed} \\ \hat{u}_a &= v_g(\omega) \hat{u}_{ed} \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} v_g(\omega) \hat{u}_{ed} &= -\hat{u}_f - \hat{u}_{ed} \\ \Rightarrow \hat{u}_{ed} &= \frac{-\hat{u}_f}{v_g(\omega) + 1} \end{aligned} \right\}$$



$i_e^- = i_e^+ = 0$ sogar bei nicht-idealem OPV

$$\hat{u}_f = Z_f \hat{i}_f = Z_f \hat{i}_e^- = Z_f \frac{\hat{u}_N}{Z_N} = \frac{Z_f}{Z_N} (\hat{u}_e + \hat{u}_{ed})$$

$$\Rightarrow \hat{u}_{ed} = \frac{-\hat{u}_f}{v_g(\omega) + 1} = \frac{-1}{v_g(\omega) + 1} \frac{Z_f}{Z_N} (\hat{u}_e + \hat{u}_{ed})$$

$$\Rightarrow \hat{u}_{ed} \left(1 + \frac{1}{v_g(\omega) + 1} \cdot \frac{Z_f}{Z_N} \right) = \frac{-1}{v_g(\omega) + 1} \frac{Z_f}{Z_N} \hat{u}_e$$

$$\Rightarrow \hat{u}_{ed} = \frac{\frac{-1}{v_g(\omega) + 1} \frac{Z_f}{Z_N}}{1 + \frac{1}{v_g(\omega) + 1} \cdot \frac{Z_f}{Z_N}} \hat{u}_e = \frac{-Z_f}{Z_f + (v_g(\omega) + 1) Z_N} \hat{u}_e \Rightarrow \hat{u}_a = v_g(\omega) \hat{u}_{ed} = \frac{-Z_f v_g(\omega)}{Z_f + (v_g(\omega) + 1) Z_N} \hat{u}_e$$

siehe nächste Seite

Herleitung – invertierender Verstärker (NICHT-ideal)

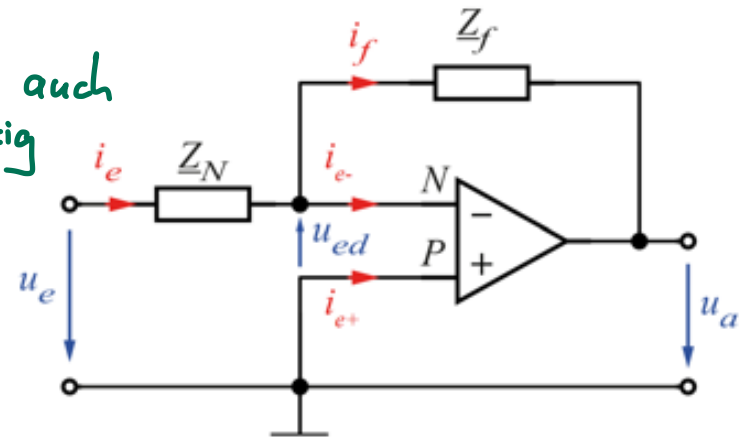
$$\tilde{u}_a = \frac{-\underline{z}_f \underline{v}_g(\omega)}{\underline{z}_f + (\underline{v}_g(\omega) + 1) \underline{z}_N} \tilde{u}_e$$

$$\Rightarrow \underline{A}(\omega) = \frac{\tilde{u}_a}{\tilde{u}_e} = \frac{-\underline{z}_f \underline{v}_g(\omega)}{\underline{z}_f + (\underline{v}_g(\omega) + 1) \underline{z}_N}$$

$$= -\frac{\underline{z}_f}{\underline{z}_N} \cdot \frac{\underline{v}_g(\omega)}{\frac{\underline{z}_f}{\underline{z}_N} + (\underline{v}_g(\omega) + 1)} = -\frac{\underline{z}_f}{\underline{z}_N} \left(\frac{\frac{\underline{z}_f}{\underline{z}_N} + (\underline{v}_g(\omega) + 1)}{\underline{v}_g(\omega)} \right)^{-1}$$

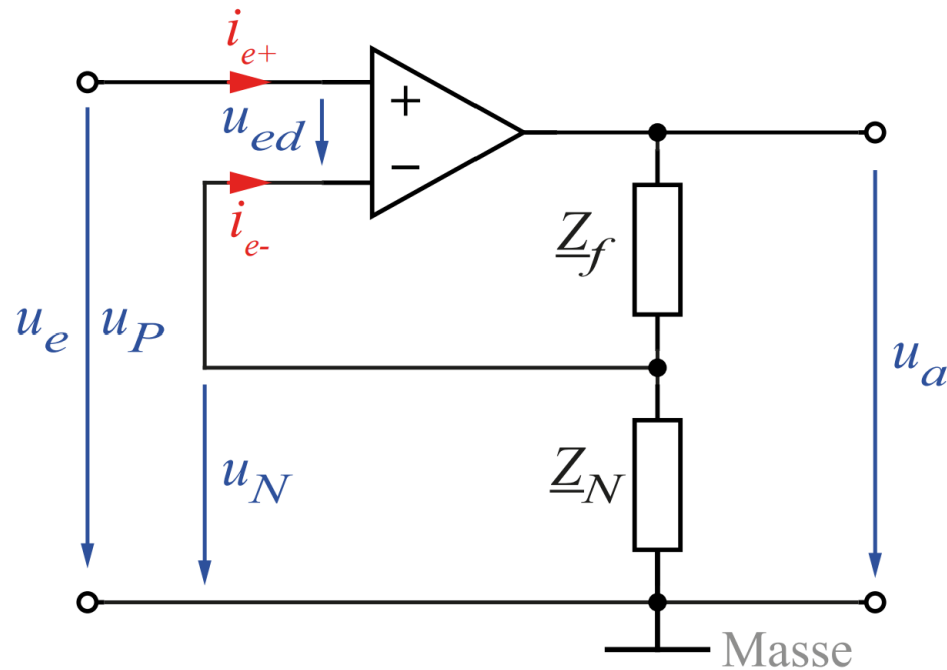
$$= -\frac{\underline{z}_f}{\underline{z}_N} \left(\frac{1}{\underline{v}_g(\omega)} \left(1 + \frac{\underline{z}_f}{\underline{z}_N} \right) + 1 \right)^{-1}$$

so wäre es auch schon richtig



so stehts auf der ZSMF

nicht-invertierender Verstärker



idealer OPV

$$\underline{A}(\omega) = \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = 1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N} \quad (v_g \rightarrow \infty)$$

nicht-idealer OPV

$$\underline{A}(\omega) = \left(1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N}\right) \left(\frac{1}{v_g(\omega)} \left(1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N}\right) + 1\right)^{-1}$$

Herleitung – nicht-invertierender Verstärker (NICHT-ideal)

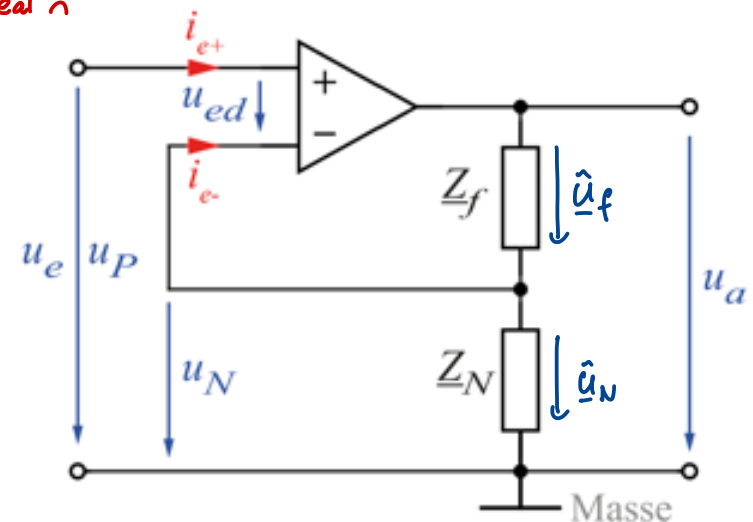
$$\hat{u}_f = \frac{Z_f}{Z_f + Z_N} \hat{u}_a \quad ; \quad \hat{u}_N = \hat{u}_e - \hat{u}_{ed} \quad \text{≠ 0 da nicht ideal}$$

$$\hat{u}_a = \hat{u}_f + \hat{u}_N = \frac{Z_f}{Z_f + Z_N} \hat{u}_a + \hat{u}_e - \underbrace{\frac{1}{V_g(\omega)} \hat{u}_a}_{\hat{u}_{ed}}$$

$$\Rightarrow \hat{u}_a \left(1 - \frac{Z_f}{Z_f + Z_N} + \frac{1}{V_g(\omega)} \right) = \hat{u}_e$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_a &= V_g(\omega) \hat{u}_{ed} \\ \Leftrightarrow \hat{u}_{ed} &= \frac{\hat{u}_a}{V_g(\omega)} \end{aligned}$$

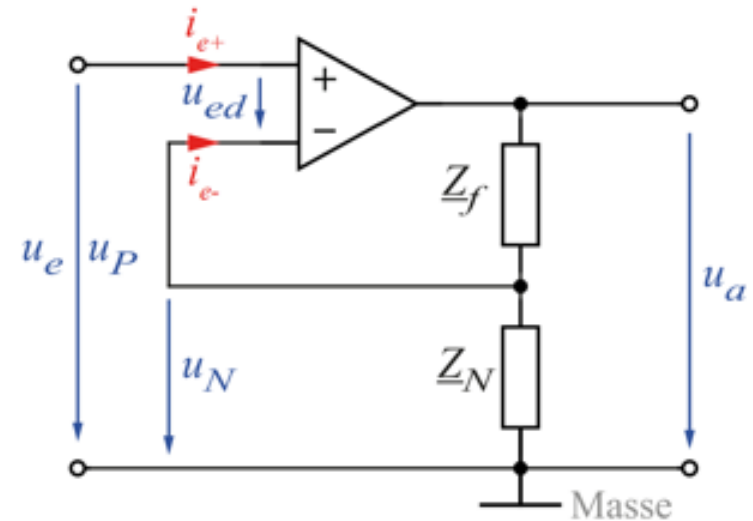
$$\begin{aligned} \Rightarrow \underline{A}(\omega) &= \frac{\hat{u}_a}{\hat{u}_e} = \frac{1}{1 - \frac{Z_f}{Z_f + Z_N} + \frac{1}{V_g(\omega)}} = \frac{V_g(\omega)(Z_f + Z_N)}{V_g(\omega)(Z_f + Z_N) - Z_f V_g(\omega) + Z_f + Z_N} \\ &= \underline{\underline{\frac{V_g(\omega)(Z_f + Z_N)}{V_g(\omega) Z_N + Z_f + Z_N}}} \end{aligned}$$



nächste Slide: Beweis, dass mein Resultat äquivalent mit der ZSMF ist

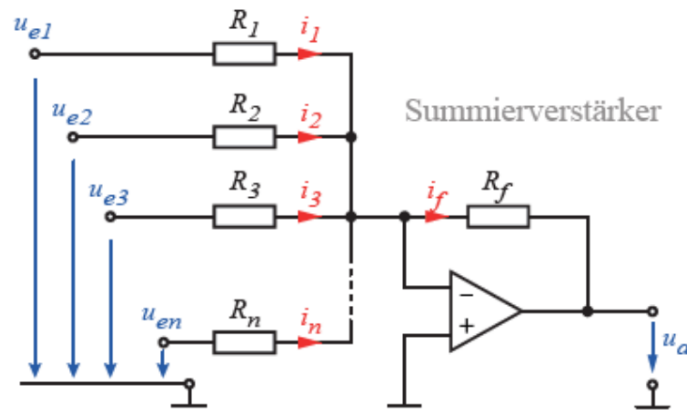
Herleitung – nicht-invertierender Verstärker (NICHT-ideal)

$$\begin{aligned}
 \underline{A}(\omega)_{Z_{SMF}} &= \left(1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N} \right) \left(\frac{1}{\underline{V}_g(\omega)} \left(1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N} \right) + 1 \right)^{-1} \\
 &= \frac{1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N}}{\frac{1}{\underline{V}_g(\omega)} \left(1 + \frac{\underline{Z}_f}{\underline{Z}_N} \right) + 1} \\
 &= \frac{\underline{Z}_N + \underline{Z}_f}{\frac{1}{\underline{V}_g(\omega)} (\underline{Z}_N + \underline{Z}_f) + \underline{Z}_N} \\
 &= \frac{(\underline{Z}_N + \underline{Z}_f) \underline{V}_g(\omega)}{(\underline{Z}_N + \underline{Z}_f) + \underline{Z}_N \underline{V}_g(\omega)} \quad \blacksquare
 \end{aligned}$$



“Anwendungen” (bekannte Schaltungen)

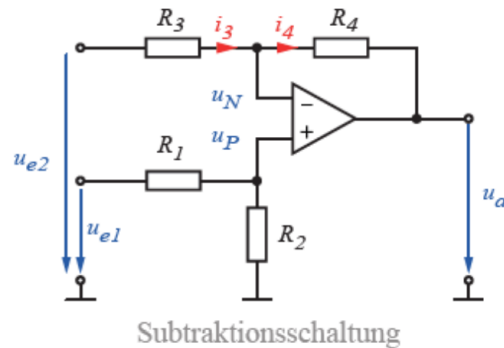
- Mit einem invertierenden Verstärker kann man Spannungen zusammenzählen.



$$u_a = -\frac{R_f}{R_1} \cdot u_{e1} - \frac{R_f}{R_2} \cdot u_{e2} - \frac{R_f}{R_3} \cdot u_{e3} - \dots$$

- Invertierung kann durch Hinzufügen eines weiteren invertierenden Verstärkers aufgehoben werden.

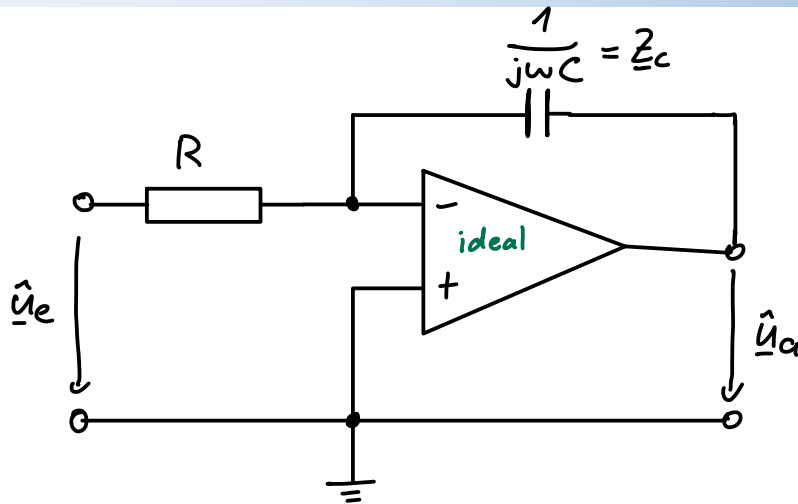
- Auch die Subtraktion ist mit OPVs möglich.



- Dies ist eine Kombination von einem invertierenden und nicht invertierenden Verstärker. Die Formel kann mit üblichen Regeln hergeleitet werden.

- Bei $R_2/R_1 = R_4/R_3$ gilt:
- $$u_a = \frac{R_2}{R_1} \cdot (u_{e1} - u_{e2})$$

Integrierer

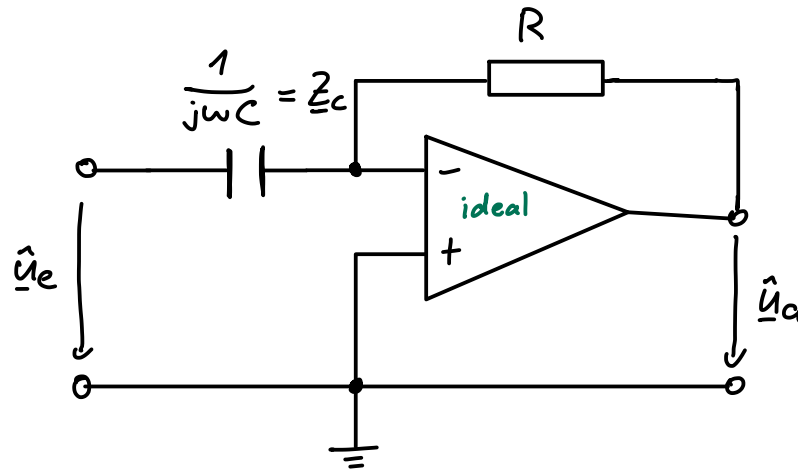


$$\underline{A}(\omega) = - \frac{Z_c}{R} = - \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R} = - \frac{1}{j\omega RC}$$

$\frac{1}{j\omega} \Rightarrow \text{Integration}$

$$u_a(t) = -U_{C,0} - \frac{1}{RC} \int_0^t u_e(\tau) d\tau$$

Differenzierer



$$\underline{A}(\omega) = - \frac{R}{\underline{Z}_C} = - \frac{R}{\frac{1}{j\omega C}} = -j\omega RC$$

$j\omega \Rightarrow \text{Ableitung}$

$$\left(u_a(t) = -RC \frac{d}{dt} u_e(t) \right)$$

Beispielaufgabe

Strommessschaltung (16 Punkte=13%)

In Abbildung 6 ist das Schaltbild einer Strommessschaltung dargestellt. Am Eingang der Schaltung wird der zu messende Strom mit einem Shunt-Widerstand R_{shunt} in ein Spannungssignal u_i konvertiert. Dieses Signal wird in der ersten umrandeten Teilschaltung zunächst verstärkt und in der zweiten umrandeten Teilschaltung mit einem Anti-Aliasing-Filter (Tiefpass) gefiltert. Der Filter hat die Funktion, das Signal anschliessend in ein digitales Signal umwandeln zu können. Die Operationsverstärker können als ideal angenommen werden und die Versorgungsspannungen betragen $U_{B+} = 5\text{ V}$ und $U_{B-} = -5\text{ V}$.

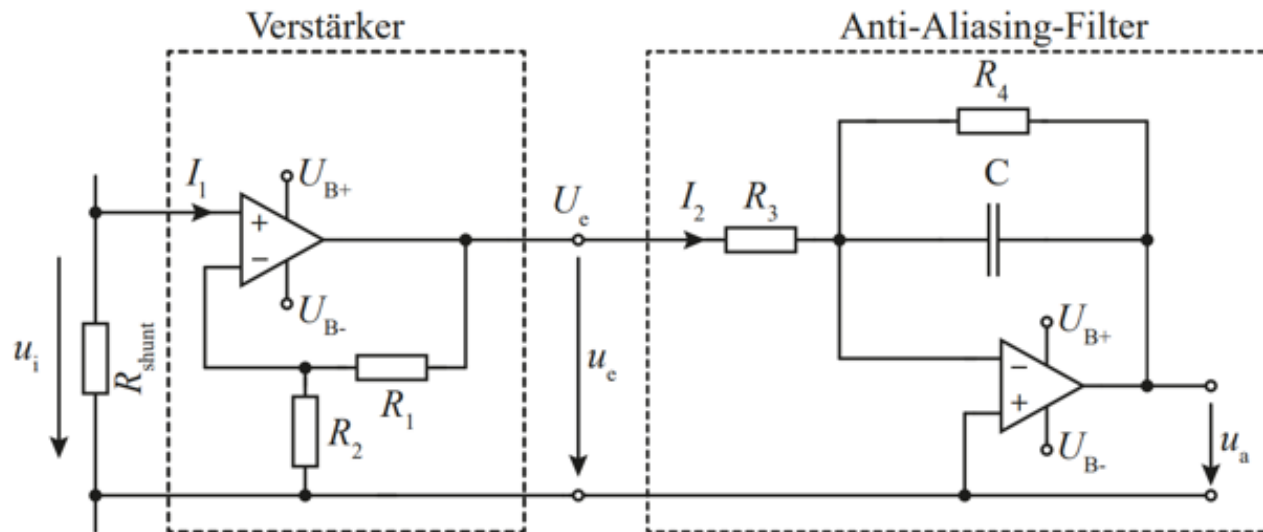


Abbildung 6: Strommessschaltung mit Verstärker und Filter.

In den folgenden Aufgabenteilen c)-e) wird nur das Anti-Aliasing-Filter betrachtet.

- c.) Wie hoch ist die maximale Spannung, die über R_3 im normalen Betrieb abfallen kann? Begründen Sie. Welches ist somit der minimale Wert für R_3 , der I_2 auf einen Betrag von 10 mA begrenzt?
- d.) Für den Widerstand R_4 wurde ein Wert von $10\text{ k}\Omega$ gewählt. Wie müssen Sie die Kapazität C wählen, um eine Grenzfrequenz von $f_g = 20\text{ kHz}$ zu realisieren?
- e.) Der Wert des Widerstandes R_3 betrage nun $30\text{ k}\Omega$. Der Wert des Widerstandes R_4 betrage wieder $10\text{ k}\Omega$. Geben Sie den allgemeinen analytischen Ausdruck der Übertragungsfunktion $\hat{u}_a/\hat{u}_e$ des Filters in Abhängigkeit von R_4 , R_3 , C und $j\omega$ an. Wie gross ist die Gleichspannungsverstärkung des Filters?



Tipps für Serie 13

1.1) $f_b = \frac{f_t}{v_{g0}}$, $f_t = \frac{\omega_t}{2\pi}$ wobei $|v_g(\omega_t)| = 1 = 0 \text{ dB}$

2.1) virtueller Kurzschluss und $U_w = 0 \text{ V}$

2.3) mache zuerst 2.5) $\Rightarrow j\omega \hat{=}$ Ableitung, $\frac{1}{j\omega} \hat{=}$ Integral

2.5) fasse R_3, C_3 und R_N, C_N zusammen und benutze die Formel für den invertierenden Verstärker