



Thermodynamik I – Übung 7

Folien von Dominic Landolf, angepasst durch Pascal Hodel

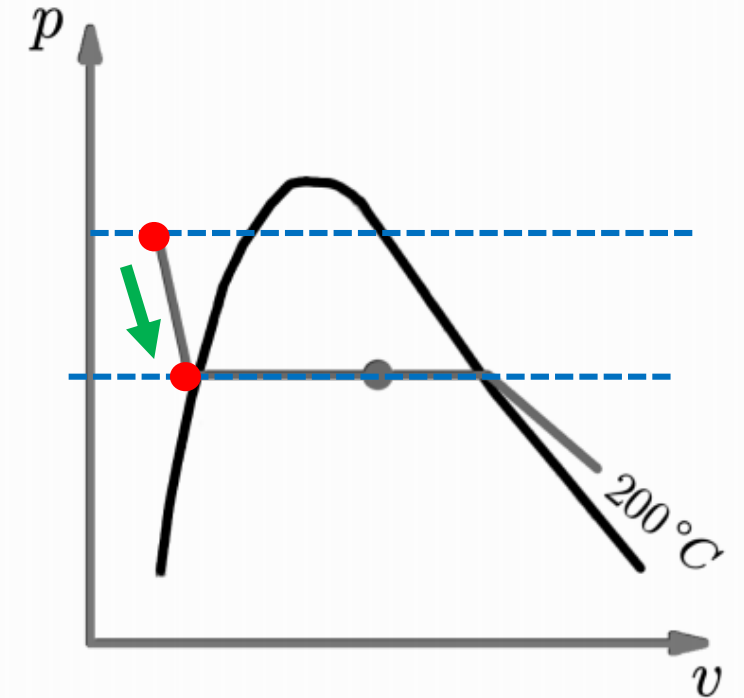
Ablauf

- Recap: Inkompressible Flüssigkeiten
- Recap: Spezifische Wärmekapazitäten
- Leistungsziffer für Kältemaschine
- Leistungsziffer für Wärmepumpe
- Entropie
- T-s-Diagramm
- TdS-Gleichungen
- Entropiedifferenzen
- Entropiebilanz für geschlossene Systeme
- Entropiebilanz für offene Systeme
- Isentroper Wirkungsgrad

Recap: Inkompressible Flüssigkeiten

- Für inkompressible Flüssigkeiten gilt:
Spezifisches Volumen und spezifische innere Energie praktisch nur Funktion der Temperatur (und nicht des Druckes)
- 2 Möglichkeiten um Zustandsgrößen oder deren Differenz zu bestimmen:
 - Tabellen: $v(T, p) \cong v_f(T)$
 $u(T, p) \cong u_f(T)$
 $h(T, p) \cong h_f(T)$
 $s(T, p) \cong s_f(T)$
 - Spezifische Wärmekapazitäten: A-19
- Für spezifische Wärmekapazitäten bei inkompressiblen Flüssigkeiten gilt: (Skript S.68)

$$c_p = c_v = c(T)$$



Recap: Spezifische Wärmekapazitäten

- Inkompressible Flüssigkeiten:

$$u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) \cdot dT$$

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) \cdot dT + v(p_2 - p_1)$$

- Ideale Gase:

$$u_2 - u_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \cdot dT$$

$$h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \cdot dT$$

Leistungsziffer für Kältemaschine

- Mit einer Kältemaschine will man dem kalten Reservoir möglichst viel Wärme \dot{Q}_C entziehen und dafür möglichst wenig Arbeit \dot{W}_{KM} aufwenden
- Bei Kältemaschinen arbeitet man nicht mit dem thermischen Wirkungsgrad sondern mit der Leistungsziffer, welche folgendermassen definiert ist:

$$\varepsilon_{KM} = \frac{\dot{Q}_C}{-\dot{W}_{KM}} = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}$$

- Für eine Carnot- bzw. reversible Kältemaschine folgt:

$$\varepsilon_{KM} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

Leistungsziffer für Wärmepumpe

- Mit einer Wärmepumpe will man ein Objekt auf einer höheren Temperatur halten, d.h. man interessiert sich für den Wärmestrom \dot{Q}_H , welcher an das Reservoir auf höherem Temperaturniveau abgegeben wird
- Die Leistungsziffer ist folglich definiert als:

$$\varepsilon_{WP} = \frac{\dot{Q}_H}{-\dot{W}_{WP}} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}$$

- Für eine Carnot- bzw. reversible Wärmepumpe folgt:

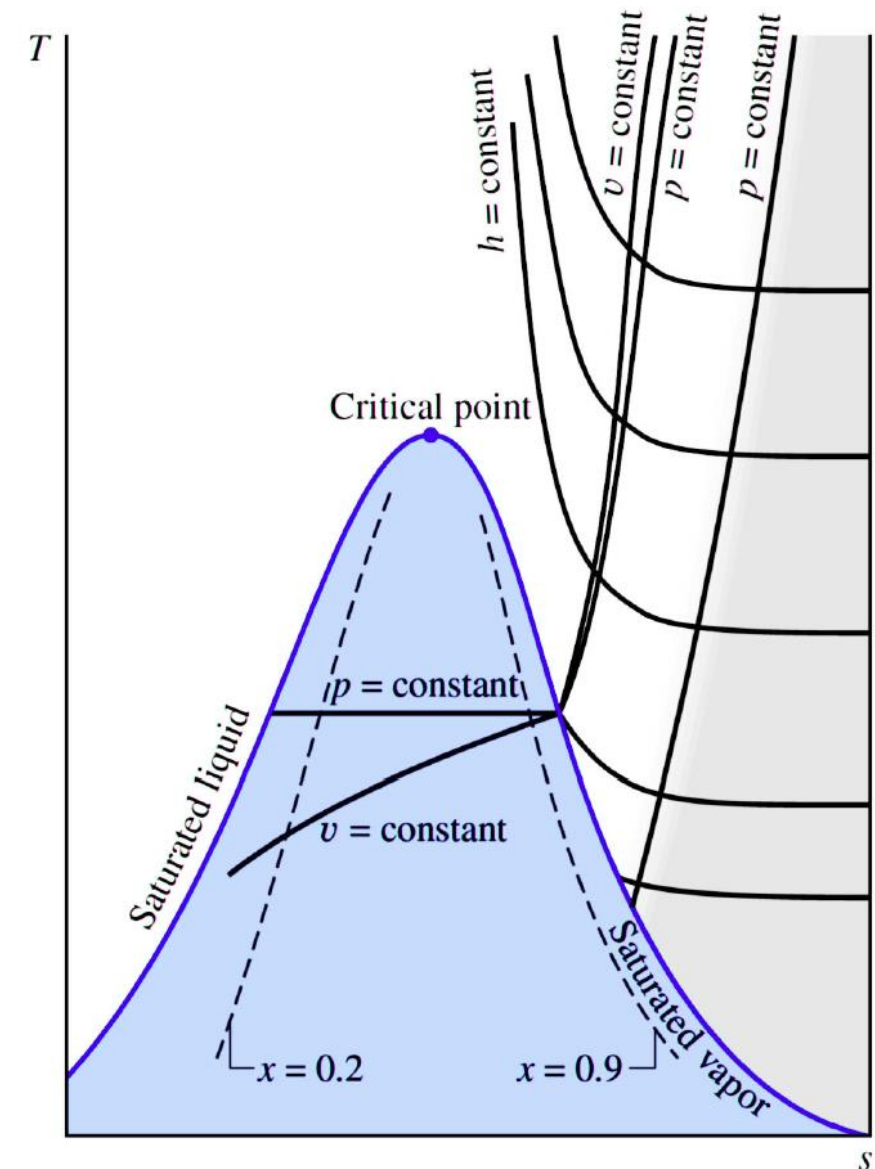
$$\varepsilon_{WP} = \frac{T_H}{T_H - T_C}$$

Entropie

- Die Entropie beschreibt 2 Dinge:
 - Die Richtung, in welche ein Prozess spontan abläuft
 - Mass für Irreversibilität eines Prozessablaufs
- Die **Entropie S** ist eine **Zustandsgrösse**
- Ein Prozess wird spontan immer in **Richtung der zunehmenden Entropie** verlaufen
- Die **erzeugte Entropie S_{erz}** ist jedoch **keine Erhaltungsgrösse** und darf nicht mit der Zustandsfunktion S verwechselt werden. Entropie wird bei irreversiblen Prozessen erzeugt und kann nicht vernichtet werden.
(Bsp. Bei Entropiebilanz)

T-s Diagramm

- Dom für reale Stoffe
- Isochoren ($v=\text{const}$) verlaufen **steiler** als Isobaren ($p=\text{const}$)



TdS-Gleichungen

- 1. TdS-Gleichung: $dU = TdS - pdV$

Analog:

$$\begin{aligned} du &= Tds - pdv \\ d\bar{u} &= Td\bar{s} - p d\bar{v} \end{aligned}$$

- 2. TdS-Gleichung: $dH = TdS + Vdp$

Analog:

$$\begin{aligned} dh &= Tds + Vdp \\ d\bar{h} &= Td\bar{s} + \bar{v}dp \end{aligned}$$

- Da TdS-Gleichungen nur Zustandsgrößen enthalten, gelten sie auch für **irreversible** Prozesse (obwohl im Hinblick auf reversiblen Prozess hergeleitet)

Entropiedifferenzen

- **Wichtig:** Sprechen wir von Entropiedifferenzen $\Delta S = S_2 - S_1$ betrachten wir, wie sich die Zustandsfunktion S zweier Zustände unterscheidet (nicht S_{erz})
- Es gibt folgende Möglichkeiten um Entropiedifferenzen zu berechnen:
 - Reale Stoffe: Tabellen
 - Ideale Gase: 1.) Tabellen
2.) Formel mit spezifischen Wärmekapazitäten
 - Inkompressible Flüssigkeiten: Formel mit spezifischen Wärmekapazitäten
 - TdS-Gleichungen

Entropiedifferenzen – ideale Gase

- Bestimmung mit Tabellen:

$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1}$$

- Bestimmung mit Formel:

$$s(T_2, v_2) - s(T_1, v_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v(T) \frac{dT}{T} + R \cdot \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$
$$s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p(T) \frac{dT}{T} - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

Entropiedifferenzen – inkompressible Flüssigkeiten

- Für inkompressible Stoffe gilt $v \approx \text{const}$:

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c(T) \cdot \frac{dT}{T}$$

Resp. für $c = \text{const}$:

$$s_2 - s_1 = c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Entropiebilanz für geschlossene Systeme

- Die Entropiebilanz für einen Prozess $1 \rightarrow 2$ in einem geschlossenen System mit konstanten Temperaturen an Systemgrenzen lautet:

$$s_{\text{erz}} = s_2 - s_1 - \sum_{j=1}^l \frac{Q_j}{T_{G,j}}$$

$s_{\text{erz}} = 0$	→ reversibler Prozess
$Q = 0$	→ adiabater Prozess
$s_2 - s_1 = 0$	→ isentroper Prozess

- T_G : Temperatur an Systemgrenze, bei welcher Wärme übertragen wird
 - **Ein adiabater und reversibler Prozess ist gleichzeitig isentrop!**
 - **(Aber umgekehrt nicht nicht unbedingt)**
- Clausius Ungleichung: $\oint \frac{\delta Q}{T_G} \leq 0$

Entropiebilanz für offene Systeme

- Analog zur Energie wird auch Entropie über Massenströme in ein System hineingeführt
- Die Entropiebilanz für offene Systeme lautet:

$$\dot{S}_{erz} = \frac{dS}{dt} - \sum_{j=1}^l \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_{k=1}^m \dot{m}_{k,a} \cdot s_{k,a} - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{i,e} \cdot s_{i,e}$$

- Die Gleichung hat die Einheit **J/(K•s)**

Isentroper Wirkungsgrad

- Der isentrope Wirkungsgrad vergleicht die Leistungsfähigkeit eines realen Elements mit derjenigen eines isentrop (reversibel & adiabat) arbeitenden Elements

- Isentroper Turbinenwirkungsgrad:

$$\eta_{T,s} = \frac{w_{s12}}{(w_{s12})_{rev}} \stackrel{\text{adiabat}}{=} \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$$

- Isentroper Verdichterwirkungsgrad:

$$\eta_{K,s} = \frac{(w_{s12})_{rev}}{w_{s12}} \stackrel{adiabat}{=} \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$$

