Thermodynamik I – Übung 11

Folien von Dominic Landolf, angepasst durch Pascal Hodel

Ablauf

- Recap: Exergie offene Systeme
- Wirkungsgrad vs. Leistungsziffer
- Exergetischer Wirkungsgrad
- Anhang: Beweis Exergiebilanz für besonders interessierte Studenten

Recap: Exergie einer Strömung (offenes System)

- Die Exergie, welche ein Massenstrom bzgl. der Umgebung mit sich führt, kann man folgendermassen berechnen:

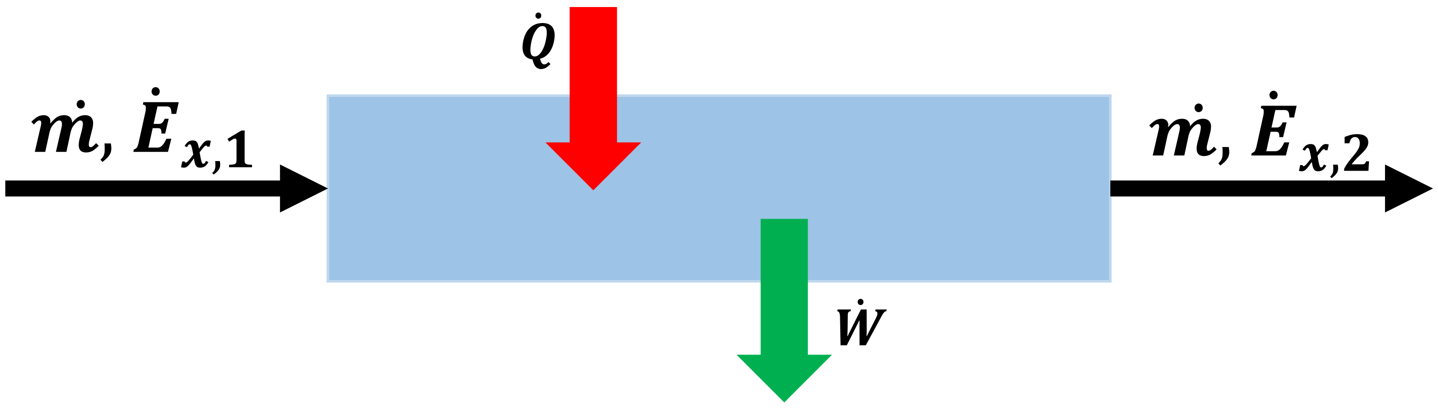
$$\boxed{\begin{aligned} \dot{E}_{x,str.} &= \dot{m} \cdot \left[h - h_0 - T_0\left(s - s_0\right) + ke + pe\right] \\ e_{x,str.} &= h - h_0 - T_0\left(s - s_0\right) + ke + pe \end{aligned}}$$

- $\left[\dot{E}_{x,str}\right] = {}^{J}/_{s} = W$
- $\left[e_{x,str}\right] = {}^{J}/_{kg}$

Recap: Exergiedifferenz einer Strömung

- Somit lässt sich die Exergiedifferenz eines Massenstromes von 1 → 2 berechnen als:

$$\boxed{\begin{aligned}\dot{E}_{x,2}-\dot{E}_{x,1} &= \dot{m}\cdot\left[h_2-h_1-T_0\left(s_2-s_1\right)+\Delta ke+\Delta pe\right]\\[1em] e_{x,2}-e_{x,1} &= h_2-h_1-T_0\left(s_2-s_1\right)+\Delta ke+\Delta pe\end{aligned}}$$



Recap: Exergiebilanz für offene Systeme

- Die Exergiebilanz für offene Systeme lautet:

$$\boxed{\frac{dE_x}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \dot{m}_{ie} \cdot e_{x,str,ie} - \sum_{k=1}^{m} \dot{m}_{ka} \cdot e_{x,str,ka} + \sum_{j=1}^{l} \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \dot{W}_S - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}}$$

- T_0: Umgebungstemperatur

  T_j: Grenztemperatur

Wirkungsgrad und Leistungsziffer

- Immer:

$$\boxed{\frac{Nutzen}{Aufwand}}$$

- **Wirkungsgrad** (Wärmekraftmaschine):

$$\boxed{\eta_{th} = \frac{W_{KP}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}}}$$

➔ Nutzen ist die geleistete Arbeit während des Kreisprozesses

➔ Aufwand die benötigte Wärme

Wirkungsgrad und Leistungsziffer

- Leistungsziffer **Kältemaschine** (z.B. Kühlschrank):

$$\boxed{\varepsilon_{KM} = \frac{\dot{Q}_C}{-\dot{W}_{KM}} = \frac{\dot{Q}_C}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}}$$

➔ Nutzen ist dem kalten Reservoir entzogene Wärme, also dem Kreisprozess zugeführte Wärme

- Leistungsziffer **Wärmepumpe** (z.B. Haus-Heizung):

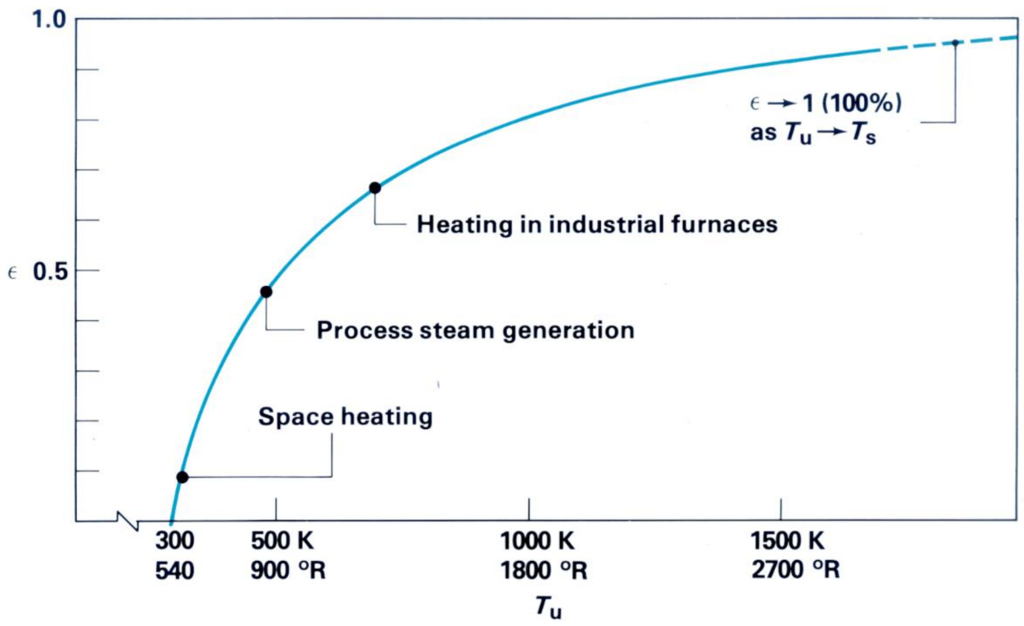
$$\boxed{\varepsilon_{WP} = \frac{\dot{Q}_H}{-\dot{W}_{WP}} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{Q}_H - \dot{Q}_C}}$$

➔ Nutzen ist dem heissen Reservoir zugeführte Wärme, also dem Kreisprozess entzogene Wärme

Exergetischer Wirkungsgrad

$$\varepsilon = \frac{nutzbare\ Exergie}{zugeführte\ Exergie}$$

- Exergetischer Wirkungsgrad nimmt mit höherer Nutzungstemperatur zu:



- Viele Beispiele auf Zusammenfassung

Anhang (<u>**nur**</u> für Interessierte)

- Der Beweis der Exergiebilanz für offene Systeme wird nicht geprüft, hilft aber vielleicht dem Verständnis für die einzelnen Terme.

- (Beweis aus Folien der Vorlesung)

Energiebilanz (1. HS) für das offene System

$$dE_s = \sum_{i=1}^{l} \left(e_{ie} + p_{ie} v_{ie}\right) \cdot dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k} \left(e_{ia} + p_{ia} v_{ia}\right) \cdot dm_{ia} - \delta W_0 + \delta Q_0 + \sum_{i=1}^{n} \delta Q_i$$

wobei spez. Energie e: $e = u + ke + pe = u + \frac{w^2}{2} + g \cdot z$

Entropiebilanz (2. HS) für das offene System

$$dS_{Erz} = dS_s - \sum_{i=1}^{l} \left(s_i \, dm_i\right)_e + \sum_{i=1}^{k} \left(s_i \, dm_i\right)_a - \frac{\delta Q_0}{T_0} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta Q_i}{T_i}$$

2. HS nach Q_0 auflösen, in 1. HS einsetzen

$$\delta W_0 = \sum_{i=1}^{l}\left(e_{ie} + p_{ie}\cdot v_{ie} - T_0\cdot s_{ie}\right)\cdot dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k}\left(e_{ia} + p_{ia}\cdot v_{ia} - T_0\cdot s_{ia}\right)\cdot dm_{ia} -$$

$$-d\left(E - T_0\cdot S\right) + \sum_{i=1}^{n}\delta Q_i\left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) - T_0\cdot\delta S_{Erz}$$

Vergleiche mit reversiblem Fall

$$\delta W_{0,\max} = \delta W_{0,rev} \qquad \rightarrow \qquad \delta S_{erz} = 0$$

$$\delta W_{0,rev} = \sum_{i=1}^{l}\left(e_{ie} + p_{ie}\cdot v_{ie} - T\cdot_0 s_{ie}\right)\cdot dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k}\left(e_{ia} + p_{ia}\cdot v_{ia} - T_0\cdot s_{ia}\right)\cdot dm_{ia}$$

$$-d\left(E - T_0\cdot S\right) + \sum_{i=1}^{n}\delta Q_i\left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right)$$

Gouy-Stodola-Theorem gilt auch für offene Systeme

$$\delta W_{0,Verlust} = \delta W_{0,rev} - \delta W_0 = T_0 \left(\delta S_{erz}\right)$$

zeitliche Ableitung der Energiebilanz für den reversiblen Fall, enthält Arbeitsleistung, Massenströme, Wärmeströme

$$\dot{W}_{0,rev} = \sum_{i=1}^{l}\left(e_{ie} + p_{ie} \cdot v_{ie} - T_0 \cdot s_{ie}\right) \cdot \dot{m}_{ie} - \sum_{i=1}^{k}\left(e_{ia} + p_{ia} \cdot v_{ia} - T_0 \cdot s_{ia}\right) \cdot \dot{m}_{ia} - \frac{d}{dt}\left(E - T_0 \cdot S\right) + \sum_{i=1}^{n} \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right)$$

Umwandlung der Energiebilanz in Exergiebilanz, ersetze Arbeit durch nutzbare Arbeit

$$dE_x \text{ (wegen Arbeit) } = dW_{0,rev,nutz} = dW_{0,rev} - p_0 \times dV$$

$$\delta W_{s_{rev}\atop nutz} = \sum_{i=1}^{l}\left(e_{ie} + p_{ie}\cdot v_{ie} - T_0\cdot s_{ie}\right)\cdot dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k}\left(e_{ia} + p_{ia}\cdot v_{ia} - T_0\cdot s_{ia}\right)\cdot dm_{ia} -$$
$$- d\left(E - T_0\cdot S + p_0\cdot V\right) + \sum_{i=1}^{n}\delta Q_i\left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right)$$

Bedeutung der Energieterme (spezifisch e, gesamt E)

$$e_y + p_y\cdot v_y = u_y + p_y\cdot v_y + ke_y + pe_y = h_y + \frac{1}{2}w_y^2 + g\cdot z_y$$

vollständige Exergiebilanz, nach Einführung der spezifischen Enthalpie h

$$\mathrm{d}W_{0,rev,nutz} = \underbrace{\sum_{i=1}^{l}\left(h_{ie} - T_0 \cdot s_{ie} + \frac{1}{2}w_{ie}^2 + g \cdot z_{ie}\right) \cdot dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k}\left(h_{ia} - T_0 \cdot s_{ia} + \frac{1}{2}w_{ia}^2 + g \cdot z_{ia}\right) \cdot dm_{ia}}_{\text{Differenz zwischen ein- und ausstroemender, an die Massenstroeme gebundene Exergie}} -$$

$$\underbrace{-d\left(U + p_0 \cdot V - T_0 \cdot S + \frac{1}{2}M \cdot w^2 + M \cdot g \cdot z\right)}_{\text{Aenderung des Exergieinhaltes des Systems}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n}\mathrm{d}Q_i\left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right)}_{\text{Exergieuebertragung durch Waermestroeme}}$$

hier Exergie des strömenden Fluids als Differenz zwischen Ein- und Ausströmen

Exergie eines strömenden Fluids, relativ zu Umgebungsbedingungen

$$e_{x,Strömung} = \left(h - T_0 \cdot s + \frac{1}{2} \cdot w^2 + g \cdot z \right) - \left(h_0 - T_0 \cdot s_0 \right)$$
$$= \left(h - h_0 \right) - T_0 \left(s - s_0 \right) + \frac{1}{2} \cdot w^2 + g \cdot z$$

Exergie der gesamten strömenden Fluidmasse Strömungsexergie oder „flow availability“

$$E_{x,Strömung} = \left(H - H_0 \right) - T_0 \cdot \left(S - S_0 \right) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot w^2 + m \cdot g \cdot z$$

$$\boxed{E_{x,Strömung,2} - E_{x,Strömung,1} = H_2 - H_1 - T_0 (S_2 - S_1) + m \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + mg(z_2 - z_1)}$$

Anwendung von $Ex_{Strömung}$ auf Exergiebilanz

$$\delta W_{0,rev,nutz} = \sum_{i=1}^{l} e_{x,i,str,e} \cdot dm_{ie} + \sum_{i=1}^{l} (h_0 - T_0 \cdot s_0) \cdot dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k} e_{x,i,str,a} \cdot dm_{ia} - \sum_{i=1}^{k} (h_0 - T_0 \cdot s_0) \cdot dm_{ia} -$$

$$- dE_x - (h_0 - T_0 \cdot s_0) \cdot dM + \sum_{i=1}^{n} \delta Q_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right)$$

Zusammenfassen der Terme bezüglich Umgebungszustand T_0

$$\delta W_{0,rev,nutz} = \sum_{i=1}^{l} e_{x,str,ie} \cdot dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k} e_{x,str,ia} \cdot dm_{ia} - dE_x + \sum_{i=1}^{n} \delta Q_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) +$$

$$+ (h_0 - T_0 \cdot s_0) \cdot \underbrace{\left[\sum_{i=1}^{l} dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k} dm_{ia} - dM\right]}_{=0 \text{ wegen Massenerhaltung}}$$

$$\delta W_{0,rev,nutz} = \sum_{i=1}^{l} e_{x,str,ie}\, dm_{ie} - \sum_{i=1}^{k} e_{x,str,ia}\, dm_{ia} - dE_x + \sum_{i=1}^{n} \delta Q_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right)$$

Einströmen Ausströmen Wärmeübertragung

Änderung Systeminhalt

Exergiebilanz für das offene System, zeitliche Ableitung

$$\frac{dE_x}{dt} = \sum_{i=1}^{l} \dot{m}_{ie}\, e_{x,str,ie} - \sum_{i=1}^{k} \dot{m}_{ia}\, e_{x,str,ia} - \dot{W}_{0,rev,nutz} + \sum_{i=1}^{n} \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right)$$

wenn irreversibel: $\dot{W}_{0,nutz} = \dot{W}_{0,nutz,rev} - T_0 \cdot S_{erz}$

$$\frac{dE_x}{dt} = \sum_{i=1}^{l} \dot{m}_{ie}\, e_{x,str,ie} - \sum_{i=1}^{k} \dot{m}_{ia} e_{x,str,ia} - \dot{W}_{0,nutz} + \sum_{i=1}^{n} \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) - T_0\, \dot{S}_{erz}$$

$$e_{x,Strömung} = \left(h - h_0\right) - T_0\left(s - s_0\right) + \frac{1}{2} \times w^2 + g \times z$$