

ALLGEMEINE BEZIEHUNGEN

Definitionen

- Definition einer Zustandsgrösse: $\oint d(\text{Zustandsgrösse}) = 0$
- Definition einer Prozessgrösse: $\oint \delta(\text{Prozessgrösse}) \neq 0$
- Extensive Zustandsgrösse: Z
- Intensive Zustandsgrösse:
(bezogen auf Systemgrösse) $z = \frac{Z}{m}$
- Zustandsprinzip für einfache thermodynamische Systeme:
 $z = z(x, y)$, x, y sind dabei unabhängige Zustandsvariablen
- Relevante Eigenschaften partieller Differentiale:
($z = z(x, y)$)
 $\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = 1$
 $\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -1$
- Definition der Enthalpie: $H = U + pV$ bzw. massenspezifisch: $h = u + pv$
- Definition der freien Energie:
(Helmholtz'sche Funktion) $\Psi = U - T \cdot S$ bzw. massenspezifisch: $\psi = u - T \cdot s$
- Definition der freien Enthalpie:
(Gibb'sche Funktion) $G = H - T \cdot S$ bzw. massenspezifisch: $g = h - T \cdot s$

Thermodynamische Gleichgewichtsbeziehungen

- Totales Differential der inneren Energie: $dU = TdS - pdV$ bzw. massenspezifisch: $du = Tds - pdv$
- Totales Differential der Enthalpie: $dH = TdS + Vdp$ bzw. massenspezifisch: $dh = Tds + vdp$
- Totales Differential der Entropie: $dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{rev}$

REINSTOFFMODELLE

Ideale Flüssigkeit ('if')

- Flüssigkeit ist inkompressibel: $v^{if} = const$
- Wärmekapazitäten: $c_p^{if}(T) = c_v^{if}(T) = c^{if}(T)$
- Spez. Änderung der inneren Energie: $u^{if}(T_2) - u^{if}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c^{if}(T) dT$
- Spez. Änderung der Enthalpie: $h^{if}(T_2, p_2) - h^{if}(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} c^{if}(T) dT + v^{if}(p_2 - p_1)$
- Spez. Änderung der Entropie: $s^{if}(T_2) - s^{if}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c^{if}(T)}{T} dT$

Ideales Gas ('ig')

- Ideale Gaskonstante: $\bar{R} = 8.314 \frac{J}{molK}$ (allgemein), $R = \frac{\bar{R}}{M}$ (spezifisch, M - Molare Masse)
- Ideales Gasgesetz: $pV = n\bar{R}T$ bzw. massenspezifisch: $pv = RT$

- Spez. Wärmekapazität (ermittelt bei konstantem Volumen) $c_v^{ig}(T) = \left(\frac{\delta q}{\delta T}\right)_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v$
 - Spez. Wärmekapazität (ermittelt bei konstantem Druck) $c_p^{ig}(T) = \left(\frac{\delta q}{\delta T}\right)_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p$
 - Isentropenkoeffizient: $\kappa = \frac{c_p^{ig}}{c_v^{ig}} = \frac{c_v^{ig} + R}{c_v^{ig}} \quad (R = c_p^{ig} - c_v^{ig})$
 - Spez. Änderung der inneren Energie: $u^{ig}(T_2) - u^{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_v^{ig}(T) dT$
 - Spez. Änderung der Enthalpie: $h^{ig}(T_2) - h^{ig}(T_1) = \int_{T_1}^{T_2} c_p^{ig}(T) dT$
 - Spez. Änderung der Entropie: ($s = f(T, p)$) $s^{ig}(T_2, p_2) - s^{ig}(T_1, p_1) = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p^{ig}(T)}{T} dT - R \ln \frac{p_2}{p_1}$
- Verwendung von Tabellenwerten:
($s^0(T) = s(T, p_{Tabelle})$)
- $$s^{ig}(T_2, p_2) - s^{ig}(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Perfektes Gas ('pg')

- Spez. Wärmekapazität (ermittelt bei konstantem Volumen) $c_v^{pg} = const$
- Spez. Wärmekapazität (ermittelt bei konstantem Druck) $c_p^{pg} = const$
- Isentropenkoeffizient: $\kappa = \frac{c_p^{pg}}{c_v^{pg}} = const$

Reales Fluid (2-Phasengebiet)

- Dampftafeln: $z = f(T, p), \quad (z - \text{spezifische Zustandsgrösse, } z = v, u, h, s)$
 - Nassdampf: $z = z_f + x(z_g - z_f)$
 - Dampfgehalt: $x = \frac{m_{Dampf}}{m_{flüssig} + m_{Dampf}}$
 - Verdampfungsenthalpie: $h_{fg} = h_g - h_f$
 - Clapeyron Gleichung: (allg. Phasenänderung) $\left(\frac{dp}{dT}\right)_{Sae} = \frac{h'' - h'}{T(v'' - v')}$ (' - untere Phasengrenze, '' - obere Phasengrenze)
- für Verdampfung: $\left(\frac{dp}{dT}\right)_{Sae} = \frac{h_g - h_f}{T(v_g - v_f)}$
- falls Dampfphase ideales Gas: (Clausius-Clapeyron Gleichung) $\left(\frac{d(\ln p)}{dT}\right)_{Sae} = \frac{h_g - h_f}{R \cdot T^2}$
- Ideale Dampfdruckkurve: $p_D(T) = p_{D,0} \cdot \exp\left[-\frac{h_g - h_f}{R} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right]$

Reales Fluid

- Maxwell-Gleichungen:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial v}\right)_s = -\left(\frac{\partial p}{\partial s}\right)_v \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_s = \left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)_p$$

$$\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T \quad \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial s}{\partial v}\right)_T$$

PROZESSE

Zustandsänderungen

- Polytrope:
- Isobare:
- Isotherme:
- Isochore:
- Isenthalpe:
- Isentrope:

$$pV^n = const \quad \text{bzw. massenspezifisch: } pv^n = const$$

(n - Polytropenexponent)

$$p = const \quad (n = 0)$$

$$T = const$$

$$V = const \quad (n \rightarrow \infty)$$

$$H = const$$

$$S = const$$

Zustandsänderungen idealer Gase

- Isotherme:
- Isentrope:
- Polytropes Temperaturverhältnis:

$$n = 1$$

$$n = \kappa = \frac{c_p^{ig}}{c_v^{ig}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1}$$

ENERGIEBETRACHTUNGEN

Definitionen

- Gesamte Energie:
- Änderung der gesamten Energie:
- Spez. kinetische und potentielle Energie:

$$E = U + KE + PE \quad \text{bzw. massenspezifisch: } e = u + ke + pe$$

$$\Delta E = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE \quad \text{bzw. massenspezifisch: } \Delta e = \Delta u + \Delta ke + \Delta pe$$

$$ke = \frac{KE}{m} = \frac{w^2}{2}, \quad pe = \frac{PE}{m} = gz$$

Spezifische Arbeiten bei quasistatischer Zustandsänderung

- Spez. Volumenarbeit:

$$\frac{W_{v12}}{m} = \int_1^2 p dv$$

für Polytrope, $n = 1$:

$$\left(\int_1^2 p dv\right)_{n=1} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

für Polytrope, $n \neq 1$:

$$\left(\int_1^2 p dv\right)_{n \neq 1} = \frac{1}{1-n} (p_2 v_2 - p_1 v_1)$$

- für Polytrope, $n \neq 1$:
(ideales Gas) $\left(\int_1^2 p dv \right)_{n \neq 1} = \frac{R(T_2 - T_1)}{1 - n}$
- Mitteldruck (Kreisprozess): $p_m = \frac{\oint p dV}{V_h}$; (V_h - Hubvolumen)
- Spez. Wellenarbeit: $\frac{\dot{W}_{s12}}{\dot{m}} = - \left(\int_1^2 v dp + \varphi_{Dissipation} + \Delta ke + \Delta pe \right)$
- für Polytrope, $n = 1$: $\left(\int_1^2 v dp \right)_{n=1} = - \left(\int_1^2 p dv \right)_{n=1}$
- für Polytrope, $n \neq 1$: $\left(\int_1^2 v dp \right)_{n \neq 1} = -n \cdot \left(\int_1^2 p dv \right)_{n \neq 1}$

Energiebilanzen

- für geschlossene Systeme:
(Systemmasse konstant) $\Delta E = Q - W$ bzw. $\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$
- massenspezifisch: $\Delta e = \frac{Q}{m} - \frac{W}{m}$
- für Kreisprozesse: $W_{KP} = Q_{zu} - Q_{ab}$ ($\Delta E = 0$)
- für halboffene Systeme:
(Systemmasse nicht konstant, Ein-/ Ausschubbedingungen konstant) $\Delta E = Q - W + \sum_{i=1}^n \Delta m_{i,e} \cdot \left(h_{i,e} + \frac{v_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_{j=1}^k \Delta m_{j,a} \cdot \left(h_{j,a} + \frac{v_{j,a}^2}{2} + g \cdot z_{j,a} \right)$
- für offene Systeme:
($\sum_i \dot{m}_{i,e} = \sum_j \dot{m}_{j,a}$) $\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum_{i=1}^n \dot{m}_{i,e} \cdot \left(h_{i,e} + \frac{v_{i,e}^2}{2} + g \cdot z_{i,e} \right) - \sum_{j=1}^k \dot{m}_{j,a} \cdot \left(h_{j,a} + \frac{v_{j,a}^2}{2} + g \cdot z_{j,a} \right)$
- für stationäre Fließprozesse
mit einem Massenstrom: $\dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m} \cdot \left[h_a - h_e + \frac{1}{2} \cdot (v_a^2 - v_e^2) + g \cdot (z_a - z_e) \right]$

ENTROPIEBETRACHTUNGEN

Entropiebilanzen

- für geschlossene Systeme: $S_{erz} = S_2 - S_1 - \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_G}$, (T_G - Temperatur an der Systemgrenze)
- für konstante Systemgrenztemperaturen: $S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum_{j=1}^l \frac{Q_j}{T_{G,j}}$
- zeitspezifisch: $\dot{S}_{erz} = \frac{dS}{dt} - \sum_{j=1}^l \frac{\dot{Q}_j}{T_{G,j}}$
- für Kreisprozesse: $\oint \frac{\delta Q}{T_G} \leq 0$ (Clausius-Ungleichung)
- für halboffene Systeme:
(Systemmasse nicht konstant, Ein- / Ausschubbedingungen konstant) $S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum_{j=1}^l \frac{Q_j}{T_j} + \sum_{k=1}^m \Delta m_{k,a} \cdot s_{k,a} - \sum_{i=1}^n \Delta m_{i,e} \cdot s_{i,e}$
- für offene Systeme:
($\sum_i \dot{m}_{i,e} = \sum_j \dot{m}_{j,a}$) $\dot{S}_{erz} = \frac{dS}{dt} - \sum_{j=1}^l \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_{k=1}^m \dot{m}_{k,a} \cdot s_{k,a} - \sum_{i=1}^n \dot{m}_{i,e} \cdot s_{i,e}$

für stationäre Fließprozesse mit einem Massenstrom:

$$\dot{S}_{erz} = \dot{m} \cdot (s_2 - s_1) - \sum_{j=1}^l \frac{\dot{Q}_j}{T_j}$$

EXERGIEBETRACHTUNGEN

Definitionen

- Exergie für geschlossenes System:
 massenspezifisch: $E_{x,geschl.} = U - U_0 + p_0(V - V_0) - T_0(S - S_0) + KE + PE$
 $e_{x,geschl.} = u - u_0 + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$
- Exergiedifferenz für geschlossenes System:
 massenspezifisch: $E_{x,2} - E_{x,1} = U_2 - U_1 + p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_2 - S_1) + \Delta KE + \Delta PE$
 $e_{x,2} - e_{x,1} = u_2 - u_1 + p_0(v_2 - v_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$
- Exergie einer Strömung (offenes System):
 massenspezifisch: $\dot{E}_{x,str.} = \dot{m} \cdot [h - h_0 - T_0(s - s_0) + ke + pe]$
 $e_{x,str.} = h - h_0 - T_0(s - s_0) + ke + pe$
- Exergiedifferenz einer Strömung (offenes System):
 massenspezifisch: $\dot{E}_{x,2} - \dot{E}_{x,1} = \dot{m} \cdot [h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$
 $e_{x,2} - e_{x,1} = h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$
- Exergie einer Wärme:
 $E_{x,Q} = \int \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q, \quad (T_G \text{ - Temperatur an der Systemgrenze})$
- Exergieverlust:
 (Verlustarbeit) $E_{x,verl} = W_{verl} = W_{rev} - W = T_0 \cdot S_{erz}$
- Thermodynamische Mitteltemperatur:
 $\bar{T} = \frac{\int T ds}{s_2 - s_1}$

Exergiebilanzen

- für geschlossene Systeme:
 zeitspezifisch: $E_{x,2} - E_{x,1} = \int_1^2 \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q - [W - p_0(V_2 - V_1)] - T_0 \cdot S_{erz}$
 $\frac{dE_x}{dt} = \sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \left[\dot{W} - p_0 \frac{dV}{dt}\right] - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$
- für halboffene Systeme:
 (Systemmasse nicht konstant, Ein- / Ausschubbedingungen konstant) $\Delta E_x = \sum_{i=1}^n \Delta m_{ie} \cdot e_{x,str,ie} - \sum_{k=1}^m \Delta m_{ka} \cdot e_{x,str,ka} + \sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) Q_j$
 $- [W - p_0 \Delta V] - T_0 \cdot S_{erz}$
- für offene Systeme:
 ($\sum_i \dot{m}_{i,e} = \sum_j \dot{m}_{j,a}$, konstantes Systemvolumen) $\frac{dE_x}{dt} = \sum_{i=1}^n \dot{m}_{ie} \cdot e_{x,str,ie} - \sum_{k=1}^m \dot{m}_{ka} \cdot e_{x,str,ka} + \sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \dot{W}_S - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$
 für stationäre Fließprozesse mit einem Massenstrom: $\sum_{j=1}^l \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j - \dot{W}_S - T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{m} \cdot [h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$

WIRKUNGSGRAD

- Thermischer Wirkungsgrad: $\eta_{th} = \frac{W_{nutz}}{Q_{zu}}$

für Kreisprozesse:

$$\eta_{th,KP} = \frac{W_{KP}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{Q_{kalt}}{Q_{heiss}} \quad (\text{Beachte: Hier } Q_{kalt} > 0, Q_{heiss} > 0, \text{ VZ wurde bereits berücksichtigt!})$$

- Carnotscher Wirkungsgrad:

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_{kalt}}{T_{heiss}} \quad (\text{für reversible Prozesse gilt: } \frac{Q_{kalt}}{Q_{heiss}} = \frac{T_{kalt}}{T_{heiss}})$$

- Leistungszahl (Wärmepumpe):

$$\varepsilon_W = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{-\dot{W}_S} = \frac{\dot{Q}_{heiss}}{\dot{Q}_{heiss} - \dot{Q}_{kalt}}$$

- Leistungszahl (Kältemaschine):

$$\varepsilon_K = \frac{\dot{Q}_{kalt}}{-\dot{W}_S} = \frac{\dot{Q}_{kalt}}{\dot{Q}_{heiss} - \dot{Q}_{kalt}}$$

- Isentroper Verdichterwirkungsgrad:

$$\eta_{V,s} = \frac{(w_{S12})_{rev}}{w_{S12}}, \quad \text{falls Prozess adiabat: } \eta_{V,s} = \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$$

- Isentroper Turbinenwirkungsgrad:

$$\eta_{T,s} = \frac{w_{S12}}{(w_{S12})_{rev}}, \quad \text{falls Prozess adiabat: } \eta_{T,s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$$

- Isentroper Düsenwirkungsgrad:

$$\eta_{D,s} = \frac{v_2^2/2}{(v_2^2/2)_{rev}} = \frac{v_2^2/2}{v_{2,max}^2/2}, \quad \text{falls Prozess adiabat: } \eta_{D,s} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1}$$

- Back work ratio:

$$bwr = \frac{\dot{W}_P}{\dot{W}_T} = \frac{h_4 - h_3}{h_1 - h_2}; \quad (\dot{W}_P - \text{Pumpenleistung; } \dot{W}_T - \text{Turbinenleistung})$$

- Exergetischer Wirkungsgrad:

$$\varepsilon = \frac{\text{genutzter Exergiestrom}}{\text{zugeführter Exergiestrom}}$$