



Übungslektion 3 – Comprehension & Numpy

Informatik II

4. / 5. März 2025

Heutiges Programm

Wiederholung von Kursinhalten

Numpy

Rekursion

Lektionsübung

Hausaufgaben

1. Wiederholung von Kursinhalten

Listen-Abstraktion

Erstellen einer Liste aus einer Funktion und einem Behälter.

```
l = [f(x) for x in c]
```

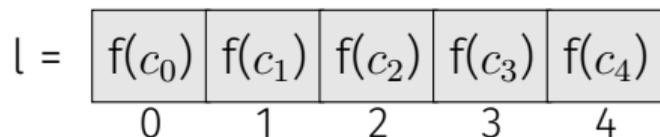
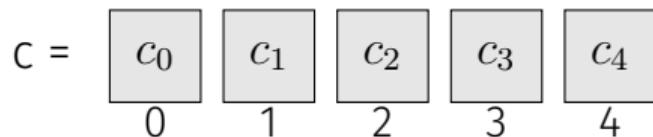
Äquivalenter **C++**-Code:

```
std::vector<double> l(c.size());  
for(int i=0;i<c.size();i++)  
{  
    l[i] = f(c[i]);  
}
```

Listen-Abstraktion

Erstellen einer Liste aus einer Funktion und einem Behälter.

```
l = [f(x) for x in c]
```



code bsp doubler
*x**0,5*

Listen-Abstraktion: Quiz

Was ist die Ausgabe des folgenden Codes? $\text{range}(2,7) = (2,3,4,5,6)$

```
[x**2 for x in range(2,7)]
```

$[4, 8, 16, 25, 36]$

Wie kann man die folgende Liste mittels Listen-Abstraktion generieren?

```
[1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128]
```

2^1 2^3 2^6 2^7 potenzen

2^{**x} for x in range(8)

Gefilterte Listen-Abstraktion

```
l = [f(x) for x in c if b(x)]
```

Äquivalenter **C++**-Code:

```
std::vector<double> l;  
for(int i=0;i<c.size();i++)  
{  
    if(b(x[i]))  
    {  
        l.push_back(f(c[i]));  
    }  
}
```

Gefilterte Listen-Abstraktion

```
l = [f(x) for x in c if b(x)]
```

c =

c ₀	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
0	1	2	3	4

b(x):

T	T	F	T	F
0	1	2	3	4

l =

f(c ₀)	f(c ₁)	f(c ₃)
0	1	2

condition

code bsp:

x >= 2

double if x > 2

Gefilterte Listen-Abstraktion: Quiz

Was ist die Ausgabe des folgenden Codes?

```
[x**3 for x in range(6) if x%2==1]
```

[1, 27, 125]

$\text{range}(6) = (0, 1, 2, 3, 4, 5)$
 $\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ x & | & x & | & x & | \\ \hline 1^3 & & 3^3 & & 5^3 & \end{matrix}$
↪ if x ungerade

Wie kann man die folgenden Listen mittels gefilterter Listen-Abstraktion generieren?

```
[25, 16, 9, 4, 4, 9, 16, 25]
```

← potenzieren!

$[x**2 \text{ for } x \text{ in } \text{range}(-5, 6) \text{ if } x**2 > 2]$

Sammlungen

■ set

```
s = {1, 6, 2, 7}
```

C++-Äquivalente: `std::set`, `std::unordered_set`

■ dictionary (dict) *key:value*

```
d = {1:3, 6:2, 2:6, 7:5}
```

key *value*

C++-Äquivalente: `std::map`, `std::unordered_map`

Dict-Operationen

Dictionary besteht aus Paaren `key:val`

```
d = {"Banana":2.4, "Apple":3.2, "Orange":3.6}
```

- Item zugreifen

```
d[key]
```

- Item hinzufügen

```
d[key] = val
```

- Item modifizieren

```
d[key] = val
```

- Key suchen

```
key in d
```

- Key löschen

```
del d[key]
```

Zeigen an Vscodé

Dict-Iteration

```
d = {"Banana":2.4, "Apple":3.2, "Orange":3.6}
```

■ Über keys

```
for key in d.keys():  
    print(key)
```

```
Banana  
Apple  
Orange
```

■ Über values

```
for val in d.values():  
    print(val)
```

```
2.4  
3.2  
3.6
```

■ Über Paare

```
for key, val in d.items():  
    print(str(key)+" "+str(val))
```

```
Banana 2.4  
Apple 3.2  
Orange 3.6
```

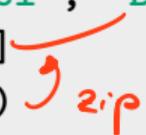
Dict mittels zwei Listen

Liste `k` von keys, `v` von values:

```
d = dict(zip(k,v))
```

Beispiel:

```
stadt = ["Zurich", "Basel", "Bern"]  
plz = [8000, 3000, 4000]  
d = dict(zip(stadt,plz))
```



```
{'Zurich': 8000, 'Basel': 3000, 'Bern': 4000}
```

Dict: Quiz

Gehe von den folgenden zwei Listen aus:

```
brand = ["Lindt", "Cailler", "Frey"]
cost = [3.2, 2.5, 2.0]
```

Handwritten notes: ~~Cailler~~, ~~2.5~~, ~~1.9~~, Halba, 2.1

Wie sieht dict d nach jedem Schritt aus?

```
d = dict(zip(brand, cost))
d["Halba"] = 1.9
d["Frey"] = 2.1
del d["Cailler"]
```

Handwritten table:

Lindt	Frey	Halba
3.2	2.1	1.9

Dict-Abstraktion

Erstellen eines Dict aus einer Sammlung und zwei Funktionen

```
d = {f(x):g(x) for x in c}
```

Äquivalenter **C++**-Code:

```
std::unordered_map<double, double> d;  
for(int i=0;i<c.size();i++)  
{  
    d[f(c[i])] = g(c[i]);  
}
```

Dict-Abstraktion

Erstellen eines Dict aus einer Sammlung und zwei Funktionen

```
d = {f(x):g(x) for x in c}
```

Beispiel:

```
{(x**2):(x**3) for x in range(1,5)}
```

```
{1: 1, 4: 8, 9: 27, 16: 64}
```

$(1, 2, 3, 4)$
 $\{x^2 : x^3\}$

Dict-Abstraktion

Mit Filter $b(x)$

```
d = {f(x):g(x) for x in c if b(x)}
```

 condition

Aus zwei Sammlungen cx , cy

```
d = {f(x):g(y) for x, y in zip(cx, cy)}
```

Aus einem anderen Dict d_0

```
d = {f(k):g(v) for k, v in d0.items()}
```

Aliasing

- Aliasing tritt auf, wenn der Wert einer Variablen einer anderen Variablen zugewiesen wird.
- Variablen sind nur Namen, die Verweise auf den tatsächlichen Wert speichern.
- In Python ist alles ein Zeiger!

```
first_variable = "PYTHON"  
print("Value of first:", first_variable)  
print("Reference of first:", id(first_variable))
```

```
Value of first: PYTHON  
Reference of first: 4349862704
```

```
second_variable = first_variable # making an alias  
print("Value of second:", second_variable)  
print("Reference of second:", id(second_variable))
```

```
Value of second: PYTHON  
Reference of second: 4349862704
```

Aliasing

- Das Ändern eines Wertes führt zu einer Änderung des Zeigers.

```
second_variable = 42 # changing the value
print("Value of first:", first_variable)
print("Reference of first:", id(first_variable))
print("Value of second:", second_variable)
print("Reference of second:", id(second_variable))
```

Value of first: PYTHON

Reference of first: 4349862704

Value of second: 42

Reference of second: 4308446800

- Änderungen an Elementen innerhalb einer Liste führen **nicht** zu einer Änderung des Zeigers.

```
l1 = ["a", "b", "c"]
l2 = l1
l1[1] = "d"
print(l2)
l2[1] = "e"
print(l1)
```

['a', 'd', 'c']

['a', 'e', 'c']

Aliasing von Funktionen

- Aliasing gilt auch für Funktionen. Mittels Aliasing kann man bestehenden Funktionen neue Namen zuweisen.

```
def fun(name):  
    print(f"Hello {name}, welcome to Informatik II!!!")  
  
cheer = fun  
print("The id of fun():", id(fun))  
print("The id of cheer():", id(cheer))  
  
fun('everyone')  
cheer('students')
```

```
The id of fun(): 4408778960  
The id of cheer(): 4408778960  
Hello everyone, welcome to Informatik II!!!  
Hello students, welcome to Informatik II!!!
```

Aliasing von Funktionen

- Aliasing kann auch auf Funktionen von Objekten angewendet werden.

```
class Test:
    def __init__(self):
        self._name = "original name"
    def name(self):
        return self._name

# create object of Test class
test = Test()

# create reference to name and its alias
name_fn = test.name
name_fn_ref = name_fn

print(name_fn())

test._name = "modified name"

print(name_fn_ref())

original name
modified name
```

Aliasing: Quiz

- Was wird auf dem Bildschirm ausgegeben?

```
alist = [4, 2, 8, 6, 5]
blist = alist
blist[3] = 999
print(alist)
```

- A. [4, 2, 8, 6, 5]
- B. [4, 2, 8, 999, 5]

- Welche Vergleiche geben in Anbetracht der folgenden Listen 'True' aus? (Wähle alle, die zutreffen).

```
list1=[1,100,1000]
list2=[1,100,1000]
list3=list1
```

- A. `print(list1 == list2)`
- B. `print(list1 is list2)`
- C. `print(list1 is list3)`
- D. `print(list2 is not list3)`
- E. `print(list2 != list3)`

2. Numpy

Erstellung von Numpy Arrays

```
import numpy as np
```

Erstellen eines Numpy Array aus einer Sequenz.

```
a = np.array([1, 2, 3, 4])  
b = np.array(range(5, 0, -1)) #[5, 4, 3, 2, 1]  
c = np.array([[1, 2], [3, 4]]) # two dimensional array
```

Erstellen eines Numpy Array mit `arange()`. Ähnlich wie bei `np.array(range())`.

```
a = np.arange(1, 5, 2) # [1, 3]  
b = np.arange(1, 5) # step = 1, [1, 2, 3, 4]  
c = np.arange(5) # start = 0, step = 1, [0, 1, 2, 3, 4]
```

Erstellung von Numpy Arrays & Quiz

Erstellen Sie ein Numpy-Array mit `linspace()`. Stopp ist **inklusive**.

```
a = np.linspace(2, 10, 5) # [2., 4., 6., 8., 10.]  
a = np.linspace(2, 100) # num = 50, [2., 4., 6., ..., 100.]
```

Quiz: Wie kann man das folgende Array mit Hilfe von `arange()` bzw. `linspace()` erzeugen?

```
array([5, 9, 13, 17])
```

Handwritten solutions:
`np.arange(5, 21, 4)`
`np.linspace(5, 17, 4)`

Numpy Array Operationen

Print

```
print(np.array([2, 2, 6, 8])) #[2 2 6 8]
```

Länge und Größe

```
a = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 6]) # one dimension
len(a) # 6
a.size # 6
b = np.array([[1, 2], [3, 4], [5, 6]]) # two dimensions
len(b) # 3
len(b[0]) # 2
b.size # 6
```

Numpy Array Operationen

Zugriff auf ein Element

```
a = np.array([1, 2, 3, 4, 5, 6]) # one dimension
a[2] # 3
a[-2] # a[-2] = a[-2 + len(a)] = a[4] = 5
```

```
b = np.array([[1, 2], [3, 4], [5, 6]]) # two dimensions
b[1] # array([3, 4])
b[1, 0] # b[1, 0] = b[1][0] = 3
```

Gefilterte Listen-Abstraktion

Zerschneiden

	0	1	2	
0	1	2	3	
1	4	5	6	
2	7	8	9	

```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
```

Gefilterte Listen-Abstraktion

Zerschneiden

	0	1	2
0	1	2	3
1	4	5	6
2	7	8	9

```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
```

```
A[1] # = A[1,:] = array([4, 5, 6]) (Zeile)
```

Gefilterte Listen-Abstraktion

Zerschneiden

	0	1	2
0	1	2	3
1	4	5	6
2	7	8	9

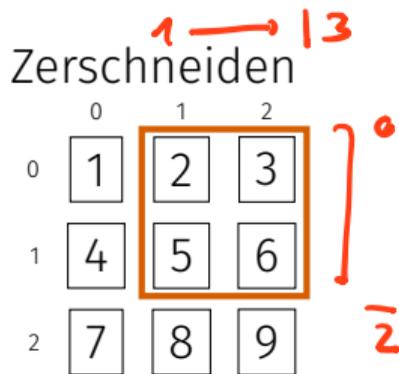
```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
```

```
A[1] # = A[1,:] = array([4, 5, 6]) (Zeile)
```

```
A[:, 2] # array([3, 6, 9]) (Spalte)
```

Spalte 2
ganze reihe

Gefilterte Listen-Abstraktion



```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
```

```
A[1] # = A[1,:] = array([4, 5, 6]) (Zeile)
```

```
A[:, 2] # array([3, 6, 9]) (Spalte)
```

```
A[0:2, 1:3] # array([[2, 3], [5, 6]])
```

row 0:2 = 0,1

1:3 → 1 bis und mit 2

Gefilterte Listen-Abstraktion

Zerschneiden

	0	1	2
0	1	2	3
1	4	5	6
2	7	8	9

```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
```

```
A[1] # = A[1,:] = array([4, 5, 6]) (Zeile)
```

```
A[:, 2] # array([3, 6, 9]) (Spalte)
```

```
A[0:2, 1:3] # array([[2, 3], [5, 6]])
```

```
A[1:2, ::2] # = A[1:2, 0:3:2] = [[4, 6]]
```

$A[1, ::2]$ ← zweisprünge
↑ reihe 1

Gefilterte Listen-Abstraktion

Zerschneiden *2er step*

	0	1	2	
0	1	2	3	-3 = 0
1	4	5	6	-2
2	7	8	9	-1

3

```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]])
```

```
A[1] # = A[1,:] = array([4, 5, 6]) (Zeile)
```

```
A[:, 2] # array([3, 6, 9]) (Spalte)
```

```
A[0:2, 1:3] # array([[2, 3], [5, 6]])
```

```
A[1:2, ::2] # = A[1:2, 0:3:2] = [[4, 6]]
```

Quiz: $A[-3:3, ::2] = ?$ *array([[1, 3], [4, 6], [7, 9]])*
0 → 3 alle, Zwischstufe

Numpy Array Statistiken

Numpy Array Statistiken

```
a = np.array([5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4])  
a.min() # 1  
a.max() # 8  
np.mean(a) # 4.5  
a.sum() # 36  
np.std(a) # standard deviation, 2.291
```

Numpy Array Operationen

Elementweise Operationen

```
A = np.array([[1, 2, 3], [4, 5, 6]])
A + 1 # [[2, 3, 4], [5, 6, 7]]
A * 3 # [[3, 6, 9], [12, 15, 18]]
A ** 2 # [[1, 4, 9], [16, 25, 36]]
np.sin(A) # [[sin(1), sin(2), sin(3)], [sin(4), sin(5), sin(6)]]
B = np.array([[4, 5, 6], [7, 8, 9]])
A + B # [[5, 7, 9], [11, 13, 15]]
A * B # [[4, 10, 18], [28, 40, 54]]
```

Matrix Multiplikation

```
A @ np.array([[1, 4], [3, 4], [4,6]]) # [[19, 30], [43, 72]]
```

Numpy Array Filterung & Quiz

```
a = np.arange(1, 10)
```

```
f = a % 3 == 0
```

```
a[f]
```

a:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

f:

F	F	T	F	F	T	F	F	T
---	---	---	---	---	---	---	---	---

a[f]:

3	6	9
---	---	---

Quiz

a[a**2 < 20].sum() = ?

condition

{ 1², 2², 3², 4², 5² ... }
✓ ✓ - - x ✓

[1, 2, 3, 4].sum() = 10

3. Rekursion

Rekursion

- Eine Funktion wird als **rekursiv** bezeichnet, wenn sie sich selbst aufruft.
- Die Idee ist es ein großes Problem in **kleinere sich wiederholende Teile** desselben Problems aufzuteilen.
- Jeder rekursive Algorithmus beinhaltet mindestens 2 Fälle:
 - **Basisfall:** Ein einfaches Problem, das direkt beantwortet werden kann.
 - **Rekursiver Fall:** Ein komplexeres Auftreten des Problems, das nicht direkt beantwortet werden kann.
- Einige rekursive Algorithmen haben mehr als einen Basis- oder rekursiven Fall, aber alle haben mindestens einen von beiden.

Rekursion: Beispiel

- Betrachte die folgende Funktion, um eine Zeile mit *-Zeichen auszugeben:

```
def printStars(n):  
    for _ in range(n):  
        print("*", end = ' ' )  
        print()  
  
printStars(5)
```

```
* * * * *
```

- Schreibe eine rekursive Version dieser Funktion (ohne Schleifen zu verwenden).

Rekursion: Beispiel Basisfall

■ Was ist der Basisfall?

```
def printStars(n):  
    """base case; just print one star"""  
    if n == 1:  
        print("*")  
    else:  
        ...  
  
printStars(5)
```

Rekursion: Beispiel Weitere Fälle

- Umgang mit weiteren Fällen, ohne Schleifen zu verwenden (auf eine schlechte Weise):

```
def printStars(n):  
    """base case; just print one star"""  
    if n == 1:  
        print("*")  
    elif n == 2:  
        print("*", end = ' ')  
        printStars(1)  
    elif n == 3:  
        print("*", end = ' ')  
        printStars(2)  
    elif n == 4:  
        print("*", end = ' ')  
        printStars(3)  
    else:  
        ...  
  
printStars(5)
```

Rekursion: Beispiel Rekursion Richtig Verwenden

- Zusammenfassen der rekursiven Fälle zu einem einzigen Fall:

```
def printStars(n):  
    """base case; just print one star"""  
    if n == 1:  
        print("*")  
    else:  
        """recursive case"""  
        print("*", end = ' ')  
        printStars(n - 1)  
  
printStars(5)
```

- Die obere Funktion geht davon aus, dass der kleinste Wert 1 ist, aber was wenn wir wollen dass der kleinste wert 0 ist?

Rekursion: Beispiel "Rekursion Zen"

- **Recursion Zen:** Die Kunst, die besten Fälle für einen rekursiven Algorithmus richtig zu identifizieren und elegant zu programmieren.

```
def printStars(n):  
    """base case; just end the line of output"""  
    if n == 0:  
        print()  
    else:  
        """recursive case; print one more star"""  
        print("*", end = ' ')  
        printStars(n - 1)  
  
printStars(5)
```

Rekursion: Beispiel Fakultät

- Die Fakultät einer Zahl ist das Produkt aller Zahlen von 1 bis zu dieser Zahl. Zum Beispiel ist die Fakultät von 6 (auch bezeichnet als 6!) $1*2*3*4*5*6 = 720$.
- Beispiel einer rekursiven Funktion zum Ermitteln der Fakultät einer Zahl:

```
def factorial(x):  
    if x == 1:  
        """base case"""  
        return 1  
    else:  
        """recursive case"""  
        return (x * factorial(x-1))  
  
num = 3  
print("The factorial of", num, "is", factorial(num))
```

The factorial of 3 is 6

```
factorial(3)      # 1st call with 3  
3 * factorial(2) # 2nd call with 2  
3 * 2 * factorial(1) # 3rd call with 1  
3 * 2 * 1        # return from 3rd call as number=1  
3 * 2           # return from 2nd call  
6               # return from 1st call
```

Rekursion: Vor- und Nachteile

Vorteile

- Rekursive Funktionen lassen den Code **sauber und elegant** aussehen.
- Komplexe Aufgaben können durch Rekursion in **einfachere Teilprobleme** zerlegt werden.

Nachteile

- Rekursive Aufrufe sind meistens teuer (**ineffizient**), da sie viel Speicher und Zeit beanspruchen.
- Rekursive Funktionen sind **schwer zu debuggen**, da es manchmal schwierig ist, der Logik hinter der Rekursion zu folgen.

Rekursion: Stack Overflow

- Jede rekursive Funktion muss eine **Grundbedingung** haben, die die Rekursion stoppt, sonst ruft sich die Funktion endlos selbst auf.
- Der Python-Interpreter **begrenzt** die Rekursionstiefe, um unendliche Rekursionen zu vermeiden die zu einem Stack Overflow führen.
- Standardmäßig beträgt die maximale Rekursionstiefe **1000**. Wird die Grenze überschritten, führt dies zu einem `RecursionError`.

```
def recursor():  
    recursor()  
recursor()
```

```
Cell In[1], line 2, in recursor()  
      1 def recursor():  
----> 2     recursor()
```

```
RecursionError: maximum recursion depth exceeded
```

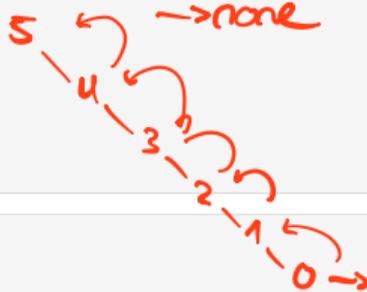
Rekursion: Quiz

- In welcher Datenstruktur werden Rekursionsaufrufe im Speicher abgelegt?

A. Heap
B. Stack
C. Tree

- Was ist die Ausgabe des unten angegebenen Codes?

```
def pprint(n):  
    if n == 0:  
        return  
    else:  
        return pprint(n-1)  
  
print(pprint(5))
```



A. 5
B. 5 4 3 2 1
C. None
D. RecursionError

4. Lektionsübung

Lektionsübung: Einheitsmatrix

Eine **Einheitsmatrix** oder **Identitätsmatrix** ist eine quadratische Matrix, deren Elemente auf der Hauptdiagonale eins und überall sonst null sind.

Schreibe ein Python Programm welches:

- Die Größe n der Einheitsmatrix als Input nimmt und die Matrix als verschachtelte Liste ausgibt.
- Die Matrix muß nicht weiter formatiert sein. Jedoch muß man auf jedes Element der Matrix I mittels $I[r][c]$ zugreifen können, wo r und c die Indices der Reihe und Spalte sind.

Hinweise: Listen können mit einer Konstanten multipliziert werden. Außerdem, können List Comprehensions und Python's Ternäroperator zu einer kompakteren Lösung führen.

Lektionsübung: Numpy Array

Code Expert – Numpy Array Slicing & Masking

Schreibe ein Python Programm welches:

- Erzeugen Sie ein zweidimensionales Feld (Aufgabe 1).
- Schneiden Sie das Array und berechnen Sie seine statistischen Ergebnisse (Aufgabe 2, 3).
- Filtern Sie das Array und berechnen Sie seine statistischen Ergebnisse (Aufgabe 4-6).

Siehe detaillierte Aufgabenbeschreibung in Code Expert.

5. Hausaufgaben

Übung 2: Python II

Auf <https://expert.ethz.ch/mycourses/SS25/mavt2/exercises>

Exercise 2: Python II

- String Reverse
- Skalarprodukt
- Suchen
- Dict Comprehension
- List Comprehension

Fällig bis Montag, 10.03.2025, 20:00 MEZ

KEINE HARDCODIERUNG

Fragen?