Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Institut für Energietechnik
LAV
Laboratorium für Aerothermochemie und Verbrennungssysteme
Prof. Dr. Konstantinos Boulouchos

Musterlösung Übungsserie 2

Aufgabe 1

a) Berechne die adiabate Flammtemperatur, $T_{f,ad}$.

$$h(T,p) = h_f^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h(T,p)$$

h_f^0 : Bildungsenthalpie

Δh : Enthalpiedifferenz $(\Delta h = c_p \Delta T)$

Energiebilanz (erster Hauptsatz, konstanter Druck): $\Delta Q = \Delta H$
In diesem Fall gilt: $\Delta Q = 0$ (System adiabat), also:

$$0 = \sum_P n_P \left[h_{f,P}^0 (T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_P (T_P, p_P) \right] - \sum_E n_E \left[h_{f,E}^0 (T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_E (T_E, p_E) \right]$$

$$T_{ref} = T_R = 298 \text{ K}$$

$$p_{ref} = p_R = 1 \text{ bar}$$

$$\Delta h_E (T_E, p_E) = 0$$

Somit ergibt sich:

$$\sum_E n_E \left[h_{f,E}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] - \sum_P n_P \left[h_{f,P}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] = \sum_P n_P \left[\Delta h_P (T_P, p_P) \right]$$

Für 1 mol Wasserstoff:

$\lambda = 1$: $H_2 + 0.5 O_2 + 1.88 N_2 \rightarrow H_2O + 1.88 N_2$

$$\sum_E n_E \left[h_{f,E}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] = 1 \cdot h_{f,H_2}^0 + 0.5 \cdot h_{f,O_2}^0 + 1.88 \cdot h_{f,N_2}^0 = 0 + 0 + 0 = 0 \quad [J]$$

$$\sum_P n_P \left[h_{f,P}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] = 1 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 1.88 \cdot h_{f,N_2}^0 = 1 \cdot (-241820) + 0 = -241820 \; [J]$$

$$\sum_P n_P \left[\Delta h_P (T_P, p_P) \right] = 1 \cdot \Delta h_{P,H_2O} (T_P, p_p) + 1.88 \cdot \Delta h_{P,N_2} (T_P, p_p)$$

Annahme: T_p=*2500 K*

$$\sum_{P} n_P\left[\Delta h_P(2500,1)\right] = 1\cdot(108868-9904)+1.88\cdot(82981-8669) = 238670{,}6 \ \langle \ 241820 \ [J]$$

Annahme: T_p=*2600 K*

$$\sum_{P} n_P\left[\Delta h_P(2600,1)\right] = 1\cdot(114273-9904)+1.88\cdot(86650-8669) = 250973{,}3 \rangle 241820 \ [J]$$

Lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad}-2500}{241820-238670{,}6} = \frac{2600-2500}{250973{,}3-238670{,}6} \Rightarrow T_{f,ad} = 2525.6 \ \ K$$

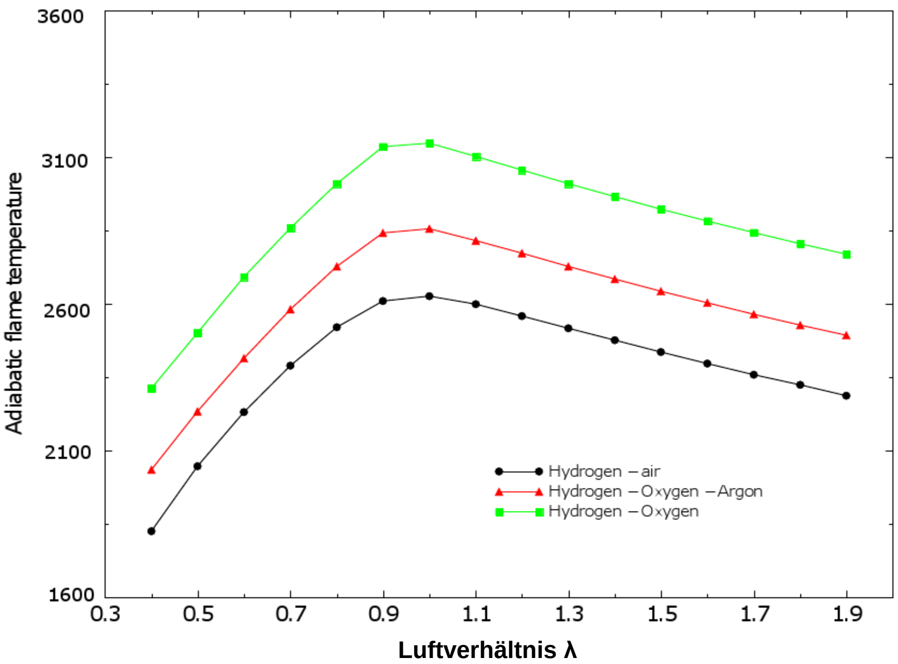
b) Zeichne qualitativ die Abhängigkeit von $T_{f,ad}$ vom Luftverhältnis λ

c) Was passiert, wenn man den Wasserstoff anstelle von Luft mit reinem Sauerstoff (O_2) stöchiometrisch verbrennt? Zeichne qualitativ die Abhängigkeit der adiabaten Flammentemperatur von λ im selben Diagramm wie Aufgabe (b).

d) Wie sieht die Abhängigkeit der adiabaten Flammentemperatur von λ aus, wenn man Ar anstelle von N_2 im anfänglichen H_2/Luft-Gemisch hat? Zeichne erneut die $T_{f,ad}-\lambda$ Kurve in das selbe Diagramm ein.

Hinweise:

- Beachte, dass die Wärmekapazitäten von N_2 and Ar bei konstatem Druck folgende Abhängigkeit haben: $C_p(N_2) = 2C_p(Ar)$.
- Die Luft kann angenommen werden als 21% O_2 und 79% N_2.



Aufgabe 2

Berechne:

a) Die adiabate Flammtemperatur $T_{f,ad}$ für die Luftverhältnisse λ = 1, λ = 2 und λ = 0.5, unter der Annahme dass kein AGR eingesetzt wird und keine Dissoziationsreaktionen stattfinden.

$$h(T,p) = h_f^0(T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h(T,p)$$

h_f^0 : Bildungsenthalpie

Δh : Enthalpiedifferenz $(\Delta h = c_p \Delta T)$

Energiebilanz (1.HS, konstanter Druck): $\Delta Q = \Delta H$

in unserem Fall $\Delta Q = 0$ (adiabatisches System), also:

$$0 = \sum_P n_P \left[h_{f,P}^0 (T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_P (T_P, p_P) \right] - \sum_E n_E \left[h_{f,E}^0 (T_{ref}, p_{ref}) + \Delta h_E (T_E, p_E) \right]$$

$$T_{ref} = T_E = 298 \text{ K}$$

$$p_{ref} = p_E = 1 \text{ bar}$$

$$\Delta h_E (T_E, p_E) = 0$$

Dies ergibt:

$$\sum_E n_E \left[h_{f,E}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] - \sum_P n_P \left[h_{f,P}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] = \sum_P n_P \left[\Delta h_P (T_P, p_P) \right]$$

Für 1 mol Methan:

<u>λ = 1:</u>

$$CH_4 + 2\left(O_2 + \frac{79}{21} N_2\right) \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 2 \cdot \frac{79}{21} N_2$$

$$\sum_E n_E \left[h_{f,E}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] = 1 \cdot h_{f,CH_4}^0 + 2 \cdot h_{f,O_2}^0 + 7.52 \cdot h_{f,N_2}^0 = -74850 + 0 + 0 = -74850 \quad [J]$$

$$\sum_P n_P \left[h_{f,P}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] = 1 \cdot h_{f,CO_2}^0 + 2 \cdot h_{f,H_2O}^0 + 7.52 \cdot h_{f,N_2}^0 = -393520 + 2 \cdot (-241820) + 0 = -877160 \ [J]$$

$$\sum_E n_E \left[h_{f,E}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] - \sum_P n_P \left[h_{f,P}^0 (T_{ref}, p_{ref}) \right] = -74850 - (-877160) = 802310 \ [J]$$

$$\sum_P n_P \left[\Delta h_P (T_P, p_P) \right] = 1 \cdot \Delta h_{P,CO_2} (T_P, p_p) + 2 \cdot \Delta h_{P,H_2O} (T_P, p_p) + 7.52 \cdot \Delta h_{P,N_2} (T_P, p_p)$$

Wir nehmen an, dass T_p=*2250 K*

$$\sum_P n_P \left[\Delta h_P (2250,1) \right] = 1 \cdot (115984 - 9364) + 2 \cdot (95562 - 9904) + 7.52 \cdot (73856 - 8669) = 768142 \ \langle \ 802310 \ [J]$$

Als nächste Annahme treffen wir T_p=*2350 K*

$$\sum_P n_P \left[\Delta h_P (2350,1) \right] = 1 \cdot (122091 - 9364) + 2 \cdot (100846 - 9904) + 7.52 \cdot (77496 - 8669) = 812190 \ \rangle \ 802310 \ [J]$$

Die gesuchte Temperatur liegt somit zwischen den angenommenen. Um die korrekte Temperatur zu erhalten, verwenden wir lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad}-2250}{802310-768142}=\frac{2350-2250}{812190-768142}\Rightarrow T_{f,ad}=2328\ \text{K}$$

<u>λ = 2:</u>

$$CH_4+\lambda\cdot\left(2O_2+2\cdot\frac{79}{21}N_2\right)\rightarrow CO_2+2H_2O+(\lambda-1)\cdot(2O_2)+\lambda\cdot 2\cdot\frac{79}{21}N_2$$

Für λ=2 lautet die Verbrennungsgleichung demnach:

$$CH_4+4O_2+4\cdot\frac{79}{21}N_2\rightarrow CO_2+2H_2O+2O_2+4\cdot\frac{79}{21}N_2$$

$$\sum_E n_E\left[h^0_{f,R}(T_{ref},p_{ref})\right]=1\cdot h^0_{f,CH_4}+4\cdot h^0_{f,O_2}+15.04\cdot h^0_{f,N_2}=-74850+0+0=-74850\ [\text{J}]$$
$$\sum_P n_P\left[h^0_{f,P}(T_{ref},p_{ref})\right]=1\cdot h^0_{f,CO_2}+2\cdot h^0_{f,H_2O}+2\cdot h^0_{f,O_2}+15.04\cdot h^0_{f,N_2}=-393520+2\cdot(-241820)+0=-877160\ [J]$$
$$\sum_E n_E\left[h^0_{f,E}(T_{ref},p_{ref})\right]-\sum_P n_P\left[h^0_{f,P}(T_{ref},p_{ref})\right]=-74850-(-877160)=802310\ \ [J]$$
$$\sum_P n_P\left[\Delta h_P(T_P,p_P)\right]=1\cdot\Delta h_{P,CO_2}(T_P,p_p)+2\cdot\Delta h_{P,H_2O}(T_P,p_p)+2\cdot\Delta h_{P,O_2}(T_P,p_p)+15.04\cdot\Delta h_{P,N_2}(T_P,p_p)$$

Als erste Annahme T_p=*1400 K*

$$\sum_P n_P[\Delta h_P(1400,1)]=1(65271-9364)+2(53351-9904)+2(45648-8682)+15.04(43605-8669)=742170\ \langle\ 802310\ [J]$$

Als zweite Annahme T_p=*1500 K*

$$\sum_P n_P[\Delta h_P(1500,1)]=1(71078-9364)+2(57999-9904)+2(49292-8682)+15.04(47073-8669)=816720\ \rangle\ 802310\ [J]$$

Lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad}-1400}{802310-742170}=\frac{1500-1400}{816720-742170}\Rightarrow T_{f,ad}=1481\ \text{K}$$

<u>λ = 0.5:</u>

$$\text{CH}_4+\lambda\cdot\left(2\text{O}_2+2\cdot\frac{79}{21}\text{N}_2\right)\rightarrow\lambda\text{CO}_2+2\lambda\text{H}_2\text{O}+(1-\lambda)\text{CH}_4+\lambda\cdot 2\cdot\frac{79}{21}\text{N}_2$$

Für λ=0.5 wird die Verbrennungsreaktion zu:

$$CH_4+O_2+\frac{79}{21}N_2\rightarrow 0.5CO_2+H_2O+0.5CH_4+\frac{79}{21}N_2$$

$$\sum_E n_E\left[h^0_{f,E}(T_{ref},p_{ref})\right]=1\cdot h^0_{f,CH_4}+1\cdot h^0_{f,O_2}+3.76\cdot h^0_{f,N_2}=-74850+0+0=-74850\ [J]$$

$$\sum_P n_P\left[h^0_{f,P}\left(T_{ref},p_{ref}\right)\right]=$$
$$=0.5h^0_{f,CO_2}+1h^0_{f,H_2O}+0.5h^0_{f,CH_4}+3.76h^0_{f,N_2}=0.5\cdot(-393520)+1(-241820)+0.5(-74850)+0=-476005\ \ [J]$$

$$\sum_E n_E\left[h^0_{f,E}\left(T_{ref},p_{ref}\right)\right]-\sum_P n_P\left[h^0_{f,P}\left(T_{ref},p_{ref}\right)\right]=-74850-(-476005)=401155\ [J]$$

$$\sum_P n_P\left[\Delta h_P\left(T_P,p_P\right)\right]=0.5\Delta h_{P,CO_2}\left(T_P,p_p\right)+1\Delta h_{P,H_2O}\left(T_P,p_p\right)+0.5\Delta h_{P,CH_4}\left(T_P,p_p\right)+3.76\Delta h_{P,N_2}\left(T_P,p_p\right)$$

Erste Annahme T_p*=1800 K*

$$\sum_P n_P\left[\Delta h_P(1800,1)\right]=$$
$$=0.5(88806-9364)+1(72513-9904)+0.5(114958-10062)+3.76(57651-8669)=$$
$$=338950.3<401155[J]$$

Zweite Annahme T_p*=2100 K*

$$\sum_P n_P\left[\Delta h_P(2100,1)\right]=$$
$$=0.5(106864-9364)+1(87735-9904)+0.5(143043-10062)+3.76(68417-8669)=$$
$$=417724>401155[J]$$

Lineare Interpolation:

$$\frac{T_{f,ad}-1800}{401155-338950.3}=\frac{2100-1800}{417724-338950.3}\Rightarrow T_{f,ad}=2037\ \ K$$

b) Den Anteil AGR (in Molanteil X_{AGR}), mit welchem eine adiabate Flammtemperatur $T_{f,ad}$ = 1300 K mit λ = 1 erreicht wird.

$$CH_4+2\left(O_2+\frac{79}{21}N_2\right)+n_x\left(CO_2+2H_2O+2\cdot\frac{79}{21}N_2\right)\rightarrow(1+n_x)(CO_2+2H_2O+2\cdot\frac{79}{21}N_2)$$

$$\sum_E n_E\left[h^0_{f,E}\left(T_{ref},p_{ref}\right)\right]=1\cdot h^0_{f,CH_4}+2\cdot h^0_{f,O_2}+7.52\cdot h^0_{f,N_2}+n_x\left(1\cdot h^0_{f,CO_2}+2\cdot h^0_{f,H_2O}+7.52\cdot h^0_{f,N_2}\right)=$$
$$=-74850+0+0+n_x(-877160)\ \ \ [J]$$

$$\sum_P n_P\left[h^0_{f,P}\left(T_{ref},p_{ref}\right)\right]=(1+n_x)\left(1h^0_{f,CO_2}+2h^0_{f,H_2O}+7.52h^0_{f,N_2}\right)=(1+n_x)\left(-393520+2(-241820)+0\right)=$$
$$=(1+n_x)(-877160)\ \ \ [J]$$

Dies ergibt:

$$\sum_E n_E \left[h^0_{f,E}\left(T_{ref}, p_{ref}\right)\right] - \sum_P n_P \left[h^0_{f,P}\left(T_{ref}, p_{ref}\right)\right] = -74850 + n_x(-877160) - (1-n_x)(-877160) = 802310 \ [J]$$

Die Enthalpiedifferenzen der Produkte sind:

$$\sum_P n_P \left[\Delta h_P\left(T_P, p_P\right)\right] = (1+n_x)\left(1 \cdot \Delta h_{P,CO_2}\left(T_P, p_p\right) + 2 \cdot \Delta h_{P,H_2O}\left(T_P, p_p\right) + 7.52 \cdot \Delta h_{P,N_2}\left(T_P, p_p\right)\right)$$

Und T_p=1300 K:

$$\sum_P n_P \left[\Delta h_P(1300,1)\right] = (1+n_x)\left(1(59522-9364) + 2(48807-9904) + 7.52(40170-8669)\right) =$$
$$= (1+n_x)364852[J]$$
$$(1+n_x)\cdot 364852 = 802310 \Rightarrow n_x = \frac{802310}{364852} - 1 = 1.199$$
$$X_{AGR} = \frac{n_{AGR}}{n_{tot}} = \frac{n_x(1+2+7.52)}{(1+n_x)(1+2+7.52)} = 0.545 \Rightarrow 54.5\%$$

Aufgabe 3

a) Die vom Brenner verlorene Wärmeleistung $\dot{Q}$ (in MW), die an den Wassertank abgegeben wird.

Die vollständige Methan-Verbrennung wird beschrieben durch:

$$CH_4 + \lambda \cdot \left(2O_2 + 2 \cdot \frac{79}{21} N_2 \right) \rightarrow CO_2 + 2H_2O + (\lambda - 1) \cdot (2O_2) + \lambda \cdot 2 \cdot \frac{79}{21} N_2$$

und mit λ=2 ergibt sich

$$CH_4 + 4O_2 + 4 \cdot \frac{79}{21} N_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 2O_2 + 4 \cdot \frac{79}{21} N_2$$

Energiebilanz (erster Hauptsatz, konstanter Druck): $\Delta Q^{\downarrow} = \Delta H$
Die Wärmeverluste werden berechnet als:

$$Q = -\Delta Q^{\downarrow} = H_{Edukte} - H_{\text{Produkte}}$$

$$Q = \sum_E n_E \left[h^0_{f,E} \left(T_{ref}, p_{ref} \right) + \Delta h_E \left(T_E, p_E \right) \right] - \sum_P n_P \left[h^0_{f,P} \left(T_{ref}, p_{ref} \right) + \Delta h_P \left(T_P, p_P \right) \right]$$

$$\sum_P n_E \left[h^0_{f,E} \left(T_{ref}, p_{ref} \right) \right] = 1 \cdot h^0_{f,CH_4} + 4 \cdot h^0_{f,O_2} + 15.04 \cdot h^0_{f,N_2} = -74850 + 0 + 0 = -74850 \quad [J]$$

$$\sum_P n_P \left[h^0_{f,P} \left(T_{ref}, p_{ref} \right) \right] = 1 \cdot h^0_{f,CO_2} + 2 \cdot h^0_{f,H_2O} + 2 \cdot h^0_{f,O_2} + 15.04 \cdot h^0_{f,N_2} = -393520 + 2 \cdot (-241820) + 0 =$$
$$= -877160 \quad [J]$$

$$\sum_E n_E \left[\Delta h_E (298{,}1) \right] = 0 \, [J]$$

$$\sum_P n_P \left[\Delta h_P (1400{,}1) \right] = 1 \cdot (65271 - 9364) + 2 \cdot (53351 - 9904) + 2 \cdot (45648 - 8682) + 15.04 \cdot (43605 - 8669) =$$
$$= 742170 \; [J]$$

$$Q = H_{Edukte} - H_{\text{Produkte}} = (-74850 + 0) - (-877160 + 742170) = 60140 [J]$$

1 kg/s $_{CH4}$ entspricht:

$$1 \frac{kg_{CH_4}}{s} = 1000 \frac{g_{CH_4}}{s} \cdot \frac{mol_{CH_4}}{16 g_{CH_4}} = 62.5 \; \frac{mol_{CH_4}}{s}$$

Die totalen Wärmeverluste ergeben sich als:

$$\dot{Q} = \frac{60140J}{1mol_{CH_4}} \cdot 62.5\frac{mol_{CH_4}}{s} = 3.759MW$$

b) Den Anteil (in %) der chemisch freigesetzten Energie, der durch die Wärmeabgabe an den Wassertank verloren wird.

Die chemisch freigesetzte Energie ist:

$$\dot{Q}_{\text{chem}} = \dot{m}_{CH_4} \cdot H_{U_{CH_4}} = 1\frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 50\frac{\text{MJ}}{\text{kg}} = 50 \text{ MW}$$

Der Anteil der Wärmeverluste ist somit

$$\frac{\dot{Q}_{\text{Verluste}}}{\dot{Q}_{\text{chem}}} = \frac{3.759 \text{ MW}}{50 \text{ MW}} = 0.0752 = 7.52 \text{ \%}$$

c) Das Volumen von Wasser in m³ pro Tag, welches von 20 °C auf 45 °C erwärmt wird.

Die nötige Energie pro kg Wasser wird gerechnet als:

$$\text{E}_{\text{H}_2\text{O}} = c_{P,\text{H}_2\text{O}} \cdot \Delta T_{\text{H}_2\text{O}} = 4180\frac{\text{J}}{\text{kgK}} \cdot 25K = 104.5 \; \frac{\text{kJ}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}$$

Für die totale Wassermasse pro Tag ergibt sich:

$$\dot{m}_{H_2O} = \frac{\dot{Q} \cdot (24 \cdot 3600s)}{\text{E}_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{3.759 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot \left(\frac{24 \cdot 3600\text{s}}{\text{Tag}}\right)}{104.5 \cdot 10^3 \; \frac{\text{J}}{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}} = 3.108 \cdot 10^6 \; \frac{\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{Tag}}$$

Das Volumen Wasser pro Tag wird:

$$\dot{V}_{H_2O} = \frac{\dot{m}_{H_2O}}{\rho_{H_2O}} = 3.108 \cdot 10^3 \; \frac{\text{m}^3{}_{\text{H}_2\text{O}}}{\text{Tag}}$$