

THERMODYNAMIK 1

Patrik Rohner, 10. Dez. 08
rohnerpa@student.ethz.ch

Christian Forster, 5. Dez. 07
cforster@student.ethz.ch

THERMODYNAMIK 1

KONZEPTE UND DEFINITIONEN

KONSTANTEN

- Avogadro-Zahl	$N_A = 6.022 \cdot 10^{26} \frac{1}{\text{kmol}}$
- Boltzmannkonstante	$k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
- Gaskonstante	$\bar{R} = R_0 = 8.314 \frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}} = N_A \cdot k_B$
- Normdruck	$p_0 = 101325 \text{ Pa} = 1.01325 \text{ bar}$
- Normalfallbeschleunigung	$g_0 = 9.81 \text{ ms}^{-2}$
- Normtemperatur	$T_0 = 298 \text{ K} \cong 25^\circ\text{C}$
- Tripelpunkt Wasser	$T_c = 273.16 \text{ K} = 0.01^\circ\text{C}$

EINHEITEN

- Molmasse	$M: \left[\frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \right]$	$N = \frac{m}{M} \cdot N_A = n \cdot N_A$
- Druck	$p: \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right] = [\text{Pa}]$	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$
- Spezifisches Volumen	$v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$	$1 \text{ l} = 0.001 \text{ m}^3$
- Innere Energie	$U: [\text{kJ}], u: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right], \bar{u}: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \right]$	
- Enthalpie	$H: [\text{kJ}], h: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right], \bar{h}: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol}} \right]$	
- Entropie	$S: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{K}} \right], s: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right], \bar{s}: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kmol K}} \right]$	
- Gaskonstante	$R: \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right] = \frac{\bar{R} \cdot 1000}{M}, R: \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \right] = \frac{\bar{R}}{M}$	
- Kraft	$F: [\text{N}] = \left[\frac{\text{kg m}}{\text{s}^2} \right]$	
- Energie	$E: [\text{J}] = \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} \right]$	
- Exergie	$Ex: [\text{J}] = \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} \right]$	
- Leistung	$P: [\text{W}] = \left[\frac{\text{J}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^3} \right]$	
- Arbeit	$W = \int \vec{F} ds = \int_{v_1}^{v_2} p(v) dv \quad [Nm] = [J]$	
- Kinetische Energie	$KE = \frac{1}{2} m w^2$	
- Potentielle Energie	$PE = m g z$	

- $W > 0$ Vom System geleistete Arbeit = **abgeführte** Arbeit
- $W < 0$ Am System geleistete Arbeit = **zugeführte** Arbeit
- $Q > 0$ Dem System zugeführte Wärme
- $Q < 0$ Vom System **abgegebene** Wärme

SI-PRÄFIXE

P	Peta-	10^{15}	k	Kilo-	10^3	m	Milli-	10^{-3}
T	Tera-	10^{12}	h	Hekto-	10^2	μ	Mikro-	10^{-6}
G	Giga-	10^9	d	Dezi-	10^{-1}	n	Nano-	10^{-9}
M	Mega-	10^6	c	Zenti-	10^{-2}	p	Pico-	10^{-12}

Zustandsgrößen	
Thermische	- Druck p
	- Volumen V
	- Stoffmenge n
Kalorische	- Innere Energie U (T, (E _{pot}))
	- Entropie S (T,p)
Prozessgrößen	
	- Wärme Q
	- Arbeit W

- **Intensive Größen:** ändern ihre Werte bei der gedachten Teilung des (homogenen) Systems nicht (p,T)
- **Extensive Größen:** Sind auf Masseneinheiten bezogen (m, V)
- **Spezifische Größen:** $x = X/m$ extensive Zustandsgrößen in intensive umgewandelt:
- **Molare Größen \bar{u} :** $U = n \cdot \bar{u} = \frac{m}{M} \cdot \bar{u}, u = \frac{\bar{u}}{M}$
Bezieht sich auf N_A Moleküle. Bsp: Molares Volumen $\bar{v} = M/\rho \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kmol}} \right]$

THERMODYNAMISCHES SYSTEM

- Massenström-System
 - **geschlossenes** System: Anz. im System enthaltene Moleküle konst.
 - **offenes** System: Es fließen Massenströme über die Syst. Grenze
- Wärmestromsystem
 - **adiabates** Systeme: Keine thermische E über Syst. Grenze = isoliert
 - **diathermes** Systeme: nicht isoliert
- physikalisch-chemisches System
 - **homogenes** System: physikalische und chemische Zusammensetzung ist überall gleich.
 - **heterogenes** System: Bsp: Mineralien
→ ein nur chemisch homogenes System kann auch 2 Phasen beinhalten; das System [H₂O (l) und H₂O (g)] ist chemisch homogen aber physikalisch heterogen

Nulter Hauptsatz: Wenn sich zwei Systeme mit einem dritten im Gleichgewicht befinden, sind sie auch untereinander im thermischen GG.

ELEMENTE DER KINETISCHEN GASTHEORIE

	Perfektes Gas	Ideales Gas	Realgas
Innere Energie U	$U = E_{th}$		$U = E_{th} + E_{m,pot}$
Therm. Energie E_{th}	$E_{th} = \sum_{i=1}^N \frac{m_M}{2} \cdot w_i^2$		
Temperatur T	$T = \frac{1}{3} \frac{E_{th}}{N}$	$T = \frac{1}{f} \frac{E_{th}}{N}$	
	$N = \frac{m}{M} \cdot N_A$	$n = \frac{m}{M} \cdot N_A \cdot \frac{1}{V}$	$\rho = \frac{m}{V}, v = \frac{V}{m}$

- **Thermische Energie** Bewegung aller Moleküle (Translation, Rotation, Oszillation) ergibt eine endliche Menge von kinetischer E = E_{th}
 $E_{th} = \sum_{i=1}^N \frac{m_M}{2} \cdot w_i^2, \bar{E}_{th} = \frac{E_{th}}{N} = \frac{m_M}{2} \cdot \bar{w}_i^2, e_{th} = \frac{E_{th}}{N \cdot m_M} = \frac{\bar{w}_i^2}{2}$
- **Wärme Q** Über Systemgrenze transportierte thermische Energie.
- **Abs. Temperatur** Die Temperatur ist gleich der thermischen Energie dividiert durch die Anz. Freiheitsgrade.
 $e_{th} = N \cdot \frac{1}{2} k_b \cdot T, \bar{E}_{th} = \frac{1}{2} k_b \cdot T, e_{th} = \frac{f k_b T}{2 m_M}$
 k_b beschreibt die Umrechnung der Temp. als Energie in J nach Kelvin.

- **Innere Energie bei perfekten Gasen** $\Delta U = \Delta E_{th} \quad u = \frac{3}{2} RT$
- **Innere Energie bei idealen Gasen** $\Delta U = \Delta E_{th} \quad u = \frac{f}{2} RT$
 f : Anz. Freiheitsgrade. Daraus folgt: $c_v = \frac{f}{2} R$ und $c_p = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) R$
 $c_p - c_v = R$ gilt weiterhin (auch bei realen Gasen)

Einatomig:	f=3	Bsp: He	(Translation in 3 Richtungen)
Zweiatomig:	f=5	Bsp: O ₂ , N ₂	(Translation und Rotation)
Dreiatomig:	f=5	Bsp: CO ₂	(Translation und Rotation)
Dreiatomig:	f=12	Bsp: CO ₂	(ab 1800K auch Oszillation)

- **Innere Energie bei realen Gasen** $\Delta U = \Delta E_{th} + \Delta E_{pot}$
- **Druck** Kraftwirkung der Moleküle bezogen auf eine Flächeneinheit.
 $p_0 = \frac{1}{3} \cdot m \cdot n \cdot w_0^2, p = n \cdot k_b \cdot T, p \propto T, n$
- **Enthalpie bei perfekten Gasen** $h = u + p v = \frac{5}{2} RT$
- **Enthalpie bei idealen Gasen** $h = u + p v = \left(\frac{f}{2} + 1 \right) RT$
- **Enthalpie bei realen Gasen** ist in Tabellen nachzuschlagen

1. HAUPTSATZ: ENERGIE EINES SYSTEMS

Energie im System: $E = KE + PE + U$ bleibt konstant.
U ist die innere Energie und umfasst Wärme-, Elektrische-, Bindungs-E, ...

$$\Delta E = Q - W = Q - \int p dV = \Delta KE + \Delta PE + \Delta U$$

mit ΔKE und ΔPE vernachlässigt: $\Delta U = Q - W = Q - \int p dV$

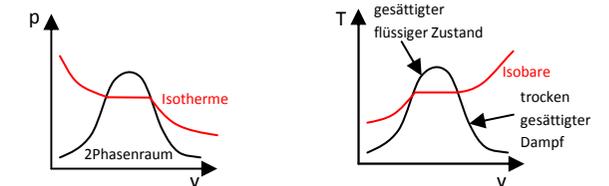
DER ERSTE HAUPTSATZ ALS LEISTUNGSBILANZ

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} \quad \frac{dU}{dt} = mc \frac{dT}{dt} \quad U(T_2) - U(T_1) = m \int_{T_1}^{T_2} c(T) dT$$

ENERGIEANALYSE VON KREISPROZESSEN

$$Q_{KP} = W_{KP} \quad \Delta U = 0$$

DIE P-V-T-BEZIEHUNG



Dampfmasseanteil: $x = \frac{v_x - v_f}{v_g - v_f} = \frac{m_x - m_f}{m_g - m_f} \dots \quad TR :: xvap(v, v_f, v_g)$

2-Phasenraum: $v(x, T) = x \cdot v_g(T) + (1 - x) \cdot v_f(T)$

Linear Interpolieren: $y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1) + y_1 \quad TR :: ipl(x_1, x, x_2, y_1, y_2)$

DIE IDEALE GASGLEICHUNG

$$p v = RT \quad p V = m R T \quad p V = n \bar{R} T$$

$$p = \rho R T \quad \rho = \frac{1}{v} \quad R = \frac{\bar{R}}{M} \quad U = U(T) \quad c_p - c_v = R$$

IDEALE GASE: POLYTROPE ZUSTANDSÄNDERUNGEN

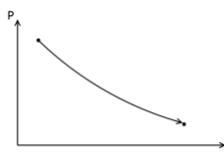
$$p \cdot V^n = \text{konst} \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{n-1/n} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{n-1} \quad W = \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

n: Polytropenkoeffizient

Für ideale Gase gilt: $u(T)$, $h(T)$

! Folgende Formeln gelten nur für ideale Gase

n = 1 ISOTHERMER PROZESS $T = \text{const.} \rightarrow p \cdot V = \text{const.}$



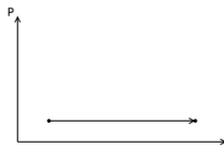
$$W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = m R T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = m R T \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$W_{12} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

$$\Delta U = 0 \Rightarrow Q_{12} = W_{12}$$

n = 0 ISOBARER PROZESS $p = \text{const.} \rightarrow T/V = \text{const.}$



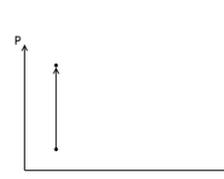
$$W_{12} = p_1 (V_2 - V_1)$$

$$W_{12} = m p_1 (v_2 - v_1) = m R (T_2 - T_1)$$

$$\frac{T_1}{V_1} = \frac{T_2}{V_2}$$

$$\Delta Q = \Delta H = m \cdot c_p \cdot \Delta T$$

n = ∞ ISOCHORER PROZESS $V = \text{const.} \rightarrow T/p = \text{const.}$



$$W_{12} = 0 \quad \frac{T_1}{p_1} = \frac{T_2}{p_2}$$

$$\Delta U = Q_{12} \rightarrow Q_{12} = m(u_2 - u_1)$$

$$Q_{12} = m \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

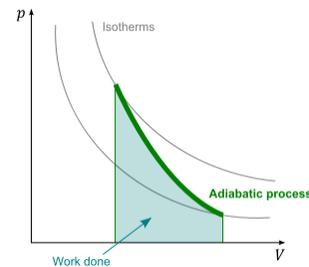
ISENTHALPER PROZESS $H = \text{const.} \rightarrow U + p \cdot V = \text{const.}$

$$\Delta H = 0 \rightarrow H_1 = H_2$$

$$dH = d(U + pV) = dU + d(pV) = m c_v dT + m R dT = m c_p dT$$

$$dH = 0 = m c_p dT \rightarrow dT = 0 \Rightarrow \text{im idealen Gas auf der Isothermen!}$$

n = κ ISENTROPER PROZESS $S = \text{const.} \rightarrow p \cdot V^\kappa = \text{const.}$



Isentrop = adiabatisch und reversibel

$$n = \kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

$$Q_{12} = 0$$

$$p \cdot V^\kappa = \text{const.}$$

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const.}$$

$$p^{1-\kappa} \cdot T^\kappa = \text{const.}$$

$$\Delta U = -W_{12} \rightarrow W_{12} = U_1 - U_2$$

$$W_{12} = m \cdot (u_1 - u_2)$$

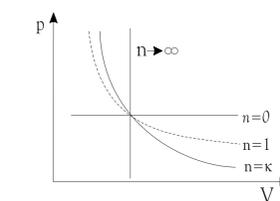
$$W_{12} = m \cdot c_v \cdot (T_1 - T_2)$$

$$W_{12} = \frac{m \cdot R}{\kappa - 1} \cdot (T_1 - T_2)$$

$$W_{12} = \frac{p_1 V_1^\kappa}{1 - \kappa} \cdot [V_2^{1-\kappa} - V_1^{1-\kappa}]$$

$$W_{12} = \frac{p_1 V_1}{1 - \kappa} \cdot \left[\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1 \right]$$

n ≠ 1 ALLGEMEINER PROZESS $p \cdot V^n = \text{const.}$



$$p \cdot V^n = \text{const.}$$

$$T^n \cdot p^{1-n} = \text{const.}$$

$$T \cdot v^{n-1} = \text{const.}$$

$$W_{12} = \frac{R \cdot m}{1 - n} (T_2 - T_1)$$

$$W_{12} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1 - n}$$

$$W_{12} = \frac{p_1 V_1^n}{1 - n} (V_2^{1-n} - V_1^{1-n})$$

REALE GASE: POLYTROPE ZUSTANDSÄNDERUNGEN

Allgemein: $\Delta U = m(u_2 - u_1) = m(c_{v2} T_2 - u_{c_{v1}} T_1)$

Isotherm: $\Delta U = Q - W \Leftrightarrow W = Q - \Delta U$

Isobar: $W_{12} = p_1 (V_2 - V_1) = m p_1 (v_2 - v_1)$

Isochor: $W_{12} = 0$

Isentrop/adiabat: $\Delta Q = 0$

THERMODYNAMISCHE ZUSTANDSDATEN

Enthalpie (Wärmefunktion) $H = U + pV \quad h = \frac{H}{m} = u + p v$

pV ist die Arbeit die nötig ist um das Volumen V des Systems gegen die Wirkung des Aussendruckes p aufzuspannen.

Verdampfungsenthalpie $h_{fg} = h_g - h_f$

Energie die nötig ist um ein Fluid unter konst. Druck und Temp gasförmig zu machen.

Wärmemenge $\Delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T$

Spezifische Wärmekapazität c Energie die nötig ist um 1kg der Masse um 1K zu erwärmen. Man unterscheidet zwischen c_v und c_p :

- Wärmezufuhr bei konstantem Volumen (isochore Wärmekap.) $c_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v \quad \left[\frac{kJ}{kg \cdot K}\right]$ (Verwenden in Verbindung mit u)

$$du = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_T dv \xrightarrow{\text{bei } dv=0} du = c_v dT$$

- Wärmekapazität bei konstantem Druck (isobare Wärmekap.) $c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \quad \left[\frac{kJ}{kg \cdot K}\right]$ (Verwenden in Verbindung mit h)

$$dh = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_T dp \xrightarrow{\text{bei } dp=0} dh = c_p dT$$

MATHEMATISCHES

$$z(x, y) \xrightarrow{dt} dz = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x dy \quad \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \right]_x = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_x \right]_y$$

$$\text{Mit } \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z = 1 \text{ und } \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y \left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = -1$$

MAXWELL'SCHE GLEICHUNGEN DER THERMODYNAMIK

Aus 1. & 2. HS \Rightarrow $du = T \cdot ds - p \cdot dv$ (1)
 $dh = T \cdot ds + v \cdot dp$ (2)

Freie Enthalpie (nach Gibbs) $g = h - T \cdot s \xrightarrow{dt} dg = dh - T ds - s dT$
 - Mit $G = H - T \cdot S = U + p \cdot V - T \cdot S$
 - $\Delta G < 0 \rightarrow$ exergon, spontan
 - $\Delta G = 0 \rightarrow$ Gleichgewichtszustand
 - $\Delta G > 0 \rightarrow$ endergon, nicht spontan

Freie Energie (nach Helmholtz) $\psi = u - T \cdot s \xrightarrow{dt} d\psi = du - T ds - s dT$

Mit (1) & (2) \Rightarrow $d\psi = -p \cdot dv - s \cdot dT$ (3)
 $dg = v \cdot dp - s \cdot dT$ (4)

VERMISCHUNG

Bei der Vermischung zweier Tanks können folgende Vereinfachungen getroffen werden:

- $PE = 0$, $KE = 0$ wenn nicht besondere Situation
- $Q = 0$ falls **adiabat**
- $W = 0$ falls **keine Volumenausdehnung**

Sind alle diese Bedingungen erfüllt, gilt

$$Q - W = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE \rightarrow \Delta U = 0$$

Wird geheizt/gekühlt, d.h. ist das System nicht mehr adiabatisch, gilt

$$Q - W = \Delta U + \Delta KE + \Delta PE \rightarrow \Delta U = Q$$

1. HAUPTSATZ IN OFFENEN SYSTEMEN

Der Massenstrom über die Systemgrenze und die damit verbundenen Energieströme werden in die Energiebilanz mit einbezogen.

MASSENSTROMBILANZ

$$\frac{dM_S}{dt} = \sum \dot{m}_{i=inlet} - \sum \dot{m}_{e=exit} \xrightarrow{\text{stationärer Betrieb}} \sum \dot{m}_i = \sum \dot{m}_e$$

In Integralform: $\frac{d}{dt} (\int_V \rho dV) + \int_A \rho(\vec{w} \cdot d\vec{A}) = 0$

In differentieller Form: $div(p \cdot \vec{w}) = 0 \rightarrow$ quellenfrei

ENERGIESTROM-BILANZ

Energiezunahme = Energiezunahme durch Wärme und Arbeit + Energie der Eintretenden Masse – Energie der austretenden Masse.

Die Arbeit wird dabei in zwei Komponenten zerlegt:

- (1) Anteil der nicht mit Massenstrom über Systemgrenze verbunden ist. z.B. Bewegliche Kolben oder elektrische Flüsse $\rightarrow W_s$ gewünschte Arbeit.
- (2) Notwendige Arbeit zum Ein- und Ausschleiben des bewegten Fluids. Einschleibeleistung: $\dot{W}_i = p_i A_i w_i$ Ausschleibeleistung: \dot{W}_e

$$\frac{dE_s}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}_s + \sum \dot{m}_i (h_i + \frac{w_i^2}{2} + gz_i) - \sum \dot{m}_e (h_e + \frac{w_e^2}{2} + gz_e)$$

- $h = u + pv$ Enthalpie; $\frac{w^2}{2}$ kinetische Energie; gz potentielle Energie
 - $\Delta E = \Delta U = m_2 u_2 - m_1 u_1$ wenn KE, PE vernachlässigt werden.

- stationär: $\frac{dE_s}{dt} = 0$, $\dot{m}_i = \dot{m}_e \Rightarrow$

$$\Rightarrow \dot{Q} - \dot{W}_s = \dot{m} \cdot \left[h_e - h_i + \frac{1}{2} \cdot (w_e^2 - w_i^2) + g \cdot (z_e - z_i) \right]$$

- isoliert: $\dot{Q} = 0$

- keine Arbeit: $\dot{W}_s = 0$ (z.B. beim Wärmetauscher)

- 3-d: $\dot{m} = \dot{V}/v = \rho \dot{V}$ beim idealen Gas: $\dot{m} = \frac{p \dot{V}}{RT}$

- 1-d: $\dot{m} = \dot{V}/v = Aw/v$ beim idealen Gas: $\dot{m} = \frac{pAw}{RT}$

DÜSE UND DIFFUSOR

• **Düse (Nozzle)** Eine Düse ist eine Verengung in einer Strömung. Die Enthalpie des Fluids wird in kinetische Energie umgewandelt (Beschleunigung).

$$w_2 > w_1 \quad p_2 < p_1 \quad h_2 < h_1$$

Bsp. stationär ($\dot{E} = 0$), isoliert ($\dot{Q} = 0$), Arbeit wird keine abgegeben ($\dot{W}_s = 0$), pot. Energie wird vernachlässigt.

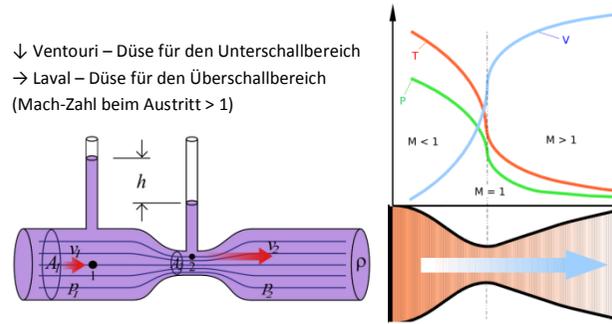
$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = \text{const.} \quad \text{Interpretation: } w \uparrow, h \downarrow, u \text{ const.}, p \downarrow$$

• **Diffusor (Diffuser)** Ein Diffusor ist eine Erweiterung in einer Strömung. Anwendungsbeispiel ist ein Überschallflugzeug, wo die Luft auf Geschwindigkeit unter $M=1$ abgebremst werden muss.

Umgekehrter Vorgang wie Düse: $w_2 < w_1 \quad p_2 > p_1 \quad h_2 > h_1$

• **Isetroper Düsenwirkungsgrad**

$$\eta_{D,s} = \frac{w_2^2}{w_{2,max}^2} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1} \quad (\text{falls adiabat}) \rightarrow \text{tatsächliches } h_2$$



TURBINE

Gas durchströmt die Turbine und wird dabei von einem hohen Druckniveau auf ein tiefes entspannt. Dabei wird Arbeit geleistet.

Bsp $\dot{E} = 0, E_{pot} = 0 \rightarrow 0 = -\dot{W}_s + \dot{Q} + \dot{m} \left(h_1 + \frac{w_1^2}{2} \right) - \dot{m} \left(h_2 + \frac{w_2^2}{2} \right)$
 $h_{1,2}$ lassen sich aus Tabellen ablesen. 2. Zustand ev. im 2-Phasengebiet. Bei Kraftwerken soll w_2 möglichst klein sein, bei Jet-Turbinen soll der Rückstoß möglichst gross sein.

Isetroper Turbinenwirkungsgrad $\eta_{T,s} = \frac{\dot{W}}{\dot{W}_{rev}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$ (falls adiabat)

KOMPRESSOR / PUMPE

• **Kompressor:** Durch aufwenden von Arbeit wird Druck des Fluids erhöht.

• **Pumpe:** Durch aufwenden von Arbeit wird ein Massenstrom erzeugt, bei möglichst geringem Druckanstieg.

- isentrop & inkompressibel: $h_{2,s} - h_1 = v \Delta p$

• **Isetroper Kompressorwirkungsgrad** Vergleich der isentrop minimal aufzuwendenden Arbeit mit realer Arbeit: $\eta_{K,s} = \frac{\dot{W}_{rev}}{\dot{W}} = \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$

WÄRMEÜBERTRAGER

Bei Durchströmung soll möglichst viel Wärme aufgenommen/abgegeben werden. Arbeit wird keine geleistet, $\dot{W}_s = 0$. Wärmetransport mit Umgebung meist vernachlässigbar, $\dot{Q} = 0$.

$$\text{wenn } \Delta KE \text{ und } \Delta PE \approx 0 \Rightarrow 0 = \dot{m}_1 (h_2 - h_1) + \dot{m}_3 (h_4 - h_3)$$



DROSSELELEMENTE (THROTTLING DEVICES)

In der Drossel wird ein Fluid entspannt. Bsp.: Kompressionswärmepumpen und -kältemaschinen

$$\Rightarrow p_2 < p_1 \quad W_{12} = 0 \quad Q_{12} = 0 \quad h_1 = h_2$$

ISENTROPE ENTSPANNUNG IN EINER TURBINE 1

stationäres System, ohne Änderung der KE und PE, überhitztes Gebiet:

$$-\dot{W}_s = \dot{m} \cdot [h_e - h_i] \Rightarrow \dot{W}_s = \dot{m} \cdot [h_i - h_e] \Rightarrow \dot{W}_s = \dot{m} \cdot [h_1 - h_2]$$

Gegeben: $\dot{m}, p_1, p_2, T_1, h_1, s_1$

Gesucht: $T_2, h_2 \Rightarrow \dot{W}_s$

Vorgehen: $-s = \text{const.}$

- in Tabelle A-4 bei $p_2, s_2 \Rightarrow T_2, h_2$ finden

- nun mit $h_1, h_2 \Rightarrow \dot{W}_s$ finden

ISENTROPE ENTSPANNUNG IN EINER TURBINE 2

stationäres System, ohne Änderung der KE und PE, 2-Phasen Gebiet:

$$-\dot{W}_s = \dot{m} \cdot [h_e - h_i] \Rightarrow \dot{W}_s = \dot{m} \cdot [h_i - h_e] \Rightarrow \dot{W}_s = \dot{m} \cdot [h_1 - h_2]$$

Gegeben: $\dot{m}, p_1, p_2, T_1, h_1, s_1$

Gesucht: $T_2, h_2 \Rightarrow \dot{W}_s$

Vorgehen: - in Tabelle A-3: nach s_f, s_g suchen.

- aus $x_{vap}(s_f, s_g) = x_2$ berechnen. $\Rightarrow h_2, T_2$

- nun mit $h_1, h_2 \Rightarrow \dot{W}_s$ finden

ADIABATE IRREVERSIBLE ENTSPANNUNG TURBINE 1

Wie Bsp. isentrop, aber neu irreversibel mit $\eta_{T,s} = 0,9$

Vorgehen:

i. Punkt 2s finden: Vorgehen wie wenn reversibel $\Rightarrow T_2, h_{2,s}$

ii. $\Delta h_{rev} = h_{2,s} - h_1$

iii. $\Delta h_{irr} = \eta_{T,s} (h_{2,s} - h_1)$

iv. $\Delta h_{irr} = h_2 - h_1$

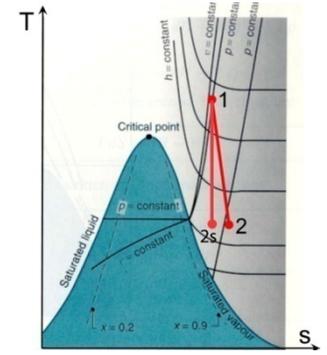
v. $h_2 = \Delta h_{irr} + h_1$

vi. $h_2 > h_{2,s}$

vii. Mit h_2, T_2 ist der Zustand bekannt, aus der Tabelle können alle geforderten Werte herausgelesen werden.

viii. $\dot{W}_{s,irr} = \dot{m} \cdot [h_1 - h_2]$ oder auch mit $\dot{W}_{s,irr} = \dot{W}_{s,rev} \cdot \eta_{T,s}$

ix. im h-s Diagramm ersichtlich: $h_2 > h_{2,s}$ die Punkte 2 und 2s liegen beide auf p_2 .



ADIABATE IRREVERSIBLE ENTSPANNUNG TURBINE 2

Wie Bsp. isentrop, aber neu irreversibel mit $\eta_{T,s} = 0,9$

Vorgehen:

i. Punkt 2s finden: Vorgehen wie wenn reversibel $\Rightarrow x_{2,s}$

ii. $\dot{W}_{s,irr} = \dot{W}_{s,rev} \cdot \eta_{T,s}$

iii. $h_2 = \Delta h_{irr} + h_1$

iv. Check $h_2 < , > h_{2,g}$

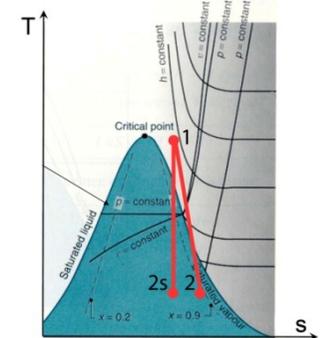
v. Falls $h_2 > h_{2,g}$

mit $h_2, T_2 \Rightarrow$ alle Werte

vi. Falls $h_2 < h_{2,g}$

mit $h_2, T_2 \Rightarrow x_2$

mit $h_2, x_2 \Rightarrow$ alle Werte



2. HAUPTSATZ DER THERMODYNAMIK

Bedeutung:

- Wärme kann nicht von selbst (spontan) von einem Körper mit tieferer Temperatur auf einen Körper mit höherer Temperatur übertragen werden. (Clausius).
- Ein Kreisprozess kann zugeführte Wärme nicht zu 100% in Arbeit umwandeln. Es gibt immer Abwärme (Kelvin-Planck).
- Der Thermodynamische Teufel ist unfähig, er kann nur Arbeit in Wärme, aber nicht Wärme in Arbeit umwandeln.

REVERSIBLE UND IRREVERSIBLE PROZESSE

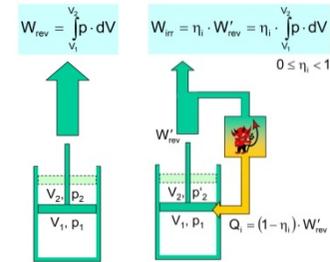
Reversibel d.h. umkehrbar, ist ein Prozess wenn der Ausgangszustand im System und der Umgebung wieder hergestellt werden kann. Die Arbeit um das System wieder in den Ausgangszustand zu bringen soll also ohne Verlust gespeichert werden. Abgeführte Temperatur müsste bei der gleichen Temperatur gespeichert werden. Praktisch nicht möglich.

Irreversibel d.h. unumkehrbar, sind Prozesse, wenn sie irreversible Teilprozesse enthalten z.B.:

- Wärmeübertragung
- Reibung
- Expansion zu tieferem Druck, thermodynamischen Ungleichgewicht
- Vermischung Stoffe unterschiedlicher Temperaturen
- spontane chemische Reaktionen



REVERSIBLE VS. IRREVERSIBLE ADIABATISCHE EXPANSION

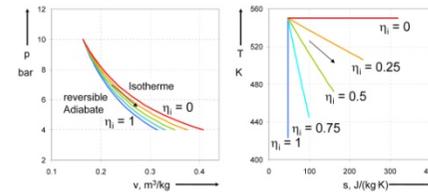


$$|W_{rev}| > |W_{irr}|$$

$$|\Delta U_{rev}| > |\Delta U_{irr}|$$

$$|Q_{rev}| = |Q_{irr}| = 0$$

Der Teufel bremst die Expansion; es wird weniger Arbeit geleistet, Wärme rückgeführt, Abnahme der inneren Energie geringer. Irreversibilität im p-v Diagramm erkennbar.



$$p \cdot v^{\eta(\kappa-1)+1} = const.$$

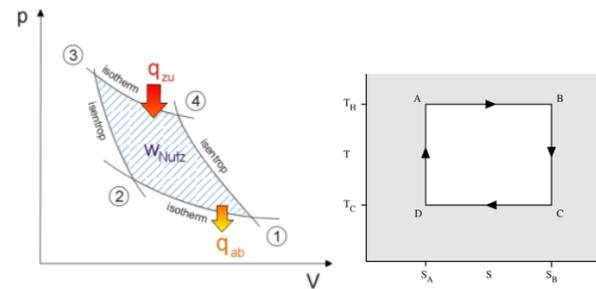
$$c_v \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + \eta_i \cdot R \cdot \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = 0$$

$$s = c_v \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + R \ln\left(\frac{v}{v_0}\right) + s_0$$

$$\Delta s = \left(1 - \frac{1}{\eta_i}\right) c_v \ln \frac{T}{T_0}$$

DER CARNOT KREISPROZESS

Der Carnot Prozess ist ein idealisierter reversibler Kreisprozess. Er dient zur Definition der theoretisch maximalen umsetzbaren Wärmemenge in Arbeit



Die Abbildungen zeigen den Carnot-Wärme-Kraft-Prozess im p-v-Diagramm links und im T-s-Diagramm rechts. (1=C, 2=D, 3=A, 4=B)

1-2: Isotherm Komprimieren: W_{12} wird aufgewendet. Da isotherme Reaktion geht Wärme Q_{ab} an kaltes Reservoir.

2-3: Adiabatisch Komprimieren: Arbeit wird hineingesteckt, die Temperatur steigt. Es findet kein Wärmeaustausch statt. Entropie konstant.

3-4: Isotherm Expandieren: Das System leistet Arbeit W_{34} . Da isotherme Reaktion muss Wärme Q_{zu} dazu kommen

4-1: Adiabatisch Expandieren: Es wird Arbeit geleistet. Entropie konstant.

Beim idealen Gas: 1-2: $Q=W$, 2-3: $Q=0$, 3-4: $Q=W$, 4-1: $Q=0$

WÄRME-KRAFT-PROZESS

Carnot Prozess im Uhrzeigersinn. Der Prozess liefert Arbeit. Wärme aus dem heißen Reservoir und Abwärme an das kalte Reservoir.

$$1 \rightarrow 2 \quad W_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$Q_{12} = p_1 V_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$2 \rightarrow 3 \quad W_{23} = m \cdot (u_2 - u_3)$$

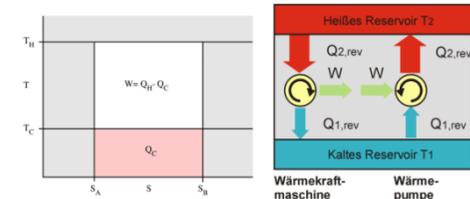
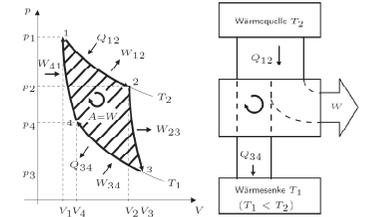
$$Q_{23} = 0$$

$$3 \rightarrow 4 \quad W_{34} = p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$Q_{34} = p_3 V_3 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$$

$$4 \rightarrow 1 \quad W_{41} = m \cdot (u_4 - u_1)$$

$$Q_{41} = 0$$



↑ Das linke Bild zeigt den Wärme-Kraft-Prozess im UZS, die Differenz aus Q_H und Q_C ist gerade die geleistete Arbeit.

↗ Das rechte Bild zeigt den Wärme-Kraft-Prozess links und den Kältemaschinen-Prozess rechts. Links wird "die Wärme in Arbeit umgewandelt"; rechts wird "die Arbeit in Kälte umgewandelt".

KÄLTEMASCHINEN- UND WÄRMEPUMPENPROZESS

Carnot Prozess im Gegenuhrzeigersinn. Es muss Arbeit hineingesteckt werden um Wärme aus dem kalten Reservoir an das Heisse abzugeben.

$$-W_{KP} = Q_{zu} - Q_{ab} \quad (-W) \text{ weil am System geleistete Arbeit.}$$

$$1 \rightarrow 2 \quad W_{12} = m \cdot (u_1 - u_2)$$

$$Q_{12} = 0$$

$$2 \rightarrow 3 \quad W_{23} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

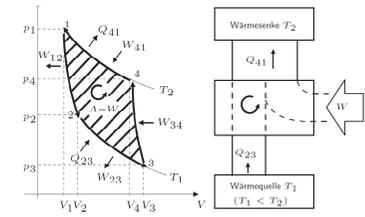
$$Q_{23} = p_2 V_2 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_2}\right)$$

$$3 \rightarrow 4 \quad W_{34} = m \cdot (u_3 - u_4)$$

$$Q_{34} = 0$$

$$4 \rightarrow 1 \quad W_{41} = p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)$$

$$Q_{41} = p_4 V_4 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_4}\right)$$



• **Kältemaschine** Nutzen ist dem kalten Reservoir abgeführte Wärme:

$$\text{Leistungsziffer} \quad \epsilon_k = \frac{Q_{ab}}{-W_s} = \frac{Q_C}{-Q_H - Q_C}$$

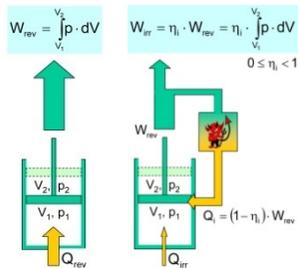
$$\text{wenn reversibel} \quad \epsilon_k = \epsilon_{k,max} = \frac{T_C}{T_H - T_C}$$

• **Wärmepumpe** Nutzen ist dem warmen Reservoir zugeführte Wärme:

$$\text{Leistungsziffer} \quad \epsilon_w = \frac{Q_{zu}}{-W_s} = \frac{Q_H}{-Q_H - Q_C}$$

$$\text{wenn reversibel} \quad \epsilon_w = \epsilon_{w,max} = 1 + \frac{T_C}{T_H - T_C} = 1 + \epsilon_k$$

REVERSIBLE VS. IRREVERSIBLE EXPANSION



$$|W_{rev}| > |W_{irr}|$$

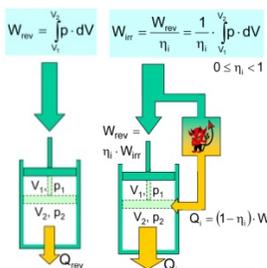
$$\Delta U_{rev} = \Delta U_{irr}$$

$$|Q_{rev}| > |Q_{irr}|$$

Der Teufel bremst die Expansion; es wird weniger Arbeit geleistet, es muss dafür aber auch weniger Wärme zugeführt werden.

⚠ Irreversibilität im p-v Diagramm nicht zu erkennen

REVERSIBLE VS. IRREVERSIBLE KOMPRESSION



$$|W_{rev}| < |W_{irr}|$$

$$\Delta U_{rev} = \Delta U_{irr}$$

$$|Q_{rev}| < |Q_{irr}|$$

Der Teufel bremst die Kompression; es muss mehr Arbeit geleistet werden, mehr Wärme wird frei.

⚠ Irreversibilität im p-v Diagramm nicht zu erkennen

DER THERMISCHE WIRKUNGSGRAD

ALLGEMEIN

Der thermische Wirkungsgrad ist das Verhältnis zwischen Nutzen, meist mechanische Arbeit, und aufgewendeter Energie, meist Wärme.

$$\eta_{th} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{W_{nutz}}{Q_{zu}}$$

Für Kreisprozesse: $Q_{KP} = W_{KP}, \Delta U = 0$

$$\Rightarrow \eta_{th} = \frac{W_{nutz}}{Q_{zu}} = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{Q_c}{Q_H}$$

Einige Wirkungsgrade realer Kreisprozesse

	50-60%	Windkraftwerk	Bis 50%	Elektromotor	20-99%
Kombikraftwerk	30-40%	Brennstoffzelle	20-70%	Glühlampe	3-5%
Leichtwassereaktor	5-25%	Dieselmotor	Bis 45%	LED	5-25%
Solarzelle	25-50%	Ottomotor	Bis 37%	Lautsprecher	0.3%
Kohlekraftwerk	80-95%	Turbinenriebwerk	40%		

WIRKUNGSGRAD DES CARNOT PROZESSES

Wäre T_c/T_H gerade null, so wäre der Wirkungsgrad gerade 1. Aber aus dem 2. Hauptsatz folgt, dass zwingend ein Teil der zugeführten Wärmemenge an das kalte Reservoir abgegeben werden muss: $\eta_c < 1$. Der Carnot Wirkungsgrad ist der höchst mögliche Umwandlungsgrad von Q in W. Er geht mit steigender Temperatur $T_H \rightarrow \infty$ oder mit $T_c = 0$ gegen 1. ($T_H = 1500K, T_c = T_0 \rightarrow \eta_c \approx 0.75$)

$$\eta_c = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}} = \frac{W}{Q} = 1 - \frac{Q_{ab}}{Q_{zu}} = 1 - \frac{T_c}{T_H} \quad \frac{Q_c}{Q_H} = \frac{T_c}{T_H} \text{ (reversibel)}$$

Der thermische Wirkungsgrad eines irreversiblen Wärmekraftprozesses ist immer geringer als derjenige eines reversiblen.

WIRKUNGSGRAD ISENTROPE PROZESSE

reversibel – keine Dissipation – kein Wärmetransport – adiabat

Isentroper Düsenwirkungsgrad $\eta_{D,s} = \frac{w^2}{w_{max}^2} = \frac{h_2 - h_1}{h_{2,s} - h_1}$

Isentroper Turbinenwirkungsgrad $\eta_{T,s} = \frac{W}{W_{rev}} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2,s}}$

Isentroper Kompressorwirkungsgrad $\eta_{K,s} = \frac{W_{rev}}{W} = \frac{h_1 - h_{2,s}}{h_1 - h_2}$
inkompressibel, $T = \text{const} \Rightarrow \Delta h = h_2 - h_1 = v(p_2 - p_1)$

ENTROPIE

Die Entropie S ist ein Mass für die Unordnung im System.

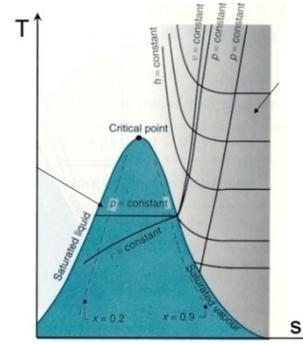
$$S_y = S_x + \int_x^y \frac{dQ_{rev}}{T_G} \quad \left[\frac{kJ}{K} \right]$$

Ein Prozess wird spontan immer in der Richtung ablaufen, dass die Entropie zunimmt. Die Entropie ist ein Mass für die Irreversibilität.

isentrop d.h. $ds = 0$ ist ein Prozess, wenn kein Wärmeaustausch stattfindet (adiabat) und der Prozess reversibel ist.

- überhitzter Dampf	$s(T, p)$
- gesättigter Zustand	$s(T)$ bzw. $s(p)$
- Nassdampfgebiet	$s(x, T)$
- unterkühlte Flüssigkeit	$s(T, p) \approx s(T)$ inkompressibel

T-S – DIAGRAMM



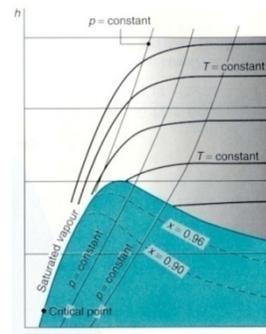
Im Nassdampfgebiet gilt:
 $s = x \cdot s_g + (1 - x) \cdot s_f$

Im Gebiet der unterkühlten Flüssigkeit gilt:
 $s(T, p) = s(T)$

Im grau schattierten Bereich gilt:
 $h(T, p) \approx h(T)$

Dort sind die Molekülabstände gross, die Drücke daher klein und zu vernachlässigen, womit die Enthalpie nur noch eine Funktion der Temperatur sind.

H-S – DIAGRAMM AKA MOLLIER - DIAGRAMM



⚠ Position des kritischen Punktes beachten!

Im Nassdampfgebiet gilt:
 $h = x \cdot h_g + (1 - x) \cdot h_f$

Im grau schattierten Bereich verlaufen die Isothermen horizontal, somit ist die Temperatur dort nicht mehr von der Entropie abhängig, sondern alleine von der Enthalpie.

Tds GLEICHUNGEN

Die Tds Gleichungen stellen Beziehungen der verschiedenen Grössen der Thermodynamik her. Auch 1. Hauptsatz in Differentialen:

$$T \cdot ds = du + pdv \quad T \cdot ds = dh - vdp$$

$$T \cdot ds = du + pdv \quad T \cdot ds = dh - vdp$$

$$T \cdot d\bar{s} = d\bar{u} + p d\bar{v} \quad T \cdot d\bar{s} = d\bar{h} - \bar{v} dp$$

Gilt für reversible und irreversible Prozesse.

Bei Verdampfung/Kondensation gilt: $p = \text{const.} \Rightarrow T \cdot ds = dh$
Aus der Integration ($T = \text{const.}$) folgt $T \cdot (s_g - s_f) = (h_g - h_f)$

CLAUSIUS UNGLEICHUNG

Entropiezuwachs: $\Delta S = \frac{\Delta Q}{T_G} = S_2 - S_1$

$$\oint \frac{\delta Q}{T_G} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_C}{T_C} \leq 0$$

$$\text{für Carnot-Prozess: } \oint \frac{\delta Q}{T_G} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_C}{T_C} = \Delta S_{zu} - \Delta S_{ab} = 0$$

$\oint \frac{\delta Q}{T}$: Umlaufintegral über Kreisprozess. Q: zugeführte Wärmemenge.

T: absolute Temperatur an Systemgrenze wo Wärme übertragen wird, d.h. Temperatur des Reservoirs, gegen das gearbeitet wird.

ENTROPIEÄNDERUNG IDEALER GASE

• Allgemein:

$$\text{Air (A-22): } s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1) = s^0(T_2) - s^0(T_1) - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\text{else (A-23ff): } \bar{s}(T_2, p_2) - \bar{s}(T_1, p_1) = \bar{s}^0(T_2) - \bar{s}^0(T_1) - \bar{R} \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

s^0 für einen Referenzdruck, $R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$ ist dann der Druckkorrekturterm

$$c = \text{const.} \Rightarrow s^0(T, p) = c_p(T) \cdot \ln \left(\frac{T}{T_0} \right)$$

$$(T, p): s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$(T, v): s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\text{• Isothremer Prozess: } s^0(T_2) - s^0(T_1) = 0 \xrightarrow{\text{yields}} s_2 - s_1 = R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

ISENTROPER PROZESS BEIM IDEALEN GAS

$$s_2 - s_1 = 0 \text{ mit } \kappa = \frac{c_p}{c_v}, c_p = c_v + R \rightarrow c_p = R \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1}, c_v = R \cdot \frac{1}{\kappa - 1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1 - \kappa} \text{ und } \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa \text{ (siehe auch p. 2)}$$

ENTROPIEÄNDERUNG INKOMPRESSIBLER STOFFE

$$\text{• } v = \text{const.} \Rightarrow s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{c(T)}{T} dt$$

$$\text{• } v, c = \text{const.} \Rightarrow c_p = c_v = c \Rightarrow s_2 - s_1 = c \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

ENTROPIEBILANZ FÜR GESCHLOSSENE SYSTEME

$$S_{erz} = S_2 - S_1 - \sum \frac{Q}{T_G} [kJ/kgK] \quad \dot{S}_{erz} = \dot{S} - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} [kW/kgK]$$

• stationärer Prozess: $\Delta S = S_2 - S_1 = 0$

• Kreisprozess Zustand ist am Ende wieder der selbe $S_{erz, KP} = - \sum \frac{Q}{T_G}$

• reversibler Prozess: $S_{erz} = 0 \quad dS = \frac{dQ}{T_G}$

T_G : Temp. an Grenze der Wärmeübertragung

• Entropie Produktion S_{erz} bei nicht reversiblen Prozessen.

⚠ S_{erz} ist keine Zustandsgrösse! Im realen Kreisprozess wird Entropie erzeugt, die Entropie S hat jedoch nach jedem Zyklus wieder den selben Wert.

ENTROPIEBILANZ FÜR OFFENE SYSTEME

$$\dot{S}_{erz} = \dot{S} - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} + \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_i s_i$$

1. Erzeugungsrate im System
2. Zunahme des Entropieinhaltes des Systems
3. Entropietransport über Systemgrenze per Wärmeleitung
4. Mit Masse ausströmender Entropiestrom
5. Mit Masse einströmender Entropiestrom

• stationärer Prozess, 1 Massenstrom: $\dot{S}_{erz} = - \sum \frac{\dot{Q}}{T_G} + \dot{m}(s_e - s_i)$

STATIONÄRE INTERN REVERSIBLE PROZESSE

- Entropiebilanz für offene Systeme mit $\frac{d}{dt} = 0, \dot{m}_e = \dot{m}_i, \dot{S}_{erz} = 0$:

$$0 = -\sum \frac{\dot{Q}}{T_G} + \dot{m} \cdot (s_2 - s_1) \Rightarrow \frac{\dot{Q}_{rev}}{\dot{m}} = \int_1^2 T ds$$
- 1. HS mit $\frac{dE_s}{dt} = 0$ und $\frac{\dot{Q}_{rev}}{\dot{m}} = \int_1^2 T ds \xrightarrow{T ds = dh - v dp} h_2 - h_1 - \int_1^2 v dp$:

$$\frac{\dot{W}_{rev}}{\dot{m}} = -\int_1^2 v dp - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - g(z_2 - z_1)$$

- Berechnung des Integrals $-\int_1^2 v dp$ mit $p \cdot v^n = const.$
 $n=1$ (isotherm): $-\int_1^2 v dp = -\frac{p_1 v_1}{const.} \ln \frac{p_2}{p_1} \xrightarrow{\text{ideales Gas}} -RT_1 \ln \frac{p_2}{p_1}$
 $n \neq 1$ (polytrop): $-\int_1^2 v dp = -\frac{n}{n-1} (p_2 v_2 - p_1 v_1) \xrightarrow{\text{IG}} -\frac{n}{n-1} R(T_2 - T_1)$
- In Düsen/Diffusoren: $\dot{W}_{rev} = 0$ folgt der stationäre Bernoulli
 $\int_1^2 v dp + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) = 0 \xrightarrow{\text{inkomp. p}} \frac{p}{\rho} + \frac{w^2}{2} + gz = const.$
- Für isotherme Prozesse gilt auch (mit $v dp = dh - T ds$)
 $\frac{\dot{W}_{rev}}{\dot{m}} = T(s_2 - s_1) - (p_2 \frac{v_2}{\dot{m}} - p_1 \frac{v_1}{\dot{m}}) - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} - g(z_2 - z_1)$

EXERGIE

Exergie ist ein Maß für die vorhandene Arbeitsmöglichkeit der Energie. Es ist der Anteil des Energieinhaltes eines Systems, der maximal mittels eines reversiblen Prozesses in Arbeit umgewandelt werden kann.
Anergie ist der Energieanteil, der nach dem Erreichen des Gleichgewichtes im System zurückbleibt und nicht mehr in Arbeit umgewandelt werden kann.
 Die Exergie eines isolierten, geschlossenen Systems kann nur abnehmen. Zum Beispiel wird im System Motor und Umgebung bei der Verbrennung keine Energie, wohl aber Exergie verbraucht.

EXERGIE FÜR GESCHLOSSENE SYSTEME

$$E_x = U - U_0 + p_0(V - V_0) - T_0(S - S_0) + KE + PE$$

$$e_x = u - u_0 + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

$$\text{mit } KE = \frac{mw^2}{2}, PE = mgz, ke = \frac{w^2}{2}, pe = gz$$

EXERGIEDIFFERENZ FÜR GESCHLOSSENE SYSTEME

$$\Delta E_x = E_{x,2} - E_{x,1} = \Delta U + p_0(V_2 - V_1) - T_0(S_2 - S_1) + \Delta KE + \Delta PE$$

$$\Delta e_x = e_{x,2} - e_{x,1} = \Delta u + p_0(v_2 - v_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

EXERGIE FÜR OFFENE SYSTEME

$$\dot{E}_{x, str} = \dot{m}[(h - h_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe]$$

$$e_{x, str} = (h - h_0) - T_0(s - s_0) + ke + pe$$

EXERGIEDIFFERENZ FÜR OFFENE SYSTEME

$$\Delta \dot{E}_{x, str} = \dot{E}_{x, str, 2} - \dot{E}_{x, str, 1} = \dot{m}[(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

$$\Delta e_{x, str} = e_{x, str, 2} - e_{x, str, 1} = (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe$$

EXERGIEVERLUST :: GOUY-STODOLA-THEOREM

Die verlorene Arbeitsmöglichkeit ist die Differenz zwischen der maximal möglichen und der effektiv vorhandenen Arbeitsleistung. Max. verlorene Arbeit kann als Exergieverlust betrachtet werden. **Exergie ↔ Entropie**

$$E_{x, Verlust} = T_0 \cdot S_{erz} = W_{Verlust} = W_{rev} - W \quad [kJ]$$

EXERGIEBILANZ FÜR GESCHLOSSENE SYSTEME

$$\Delta E_x = \underbrace{\int \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q}_{E_{x,Q}} - \underbrace{(W - p_0 \Delta V)}_{E_{x,W}} - \underbrace{\frac{T_0 \cdot S_{erz}}{E_{x,Verlust}}}_{\text{irreversibel}}$$

T_0 : Umgebungstemperatur T_G : Temperatur am Ort der Q-Übertragung

$$\int \left(1 - \frac{T_0}{T_G}\right) \delta Q = Q_{12} - T_0 \cdot \Delta S = Q_{12} - T_0 \cdot m \cdot [s_2^0 - s_1^0 - R \cdot \ln \left(\frac{p_2}{p_1}\right)]$$

- stationärer Prozess:** $\Delta E_x = 0$
- reversibler Prozess:** $T_0 \cdot S_{erz} = 0$
- keine Arbeit:** $W - p_0 \Delta v = 0$

EXERGIEÄNDERUNGSGESCHWINDIGKEIT

$$\frac{dE_x}{dt} = \dot{E}_x = \sum \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i - \left(W - p_0 \frac{dV}{dt}\right) - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

- Gouy - Stodola:** $-\frac{dE_{x, irr}}{dt} = E_{x, v} = T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$
- Bei Wärmeübergang:** - stationäres System: $\frac{dE_x}{dt} = 0, \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 = \dot{Q}$
 - keine Arbeit: $W - p_0 \frac{dV}{dt} = 0$
 $E_{x, v} = T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \sum \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i = \dot{Q} \left(\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2}\right)$
 $-\frac{dE_{x, irr}}{dt} = E_{x, v} = T_0 \cdot \dot{S}_{erz} = \dot{Q} \left(\frac{T_0}{T_1} - \frac{T_0}{T_2}\right)$

EXERGIEBILANZ FÜR OFFENE SYSTEME

$$\frac{dE_x}{dt} = \sum \dot{m}_i e_{x, str, i} - \sum \dot{m}_e e_{x, str, e} - \left(\dot{W}_s - p_0 \frac{dV}{dt}\right) + \sum \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) - T_0 \dot{S}_{erz}$$

$$\frac{dE_x}{dt} = \sum \dot{m}_i \cdot e_{x, str, i} - \sum \dot{m}_e \cdot e_{x, str, e} - \dot{W}_s + \sum \dot{Q}_i \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}$$

↑ wobei angenommen wurde, dass $\frac{dV}{dt} = 0$

- Jeder Term enthält 100% nutzbare Energie.
- reversibler Prozess:** $T_0 \cdot S_{erz} = 0$
- stationär, 1 Massenstrom:** $\frac{dE_x}{dt} = 0, \dot{m}_i = \dot{m}_e = \dot{m}$

$$\sum \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i - \dot{W}_s - T_0 \dot{S}_{erz} = \dot{m}[h_2 - h_1 - T_0(s_2 - s_1) + \Delta ke + \Delta pe]$$

$$\text{oder anders geschrieben: } \sum \left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) \dot{Q}_i - \dot{W}_s - T_0 \dot{S}_{erz} = \dot{E}_{x, str, e} - \dot{E}_{x, str, i}$$

DER EXERGETISCHE WIRKUNGSGRAD (2ND LAW EFF.)

Der **energetische Wirkungsgrad η** bewertet die Nutzung der Energie in der Quantität, währenddessen der **exergetische Wirkungsgrad ϵ** die Nutzung der Exergie in der Quantität bewertet – und damit die qualitative Nutzung der Energie beschreibt.

Ganz allgemein gilt: $\epsilon \uparrow @ \{(T_N - T_0) \uparrow, (T_Q - T_N) \downarrow\}$

Energetisch: $\eta = \frac{\text{genutzter Energiestrom}}{\text{zugeführter Energiestrom}} = \frac{\dot{W}_s}{\dot{Q}_Q} \xrightarrow{\text{bei Wärmeströmen}} \frac{\dot{Q}_N}{\dot{Q}_Q}$

Exergetisch:

$$\epsilon = \frac{\text{genutzter Exergiestrom}}{\text{zugeführter Exergiestrom}} \xrightarrow{\text{bei Wärmeströmen}} \frac{\left(1 - \frac{T_0}{T_N}\right) \dot{Q}_N}{\left(1 - \frac{T_0}{T_Q}\right) \dot{Q}_Q} = \eta \left(\frac{1 - \frac{T_0}{T_N}}{1 - \frac{T_0}{T_Q}}\right)$$

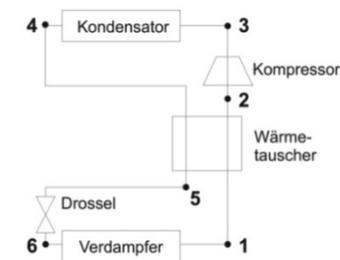
wobei Indizes: Q: Quelle, N: Nutz, 0: Umgebung

- $\epsilon / \eta = \frac{1 - T_0/T_N}{1 - T_0/T_Q}$
 $\epsilon \rightarrow \eta \equiv E_{x, Verlust} \rightarrow 0$ für $T_N \rightarrow T_Q \equiv S_{erz} \rightarrow 0$ oder $T_0 \rightarrow 0$
- Bsp.: $\{T_0 = 0^\circ\text{C}, T_Q = 800^\circ\text{C}, T_N = 24^\circ\text{C}\} \Rightarrow \{\eta = 90\% \rightarrow \epsilon \approx 10\%\}$

BEISPIELE VON EXERGETISCHEN WIRKUNGSGRADEN

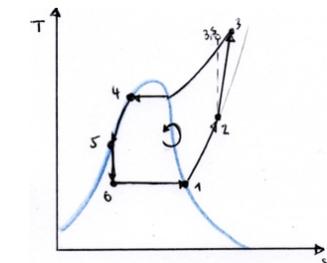
- offenes System mit Leistung: $\epsilon = \frac{\dot{E}_{x, Nutz}}{\dot{m}(e_{x, str, 1} - e_{x, str, 2})} = \frac{\dot{E}_{x, Nutz}}{\dot{E}_{x, Nutz} + T_0 \cdot \dot{S}_{erz}}$
 - bei Nutzung der Abwärme $\dot{E}_{x, Nutz} = \dot{Q}_A \cdot \left(1 - \frac{T_0}{T_A}\right) + \dot{W}_s$
 - ohne Nutzung der Abwärme $\dot{E}_{x, Nutz} = \dot{W}_s$
- Turbine: $\epsilon = \frac{\dot{W}_s}{\dot{m}(e_{x, str, 1} - e_{x, str, 2})} = \frac{\dot{W}_s}{\dot{W}_s + T_0 \cdot \dot{S}_{erz}}$
- Pumpe/Kompressor: $\epsilon = \frac{\dot{m}(e_{x, str, 2} - e_{x, str, 1})}{\dot{W}_{invest}} = \frac{\dot{W}_{invest} - E_{x, v}}{\dot{W}_{invest}} = \frac{-\dot{W}_s - T_0 \cdot \dot{S}_{erz}}{-\dot{W}_s} \xrightarrow{Q_{verl} = 0} \frac{(h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1)}{(h_2 - h_1)}$
- Wärmetauscher ohne Vermischung: $\epsilon = \frac{\dot{m}_C(e_{x, str, C, e} - e_{x, str, C, i})}{\dot{m}_H(e_{x, str, H, i} - e_{x, str, H, e})}$
- Wärmetauscher mit Vermischung: $\epsilon = \frac{\dot{m}_C i (e_{x, str, e} - e_{x, str, C, i})}{\dot{m}_H i (e_{x, str, H, i} - e_{x, str, e})}$

EX-PRÜFUNGSAUFGABE :: KOMPRESSIOWÄRMEPUMPE



- gesättigter Dampf
- 1→2: isobare Überhitzung
- 2→3: irr. adiab. Verdichtung
- 3→4: isobare Abkühlung, vollständige Kondensation
- 4→5: Unterkühlung an Sättig.
- 5→6: isentrope Drosselung
- 6→1: isobare Verdampfung

Geg.: $\dot{W}_{heiz}, \eta_{K, s}$
 Ges.: $\dot{m}, \dot{Q}_{12}, \dot{Q}_{61}, \dot{W}_{Komp}, \epsilon_W$



- Vorgehen:
- mit Tabellen:
 $\eta_{K, s} \rightarrow h_1, h_2 \dots h_6$ bestimmen
 - $\dot{W}_{heiz} = -\dot{Q}_{34} = \dot{m}(h_3 - h_4)$
 - $\dot{Q}_{12} = \dot{m}(h_2 - h_1)$
 - $\dot{Q}_{61} = \dot{m}(h_1 - h_6)$
 - $\dot{W}_{Komp} = \dot{m}(h_2 - h_3)$
 - $\epsilon_W = \frac{Q_{zu/heiz}}{-W_s} = \frac{-W_{heiz}}{-W_{Komp}}$