

$$\Rightarrow x = v + cz$$

Annahme: z ist gegeben und x gilt es "aufzerteilen"

$$x = v + cz$$

$$\mu x = \mu(v + cz) = 0, \text{ da } v \text{ im Kern ist}$$

$$\mu x = \underbrace{\mu v}_{=0} + c \mu z \rightarrow \in \mathbb{R} \text{ "wichtig"}$$

$$\text{I } \mu x = c \mu z \quad / : \mu z \Rightarrow \text{funktioniert nur wenn } \mu z \neq 0, \text{ also } z \notin \text{Kern}$$

$$\Rightarrow c = \frac{\mu x}{\mu z} \Rightarrow \text{damit existiert } c \text{ und ist auch eindeutig}$$

$\Rightarrow$ da wir jetzt c eindeutig bestimmt haben können wir v berechnen

$$x = v + cz$$

$$\Rightarrow v = x - cz = x - \frac{\mu x}{\mu z} z$$

Damit haben wir v und c eindeutig bestimmt. Die Aussage stimmt auch für $\mu = [0, \dots, 0, 0]$, da es dann kein $z \notin \text{Kern}$ gibt.

expliziter Beweis für die Eindeutigkeit von c und v

$$\Rightarrow \text{I } \left. \begin{array}{l} \mu x = c \mu z \\ \text{I } \mu x = c' \mu z \end{array} \right\} c = c' \quad \exists c, c' \Rightarrow c = c'$$

$$\left. \begin{array}{l} x = v + cz \\ x = v' + cz \end{array} \right\} v = v' \quad \exists v, v' \Rightarrow v = v'$$