10. Übung

Rares Sahleanu

Email rsahleanu@gmail.com
Discord raresbares

Übersicht

1. Arten der Magnetisierung & magnetische Polarisation
2. Grenzflächenübergang
3. Analogie E/M Feld
4. Kochrezept zum Ersatzschaltbild
5. Die Induktivität
6. Luftspalt & A_L - Wert
7. Aufgaben

Arten der Magnetisierung

Es existieren 3 Arten der magnetischen Polarisation:

- Diamagnetismus
- Paramagnetismus
- Ferromagnetismus

Diamagnetismus

- Tritt auf aufgrund der induzierten Neuausrichtung des Netto-Spins der Teilchen
- Magnetfeld typisch schwach aber entgegengerichtet
- magnetisch Suszeptilität ist $\chi < 0$

Paramagnetismus

- Tritt bei ungepaarten Elektronen auf.
- Verstärkt schwach das äußere Feld $\rightarrow \chi > 0$
- Funktioniert gut bei geringen Temperaturen (Curie-Gesetz)

Ferromagnetismus

- Material ist von Grund auf magnetisiert in "Domänen" den sog. "Weiß'schen Bezirken"
- Verstarkt stark das äußere Feld $\rightarrow \chi \gg 0$
- Existiert nur unterhalb $< T_c$ (Eisen: $T_c = 770°C$)

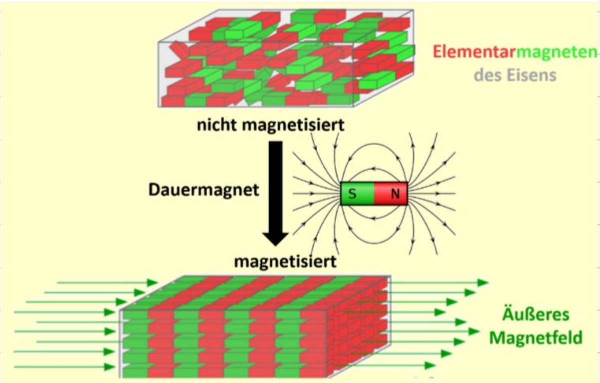
$$\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \vec{H} + (\mu - \mu_0)\vec{H} = \overset{\text{Aktion außen}}{\mu_0 H} + \overset{\text{Reaktion innen}}{\mu_0 \vec{M}} \Big\} \text{Superposition}$$

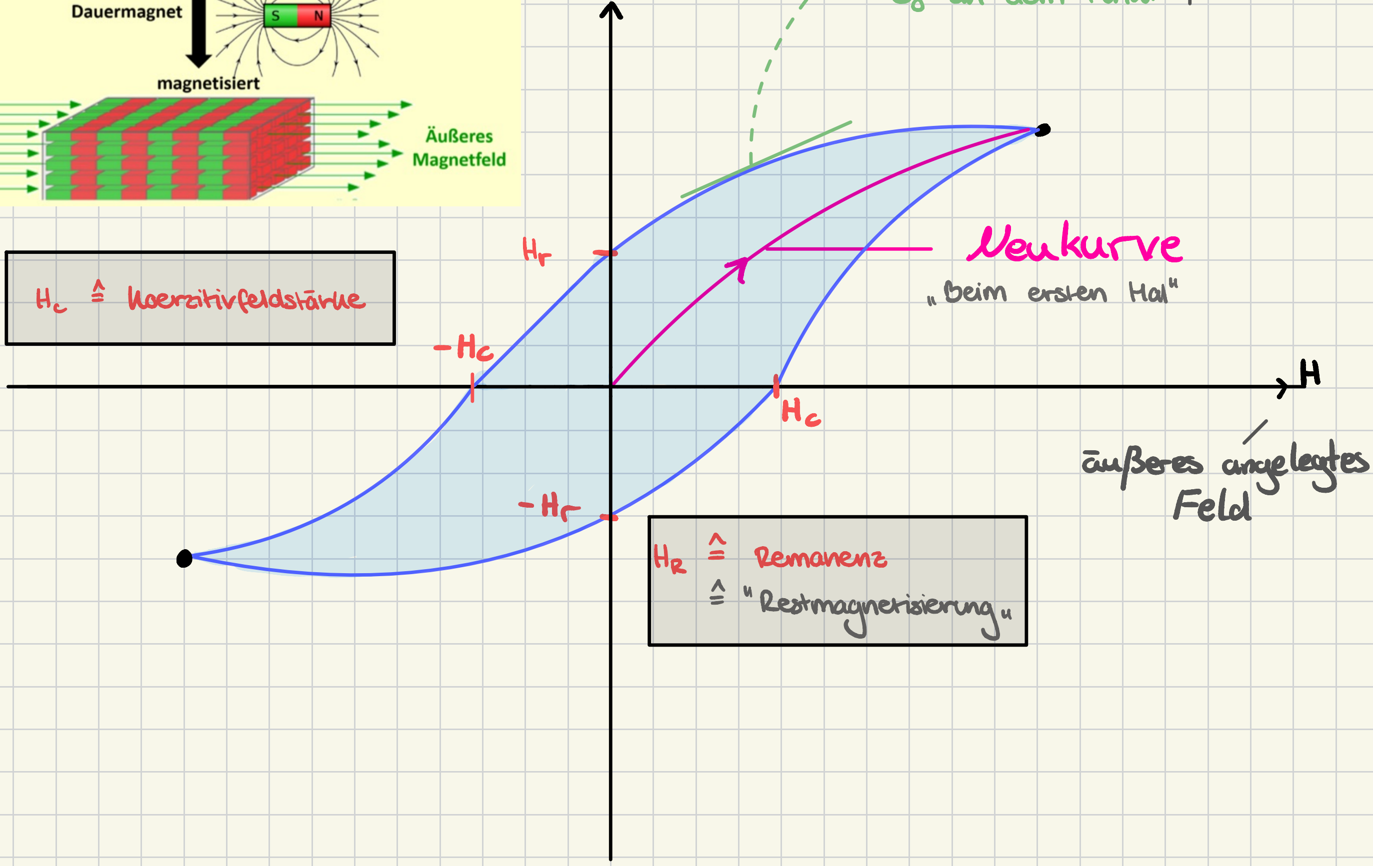
$$\vec{M} = (\mu_r - 1)\vec{H} = \chi \vec{H}$$

$\chi \hat{=}$ "Wie stark reagiert ein Material auf ein äußeres magnetisches Feld"

$\Rightarrow$ "<0 entgegen" oder ">0 verstärkt"

Bei dem klassischen Ferromagnetismus treten jedoch Sättigungseffekte auf





- Die Neukurve entsteht bei einmaliger Magnetisierung
- H_r gibt an wie stark ein Magnetfeld eines Metalls ist nachdem es maximal magnetisiert wurde
- H_c gibt an welches Feld nötig ist um den um das innere Feld aufzuheben. Typisch gilt:

$$H_c < H_r$$

- Ab einem bestimmten äußeren Feld lässt sich die Flussdichte, also damit die Eigenmagnetisierung nicht mehr ändern:

"Das Material sättigt"

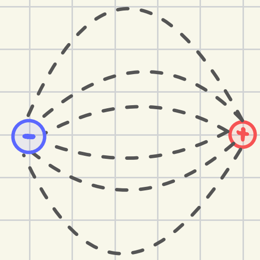
Nice-To-know:

- Umso mehr Fläche die Kurve einschließt umso "härter" ist das Material

Übersicht - Grenzflächenübergang

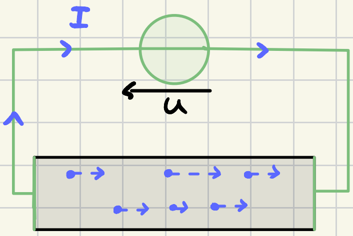
E-Feld

- $\dfrac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \dfrac{E_{n2}}{E_{n1}} = \dfrac{D_{t1}}{D_{t2}} = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$
- Umrechnung mittels $\vec{D}_{n/t} = \varepsilon \, \vec{E}_{n/t}$



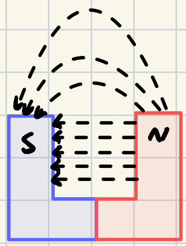
„Strom-Feld"

- $\dfrac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \dfrac{E_{n2}}{E_{n1}} = \dfrac{J_{t1}}{J_{t2}} = \dfrac{\kappa_1}{\kappa_2}$
- Umrechnung mittels $\vec{J}_{n/t} = \kappa \, \vec{E}_{n/t}$

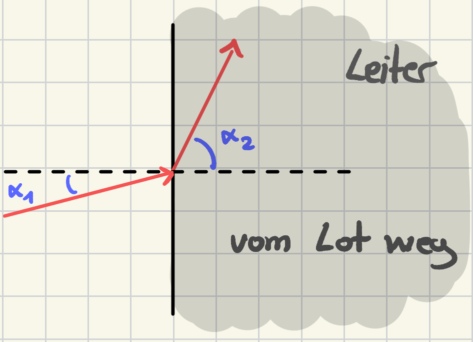


H-Feld

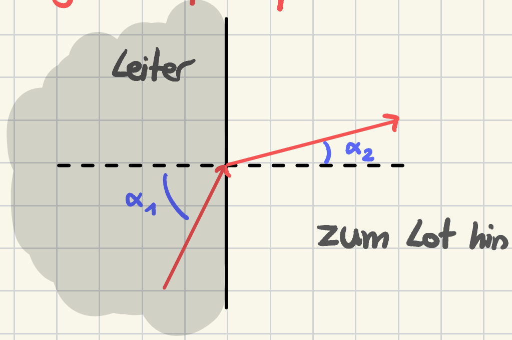
- $\dfrac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \dfrac{H_{n2}}{H_{n1}} = \dfrac{B_{t1}}{B_{t2}} = \dfrac{\mu_1}{\mu_2}$
- Umrechnung mittels $\vec{B}_{n/t} = \mu \, \vec{H}_{n/t}$



Strom	$\kappa_1 < \kappa_2$
Elek.	$\varepsilon_1 < \varepsilon_0$
Mag	$\mu_1 < \mu_2$

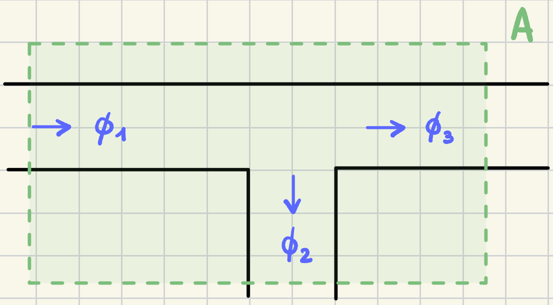


Strom	$\kappa_1 > \kappa_2$
Elek.	$\varepsilon_1 > \varepsilon_0$
Mag	$\mu_1 > \mu_2$



Analogie E-Feld / M-Feld

I $\quad \phi = \vec{B} \cdot \vec{A} \quad \longleftrightarrow \quad I = \vec{J} \vec{A}$

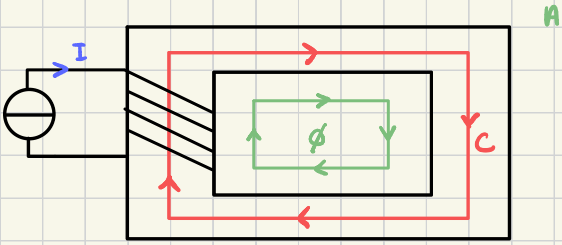


$$\oiint_A B = \phi_1 - \phi_2 - \phi_3 \overset{!}{=} 0$$

↳ Da $\oiint B = 0$ folgt dass die Kirchhoff-Knotengleichungen auch im Magnetismus gelten

---

II $\quad V_m = \int \vec{H} d\vec{s} \quad \longleftrightarrow \quad U = \int_{P1}^{P2} \vec{E} \, d\vec{s}$



$$\oint \vec{H} d\vec{s} = \Theta = N I$$

$\hat{=}$ mag. Spannungsquelle

↳ Da $\oint H = \Theta$ folgt dass die Kirchhoff-Maschengleichungen auch im Magnetismus gelten

---

III $\quad R_m = \frac{l}{\mu A} \quad \longleftrightarrow \quad R = \frac{l}{\kappa A}$

$$V_m = H l = \frac{B A}{\mu A} l \qquad V_m = \frac{l}{\mu A} \phi$$

/ Ohmsches Gesetz

$$R_m = \frac{l}{\mu A}$$

$\hat{=}$ magnetischer Widerstand

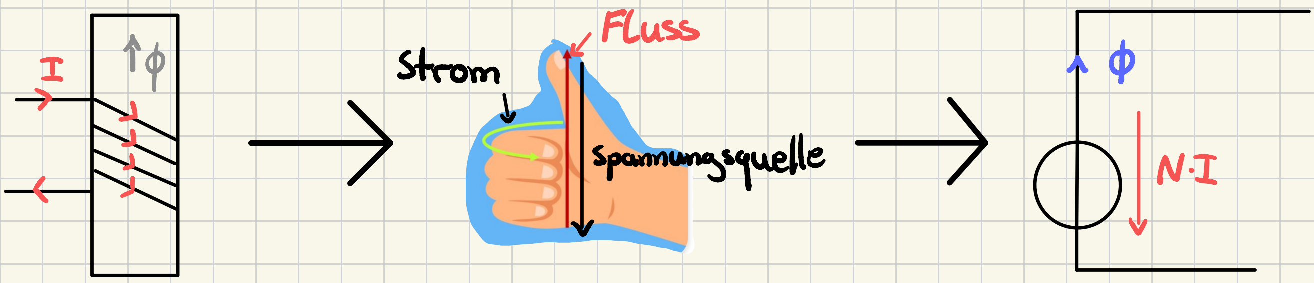
Auch hier gilt das Ohmsche Gesetz : $V_m = R_m \phi$

Kochrezept - ESB

1. Alle Durchflutungen bestimmen und in magnetische Spannungsquellen umwandeln

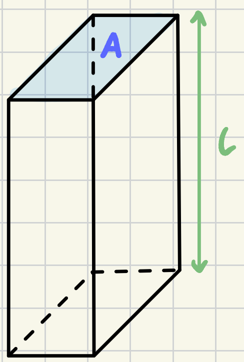
$$U_m = \Theta$$

2. magnetische Flüsse und Spannungsrichtung einzeichnen



3. Widerstände bestimmen:

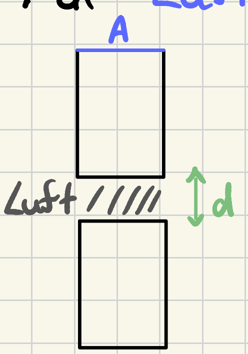
3.1 Für normale Eisenschenkel



- $R_m = \frac{l}{\mu_r \mu_0 A}$

→ gilt auch für "Ecken"

3.2 Für Luftspalte



- $R_m = \frac{d}{\mu_0 A}$

→ Achtung: aus dem Schenkelwiderstand rausrechnen

(4. Zur Berechnung Superpositionsprinzip / Kirchhoff anwenden

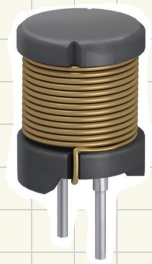
Die Induktivität

Kapazität

"Wieviel Spannung" baut sich auf bei der Ladung Q?

$$C = \frac{Q}{U}$$

Induktivität



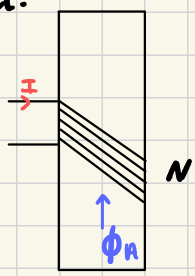
"wieviel" erzeugten M-Fluss umwickele ich mit Strom I

$$\phi = L \times I$$

"Phi" ϕ ≙ Dem umwickelten, und nicht NUR erzeugten, Strom
"In positiver Richtung"

I ≙ Dem netto investierten Strom

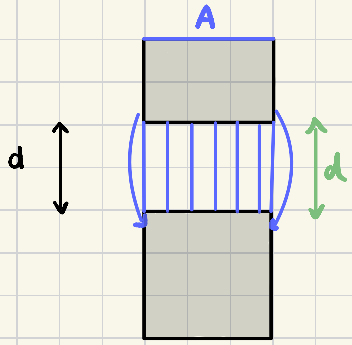
Beispiel:



$$L = \frac{\phi}{I} = \frac{\phi_A \cdot N}{I}$$

Wenn eine Spule den Fluss ϕ_A erzeugt und N mal umwickelt, so gilt: $L = \frac{N \cdot \phi_A}{I}$

Luftspalt und A_L-Wert



Wenn man von dem Luftspalt das Streufeld ignoriert so gilt:

$$R_m^{Luft} = \frac{d}{\mu_0 \underbrace{\mu_r}_{=1} A}$$

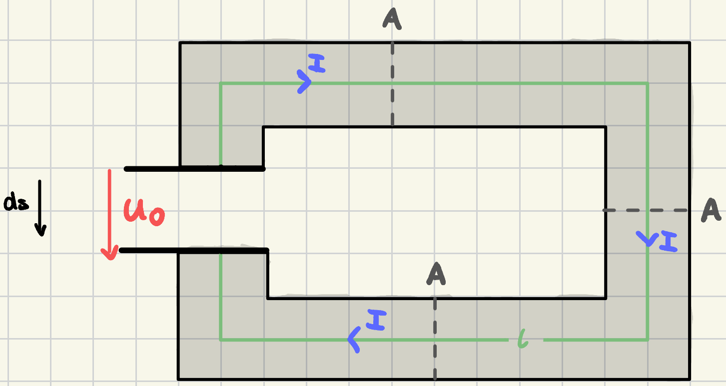
Für "nicht mehrspulige" Topologien gilt folgende Formel:

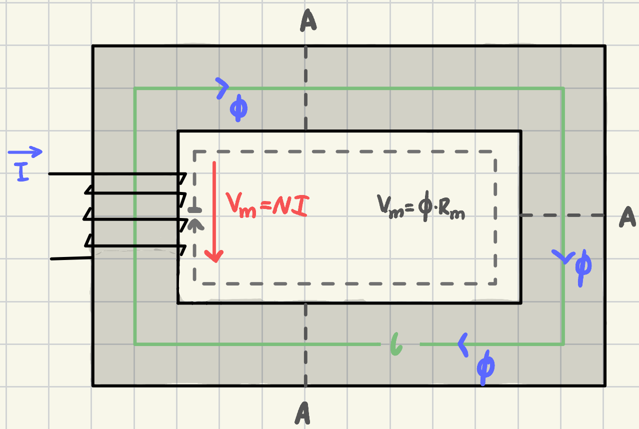
$$\underbrace{L = \frac{N \cdot \phi}{I}}_{\text{Definitionsformel}} = \frac{N}{I}\frac{\Theta}{R_m} = \frac{N^2}{R_m} = N^2 \cdot A_L \quad \Big| \quad A_L = \frac{1}{R_m}$$

$A_L = \Lambda_L$ ist der "A_L"-Wert dieser wird typischerweise auf Datenblätter aufgeführt. Er entspricht dem Kehrwert des magnetischen Gesamtwiderstand

---

Veranschaulichung der Analogie:





Aufgaben

Die beiden Außenschenkel des aus Ferritmaterial (Permeabilitätszahl μ_r) bestehenden Kerns besitzen die Querschnittsfläche A und die effektive Weglänge l_A. Der Mittelschenkel besitzt die Querschnittsfläche $2A$ und die effektive Weglänge l_M. Aus dem Mittelschenkel wird ein Teil des Ferritmaterials entfernt, sodass ein Luftspalt der Länge l_g entsteht.

Auf dem Kern befinden sich drei in Reihe geschaltete Wicklungen mit den Windungszahlen N_1, N_2 und N_3. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die magnetische Flussdichte $\vec{\mathbf{B}}$ homogen über den Kernquerschnitt verteilt ist. Der Streufluss beim Luftspalt wird vernachlässigt, sodass für den Luftspalt der gleiche Querschnitt wie für den Mittelschenkel angenommen werden kann.

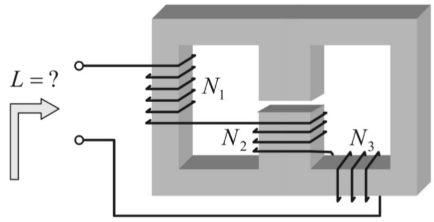


Abbildung 1: Permeabler Kern mit Luftspalt

1. Erstellen Sie ein vollständiges magnetisches Ersatzschaltbild.
2. Berechnen Sie die Flüsse Φ_L und Φ_R durch den linken und den rechten Schenkel sowie Φ_M durch den Mittelschenkel.
3. Berechnen Sie die Induktivität der Anordnung in Abhängigkeit von den gegebenen Parametern.

Lösung zur Teilaufgabe 1:

Die Zählrichtung für die Flüsse Φ_L, Φ_R und Φ_M wird gemäß dem Generatorzählpfeilsystem festgelegt, ist aber willkürlich.

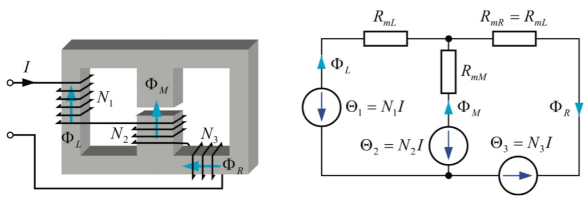


Abbildung 2: Festlegung der Flüsse und magnetisches Ersatzschaltbild

Zugehörige magnetische Widerstände:

$$R_{mL} = R_{mR} = \frac{l_A}{\mu A} = \frac{l_A}{\mu_r \mu_0 A} \quad \text{und} \quad R_{mM} = \frac{l_g}{\mu_0 2A} + \frac{l_M - l_g}{\mu_r \mu_0 2A} = \frac{1}{\mu_r \mu_0 2A}\left[(\mu_r - 1) l_g + l_M\right].$$

Lösung zur Teilaufgabe 2:

Knotenregel: $\Phi_L + \Phi_M = \Phi_R$.

Linke Masche: $N_1 I - N_2 I = \Phi_L R_{mL} - \Phi_M R_{mM} \quad \rightarrow \quad \Phi_L = \dfrac{(N_1 - N_2) I + \Phi_M R_{mM}}{R_{mL}}$.

Rechte Masche: $N_2 I + N_3 I = \Phi_M R_{mM} + \Phi_R R_{mL} \quad \rightarrow \quad \Phi_R = \dfrac{(N_2 + N_3) I - \Phi_M R_{mM}}{R_{mL}}$.

Die beiden Flüsse werden nun in die Knotenregel eingesetzt und diese nach Φ_M aufgelöst:

$$\frac{(N_1 - N_2) I + \Phi_M R_{mM}}{R_{mL}} + \Phi_M = \frac{(N_2 + N_3) I - \Phi_M R_{mM}}{R_{mL}}$$

$$\Phi_M \left(1 + \frac{2R_{mM}}{R_{mL}}\right) = \frac{(N_2 + N_3) I}{R_{mL}} - \frac{(N_1 - N_2) I}{R_{mL}} \quad \rightarrow \quad \frac{\Phi_M}{I} = \frac{-N_1 + 2N_2 + N_3}{R_{mL} + 2R_{mM}}$$

$$\frac{\Phi_L}{I} = \frac{N_1 - N_2}{R_{mL}} + \frac{R_{mM}}{R_{mL}} \frac{-N_1 + 2N_2 + N_3}{R_{mL} + 2R_{mM}}$$

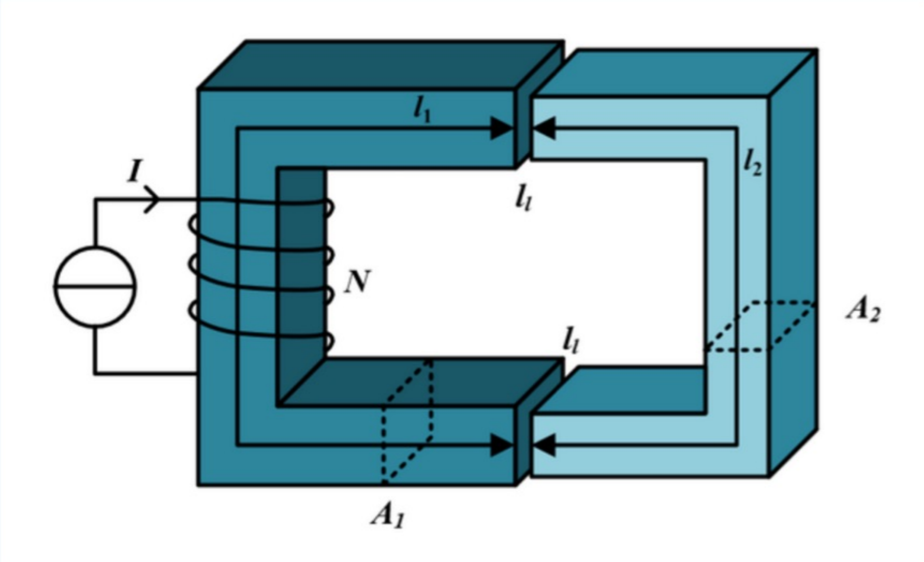
$$\frac{\Phi_R}{I} = \frac{N_2 + N_3}{R_{mL}} - \frac{R_{mM}}{R_{mL}} \frac{-N_1 + 2N_2 + N_3}{R_{mL} + 2R_{mM}}.$$

Lösung zur Teilaufgabe 3:

Die Induktivität berechnet sich nun aus

$$L = \frac{\Phi}{I} = N_1 \frac{\Phi_L}{I} + N_2 \frac{\Phi_M}{I} + N_3 \frac{\Phi_R}{I}.$$

Ordnen Sie für den unten gezeigten Aufbau dem Reluktanzmodell die richtigen Bauteile zu.



Das korrekte Reluktanzmodell sollte so aussehen: