13. Übung

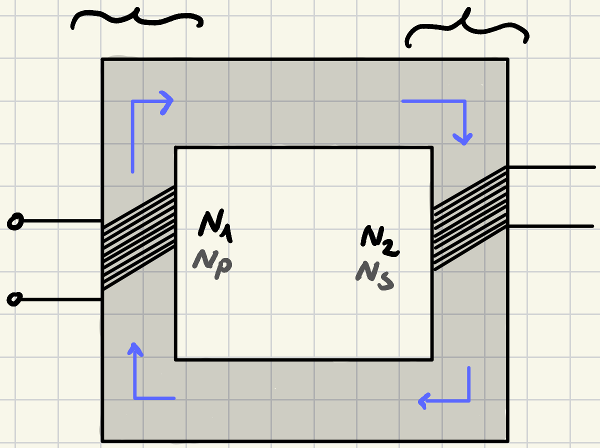
Rares Sahleanu

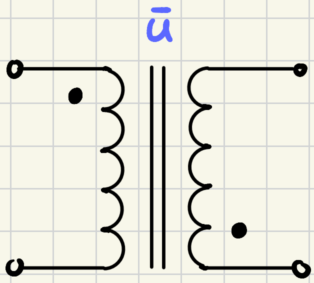
Email	rsahleanu@gmail.com
Discord	raresbares
Youtube	Rares Circuits

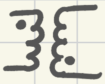
Transformatoren und Übertrager

Ein Transformator besteht aus zwei Wicklungen um einen gemeinsamen Eisenkern

Primärseite Sekundärseite





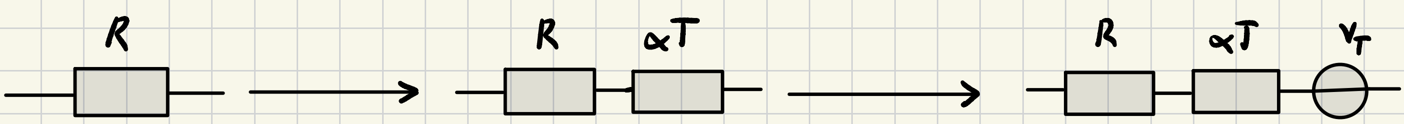
"–" bei 

Hier ist $\bar{u} = \pm \frac{N_1}{N_2}$ das Übertragungsverhältnis. Die Punkte gehören zu einer Konvention:

Wenn der Draht sich oben vor dem Transformator-Schenkel "wegschlängelt", so ist dort der Punkt

---

In der E-Technik nutzt man Modelle um komplexe Bauteile zu berechnen:



Modell 1: Ideale Transformator

vSf + $\mu_r \rightarrow \infty$

Eigenschaften:

- Beachtet **keine** Streuinduktivitäts-Verluste
- Beachtet **keine** Drahtwiderstands-Verluste

Formeln:

- $P_1 = P_2$
- $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1}$

Modell 2: verlustloser streufreier Transformator

Eigenschaften:

- Beachtet **keine** Streuinduktivitäts-Verluste
- Beachtet **keine** Drahtwiderstands-Verluste

Formeln:

- $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \bar{u}$

Modell 3: verlustloser Transformator

Eigenschaften:

- Beachtet die Streuinduktivitäts-Verluste
- Beachtet **keine** Drahtwiderstands-Verluste

Formeln:

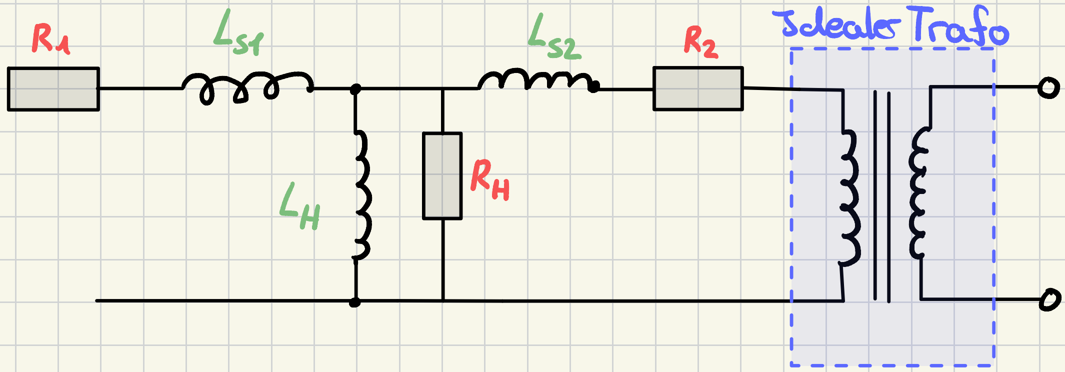
- $\frac{N_1}{N_2} = \frac{U_1}{U_2} = \bar{u}$

Modell 4: verlustbehaftete Transformator

Eigenschaften:

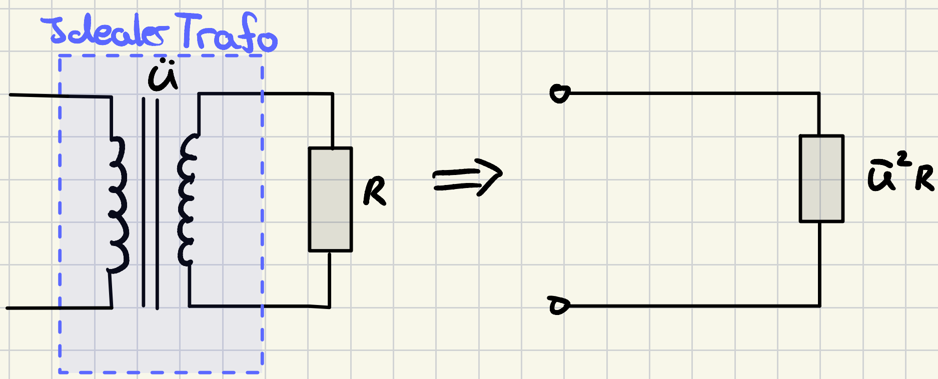
- Beachtet die Streuinduktivitäts-Verluste
- Beachtet die Drahtwiderstands-Verluste

Ersatzschaltbilder:



- L_S geben die Streuinduktivitäten. Um mehr der Trafo streut, desto größer ist L_S (=0 für streufrei)
- L_H ist hier die Hauptinduktivität. Um größer μ_r ist, desto größer ist L_H (Leerlauf für ideal)
- R_1 / R_2 sind die elektrischen Drahtverluste
- R modeliert die Hystereseverluste

Widerstandtransformation:



Beispiel 6.5: Induktivitäten eines Übertragers

Für die Anordnung in ►Abb. 6.39 sollen die Induktivitätswerte L_{11}, L_{22} und M bestimmt werden.

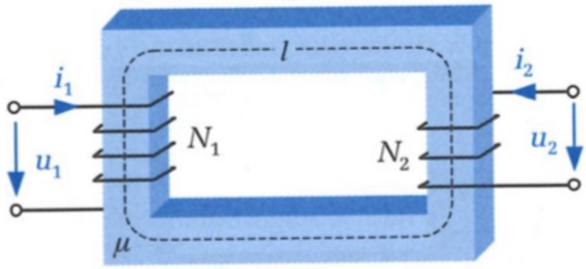


Abbildung 6.39: Übertrager mit Primär- und Sekundärwicklung

Lösung:

Im ersten Schritt werden die beiden Flüsse im Kern Φ_1 und Φ_2 bestimmt. Mit der mittleren Weglänge der magnetischen Feldlinien in den Schenkeln l und dem Kernquerschnitt A erhalten wir den magnetischen Widerstand aus Gl. (5.51). Die Durchflutung infolge der Primärwicklung (bei der Zählrichtung von Φ_1 werden die Ströme in die Zeichenebene hinein benötigt) beträgt $N_1 i_1$. Mit Gl. (5.54) folgt schließlich der Fluss

$$\Phi_1 = \frac{\Theta_1}{R_m} = N_1\, i_1 \frac{\mu A}{l} \tag{6.82}$$

und daraus die Selbstinduktivität

$$L_{11} = \frac{\Phi_{11}}{i_1} = \frac{N_1 \Phi_1}{i_1} = N_1^{\,2} \frac{\mu A}{l} \,. \tag{6.83}$$

Auf der Sekundärseite erhalten wir das entsprechende Ergebnis (hier werden infolge der Zählrichtung von Φ_2 die Ströme aus der Zeichenebene heraus benötigt)

$$L_{22} = \frac{\Phi_{22}}{i_2} = \frac{N_2 \Phi_2}{i_2} = N_2^{\,2} \frac{\mu A}{l} \,. \tag{6.84}$$

Für die Berechnung der Gegeninduktivität gibt es die beiden in der folgenden Gleichung angegebenen Möglichkeiten, die aber zum gleichen Ergebnis führen

$$M = \frac{\Phi_{21}}{i_1} = \frac{N_2 \Phi_1}{i_1} = N_1 N_2 \frac{\mu A}{l} \quad \text{bzw.} \quad M = \frac{\Phi_{12}}{i_2} = \frac{N_1 \Phi_2}{i_2} = N_1 N_2 \frac{\mu A}{l} \,. \tag{6.85}$$

Da wir die Koppelflüsse so gezählt haben, dass sie einen positiven Wert annehmen, nämlich Φ_{21} in die gleiche Richtung wie Φ_1 und Φ_{12} in die gleiche Richtung wie Φ_2, nimmt auch die Gegeninduktivität M einen positiven Wert an.

Auf einem zylindrischen Wickelkörper des Durchmessers $2a$ sind zwei Wicklungen der Länge l aus vernachlässigbar dünnen Drähten aufgebracht. Die äußere Wicklung mit N_1 Windungen wird von dem Gleichstrom I_1, die innere Wicklung mit N_2 Windungen von dem Gleichstrom I_2 durchflossen. Der Wickelkörper besitzt die Permeabilität $\mu = \mu_0$.

Zur Vereinfachung der Berechnung wird angenommen, dass das magnetische Feld im Zylinder homogen ist. Außerhalb des Zylinders soll das magnetische Feld vernachlässigt werden. Die Anordnung kann als verlustloser streufreier Übertrager betrachtet werden.

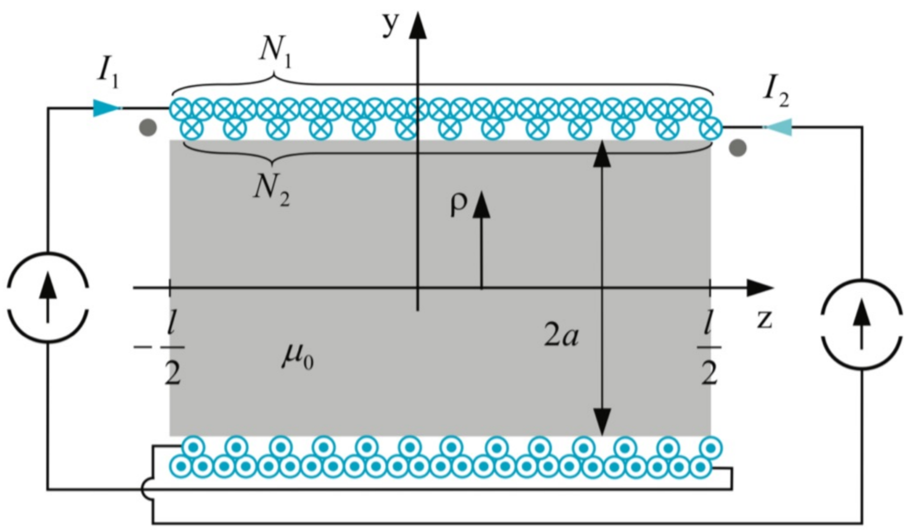
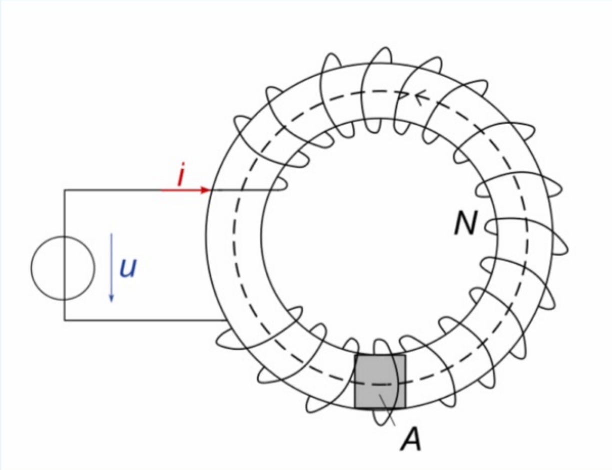


Abbildung 1: Zylinderförmiger Übertrager

1. Geben Sie den magnetischen Widerstand R_m des Innenraums an.
2. Bestimmen Sie die Selbstinduktivitäten L_{11} und L_{22}.
3. Bestimmen Sie die Gegeninduktivität M und das Übersetzungsverhältnis $ü$ des streufreien Übertragers.
4. Welche Energie W_m ist in der Anordnung gespeichert?

Der in Bild a) dargestellte Ringkern aus Eisen hat einen Querschnitt von $A = 400\mathrm{mm}^2$ und einen mittleren Umfang von $l = 290\mathrm{mm}$. Auf den Kern soll eine Spule aufgebracht und diese an eine sinusförmige Spannung von $\hat{u} = \sqrt{2} \cdot 49.5\mathrm{V}$ (mit der Frequenz $f = 50.0\mathrm{Hz}$) gelegt werden. Dabei soll die im Eisenkern auftretende magnetische Flussdichte – zur Vermeidung einer magnetischen Sättigung – einen Scheitelwert von $\hat{B} = 1.23\mathrm{T}$ nicht überschreiten. Die Permeabilitätszahl des Eisens kann als $\mu_r = 3000$ angenommen werden. Der Wirkwiderstand der Spule sei vernachlässigbar klein.



Frage-Tests und eingesetzte Varianten

Welche Windungszahl N darf die Spule maximal haben um nicht zu saturieren?

$N =$ 453

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:

453

Welcher Strom $\hat{i}$ fliesst bei dieser Windungszahl im Kreis?

$\hat{i} =$ 0.209 A

Ihre letzte Antwort wurde folgendermaßen interpretiert:

$0.209\,\mathrm{A}$

In Ihrer Antwort wurden die folgenden Einheiten gefunden: $[\mathrm{A}]$

Aus dem Induktionsgesetz wissen wir:

$u(t) = -N\frac{\mathrm{d}\Phi_A(t)}{\mathrm{d}t}$

Da wir wissen, dass alle Grössen sinusförmig sind, und der Scheitelwert des Flusses maximal $\hat{\Phi}_A \leq \hat{B} \cdot A$ sein darf, können wir schreiben:

$\Phi_A(t) = \hat{\Phi}_A \cos(\omega t) \leq \hat{B} \cdot A \cos(\omega t)$

Daraus folgt mit obiger Gleichung

$u(t) = \hat{u} \cdot \sin(\omega t) \leq N \cdot \hat{B} \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t)$

$\hat{u} \leq N \cdot \hat{B} \cdot A \cdot \omega$

Mit $\omega = 2\pi f$ folgt:

$N \geq \frac{\hat{u}}{2\pi f \hat{B} A} = \frac{\sqrt{2} \cdot 49.5\,\mathrm{V}}{2 \cdot \pi \cdot 50.0\,\mathrm{Hz} \cdot 400\,\mathrm{mm}^2 \cdot 1.23\,\mathrm{T}} \approx 452.9$

Durch aufrunden auf die nächstgrösste Zahl erhalten wir:

$N = 453$

✓ Richtige Antwort, gut gemacht!

Bei der berechneten Windungszahl von $N = 453$ besitzt die Spule die Induktivität

$L = \frac{N^2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot A}{l} = \frac{453^2 \cdot \mu_0 \cdot 3000 \cdot 400\,\mathrm{mm}^2}{290\,\mathrm{mm}} \approx 1.07\,\mathrm{H}$

Für den Strom gilt:

$u(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$

$i(t) = -\hat{i}\cos(\omega t) = -\frac{\hat{u}}{\omega L}\cos(\omega t) = \int \frac{u(t)}{L}\,\mathrm{d}t$

$\hat{i} = \frac{\hat{u}}{2\pi f \cdot L} \approx 0.209\,\mathrm{A}$

Die aus einem Material der Permeabilitätszahl μ_r bestehenden vier gleichen Ringkerne mit rechteckigem Querschnitt werden von einem sinusförmigen Strom $i_1(t)$ durchflossen. Jeweils zwei Kerne sind durch widerstandslose Kurzschlussschleifen verbunden, in denen sich die Ströme $i_2(t)$ und $i_3(t)$ einstellen. Nun soll das Klemmenverhalten dieses Bauelements untersucht werden.

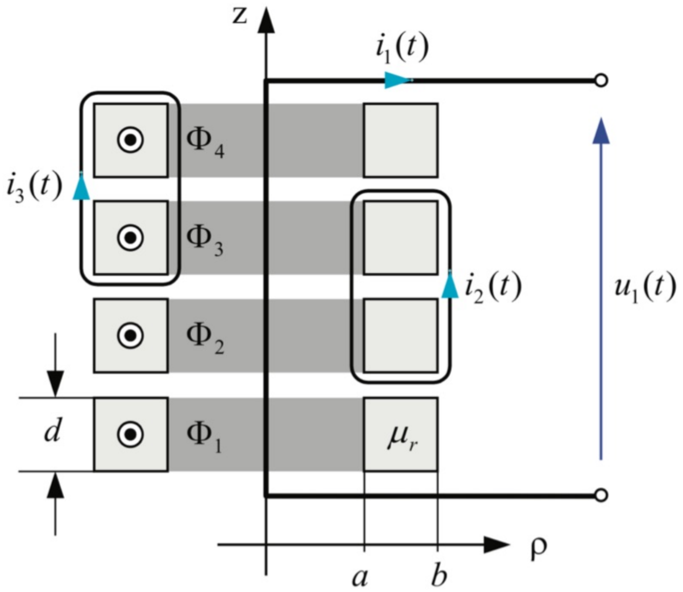


Abbildung 1: Induktivität aus vier Ringkernen

1. Bestimmen Sie die magnetischen Flüsse $\Phi_1(t)$, $\Phi_2(t)$, $\Phi_3(t)$ und $\Phi_4(t)$ in Abhängigkeit der Ströme, der Geometrie- und der Materialdaten.
2. Wenden Sie das Induktionsgesetz auf die beiden Kurzschlussschleifen an und berechnen Sie $i_2(t)$ und $i_3(t)$ in Abhängigkeit von $i_1(t)$.
3. Berechnen Sie die Induktivität L_0 der Anordnung.
4. Welche Induktivität L besitzt die Anordnung nach dem Entfernen der beiden Kurzschlussschleifen?