

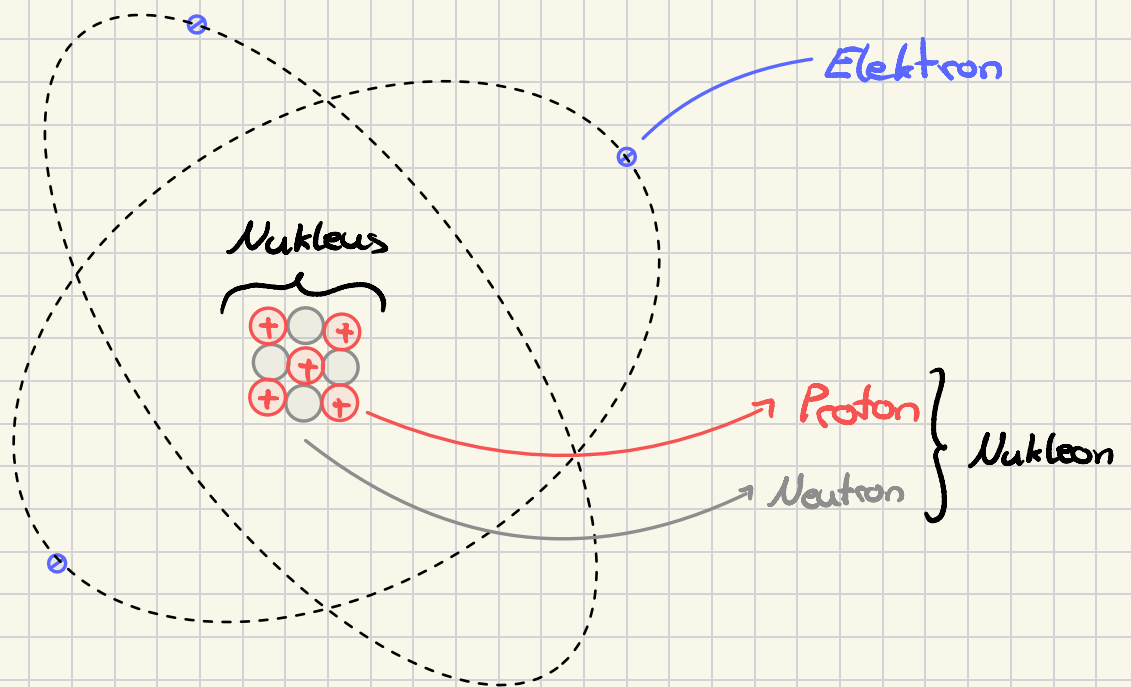
2. Übung

Rares Sahleanu

rsahleanu@ethz.ch



1.1 Die elektrische Ladung



- Die **Elementarladung** beträgt $1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ A}\cdot\text{s}$
 1. **Elektronen** haben die Ladung **$-e$**
 2. **Protonen** haben die Ladung **$+e$**
- Ladungen gleichen Vorzeichens **stoßen sich ab**
Ladungen ungleichen Vorzeichen **ziehen sich an**

1.2 Das Coulomb'sche Gesetz

Durch Messungen von Coulomb:

$$|F| \sim \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \left\{ \begin{array}{l} \text{I } |F| \text{ ist proportional zum Produkt der Ladungen} \\ \text{II } |F| \text{ ist umgekehrt proportional zum "Abstandsquadrat"} \end{array} \right.$$

Kraft unabhängig
von der Wahl
des Verursachers / Targets

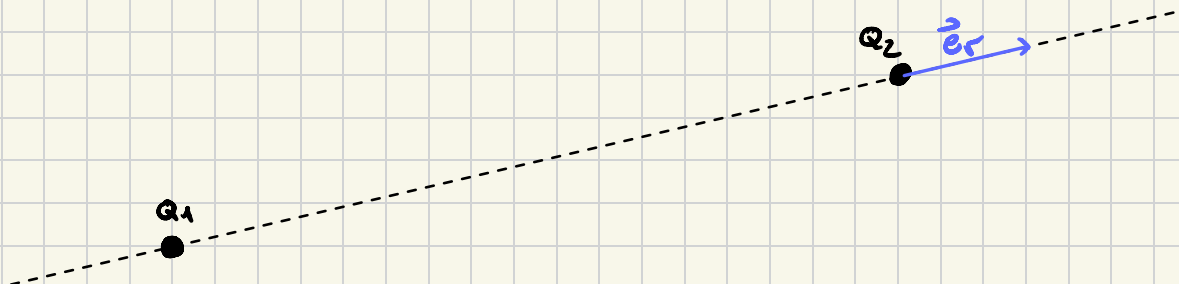
$$\vec{F} = \vec{e}_r \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Definition der Richtung "Von dem Verursacher weg"

Proportionalitätskonstante

Dielektrizitätskonstante

gemessene Beziehung



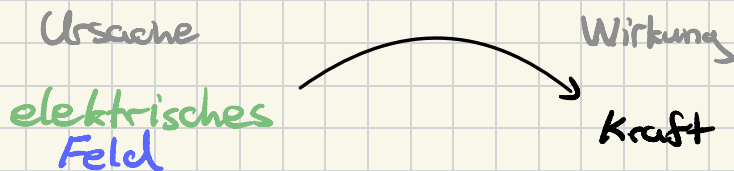
1.3 Die Feldstärke

Ziel ist es die vom **Verursacher** verursachte **Wirkung** zu beschreiben



Die Idee des **Feldes** schafft Abhilfe

⇒ **Raum** wird selber zum **Träger** einer **Wirkung**



$$\vec{E} = \underbrace{\vec{e}_r}_{\text{Richtungsvektor}} \cdot \frac{\underbrace{Q_1}_{\text{Ladung des Verursachers}}}{\underbrace{4\pi\epsilon_0 r^2}_{\text{Proportionalitätskonstante}}} \quad \vec{F}_2 = \vec{E} Q_2$$

- Das elektrische Feld ist die Gesamtheit der Vektoren
- Die **Feldstärke** $\vec{E}$ ist der **wirkende** **Raumzustand**

Merkregel:

Das **elektrische Feld** zeigt in die **selbe** Richtung wie die auf eine **positive** Ladung wirkende **Kraft**
"von Plus nach Minus"

1.4 Überlagerung von Feldern

Wirken **gleichzeitig** **mehrere** elektrische Felder, so werden ihre **Teilwirkungen** addiert

Tipp: oftmals vereinfacht sich die **Rechnung** wenn man **vektoriell** rechnet

1.6 Ladungsdichten

Linienladungsdichte

$$\lambda(P) = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta l} = \frac{\partial Q}{\partial l}$$

$$Q = \int_l \lambda dl$$

Flächenladungsdichte

$$\sigma(P) = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta A} = \frac{\partial Q}{\partial A}$$

$$Q = \iint_A \sigma dA$$

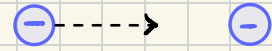
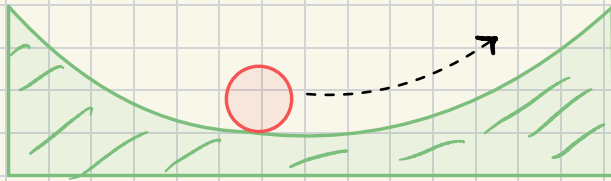
Volumenladungsdichte

$$\rho(P) = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta V} = \frac{\partial Q}{\partial V}$$

$$Q = \iiint_V \rho dV$$

1.8 Das elektrostatische Potential

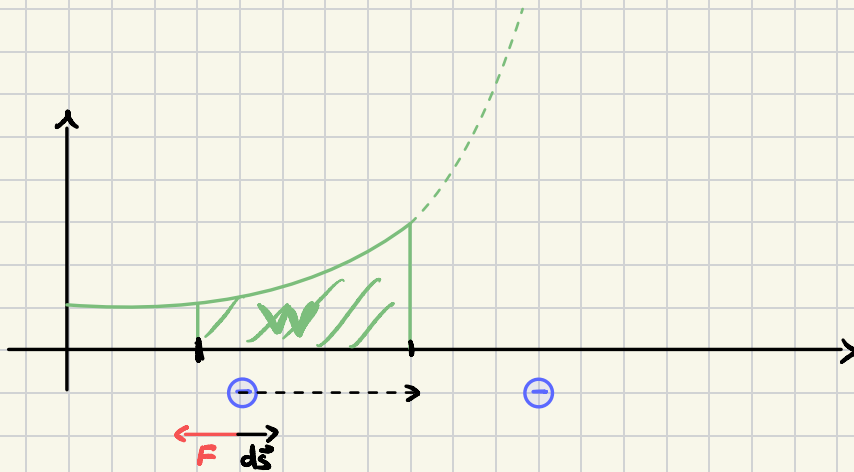
Analogie:



Potentiell $\hat{=}$ "möglich, eventuell"

$\Rightarrow$ **Energie** ist in der **Lage** gespeichert und damit "potentiell" abrufbar

anzubringende Arbeit $W_e = - \int_{P_0}^{P_1} \vec{F} \cdot d\vec{s} = -Q \int_{P_0}^{P_1} \vec{E} d\vec{s}$



Außerdem gilt die **Wegunabhängigkeit** des **elektrischen Feldes**

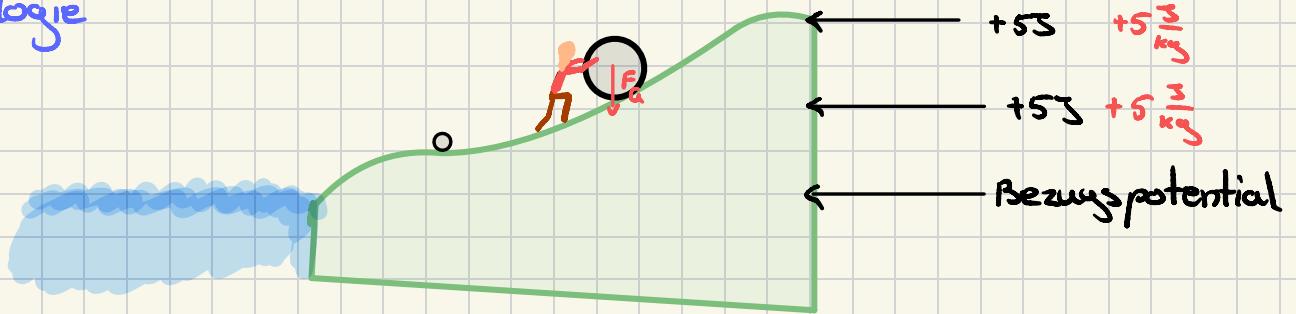
$$\oint_C \vec{E} d\vec{s} = 0 \hat{=} \text{"wirbelfreies Quellenfeld"}$$

Bezugspunkt zum
energetischen Vergleichen

! Legt man ein gemeinsames
das **Potential** definieren.

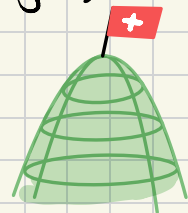
Bezugspotential fest so lässt sich

Analogie



$$\varphi_e(P_1) = - \int_{P_0}^{P_1} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

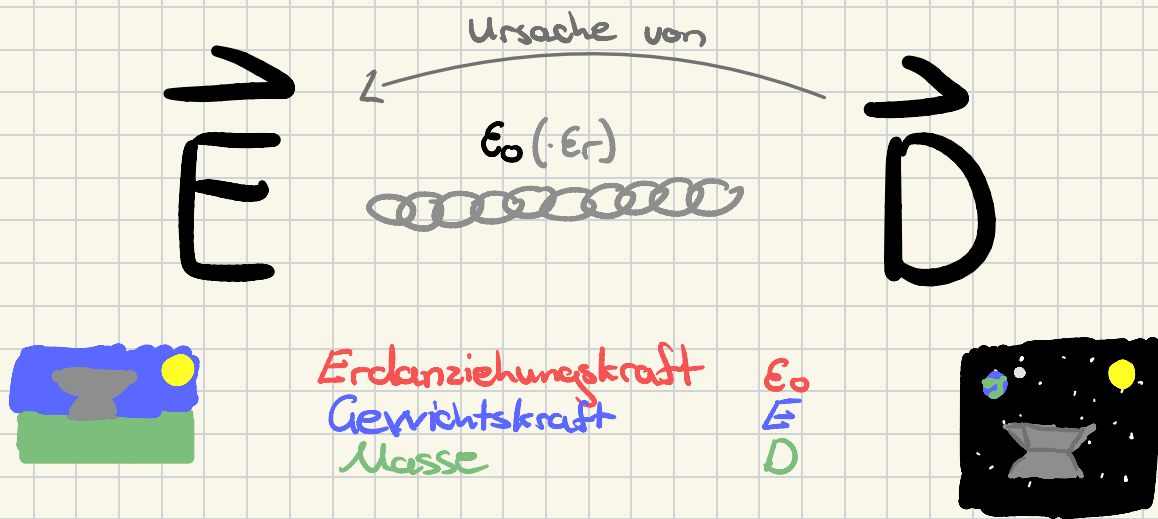
Äquipotentiallinien sind Linien (auch **Flächen** möglich) die auf dem
selben **Potential** sind



⇒ Da sich das Potential nicht ändert bringt man bei Bewegung
entlang der ÄpF keine Kraft auf

elektrische Spannung $U = \Delta \varphi$ aber **NUR** bei gleichem
Bezugspunkt

1.10 Die elektrische Flussdichte

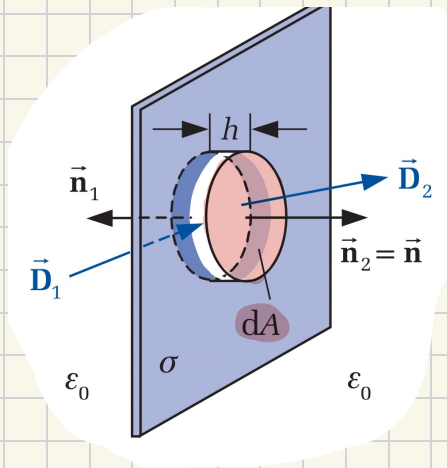


Flussdichte $\hat{=}$ Ladung pro Fläche

Fluss "Psi" $\Psi = \oint \vec{D} d\vec{A} =$ eingeschlossene Ladung

1.11 Verhalten der Feldgrößen an Flächenladungen

⇒ "Gedankenexperiment" D_1 und D_2 zunächst unbekannt

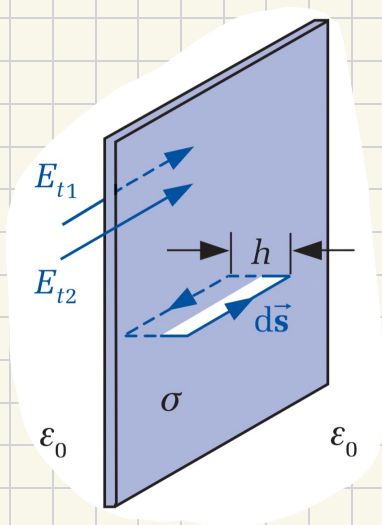


⇒ Ansatz: $\oint \vec{D} d\vec{l} = Q$

↳ $\underbrace{\vec{D}_1 d\vec{l}}_{\text{parallel}} + \underbrace{\vec{D}_2 d\vec{l}}_{\text{gleich}} = \sigma dA$

↳ $\vec{D}_{1n} + \vec{D}_{2n} = \sigma$

↳ $\epsilon_0 \vec{E}_{1n} + \epsilon_0 \vec{E}_{2n} = \sigma$



⇒ Ansatz $\oint \vec{E} d\vec{s} = 0$

↳ $\vec{E}_1 d\vec{s} - \vec{E}_2 d\vec{s} = 0$

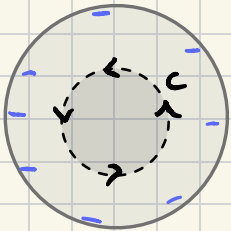
↳ $\vec{E}_{1t} = \vec{E}_{2t}$

↳ $\vec{D}_{1t} = \vec{D}_{2t}$

1.12 Feldstärke an leitenden Oberflächen

I In Leitern können sich Ladungsträger frei bewegen

* $\Rightarrow$ In Ladungsträgern herrscht kein E-Feld
 $\Rightarrow$ Äquipotentialkörper

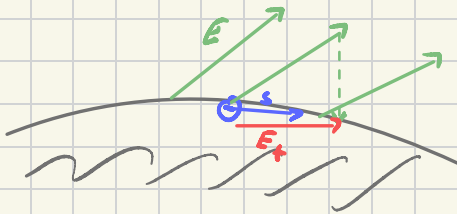


Ansatz: $\oint \vec{D} d\vec{A} = Q$



*₁ $\Rightarrow \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{D} = 0 \Rightarrow Q = 0$

$\Rightarrow$ Ladungsträger sammeln sich an der Oberfläche (Mur!)



Gedankenexperiment: Man bewegt ein Teilchen am Rand eines Leiters und Annahme: Feldlinien verlaufen nicht parallel zur Oberfläche

$W = E \cdot ds \neq 0$ ∇I

Aufgabe 1

Beispiel 1.2: Feldberechnung

Im zylindrischen Koordinatensystem (ρ, φ, z) ist der gesamte Bereich $\rho \leq a$ und $-\infty < z < \infty$ mit einer Raumladung der Dichte ρ_0 ausgefüllt. Von dem unendlich langen Zylinder ist in der ►Abb. 1.15 nur ein Ausschnitt der Länge l dargestellt.

1. Wie groß ist die Gesamtladung Q in einem Abschnitt der Länge l ?
2. Welchen Wert nimmt die elektrische Flussdichte $\vec{D}$ in einem beliebigen Punkt des Raumes an?

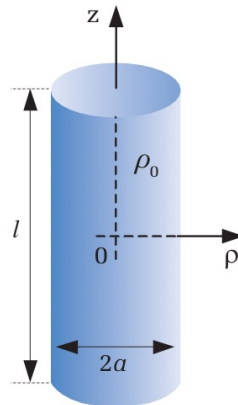


Abbildung 1.15: Raumladungsverteilung

Aufgabe 2

Beispiel 1.3: Zwei parallel angeordnete homogene Flächenladungen der Dichten $\pm\sigma$

In den Ebenen $y_1 = \text{const}$ und $y_2 = \text{const}$ befinden sich homogene Flächenladungsverteilungen $\pm\sigma$, die zur Vereinfachung in x- und in z-Richtung als unendlich ausgedehnt angenommen werden sollen. Unter der Voraussetzung, dass sich die Anordnung in Luft befindet, sind im allgemeinen Raumpunkt die elektrische Flussdichte und die elektrische Feldstärke zu bestimmen.

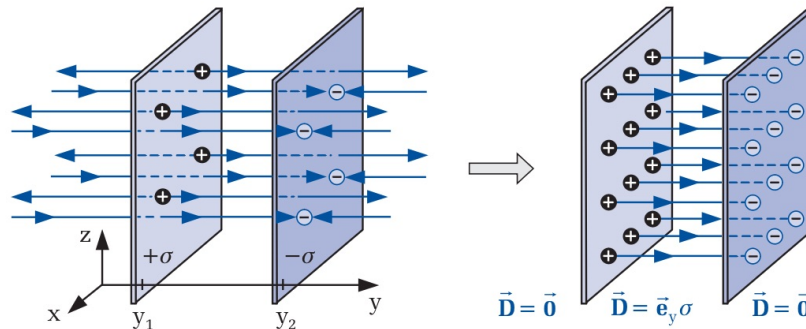


Abbildung 1.18: Zwei parallel angeordnete, unendlich ausgedehnte homogene Flächenladungsverteilungen