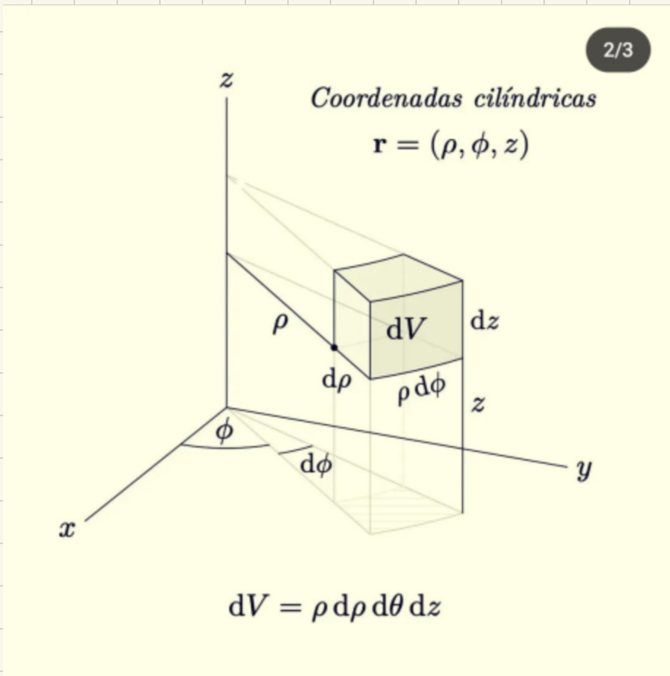
5. Übung

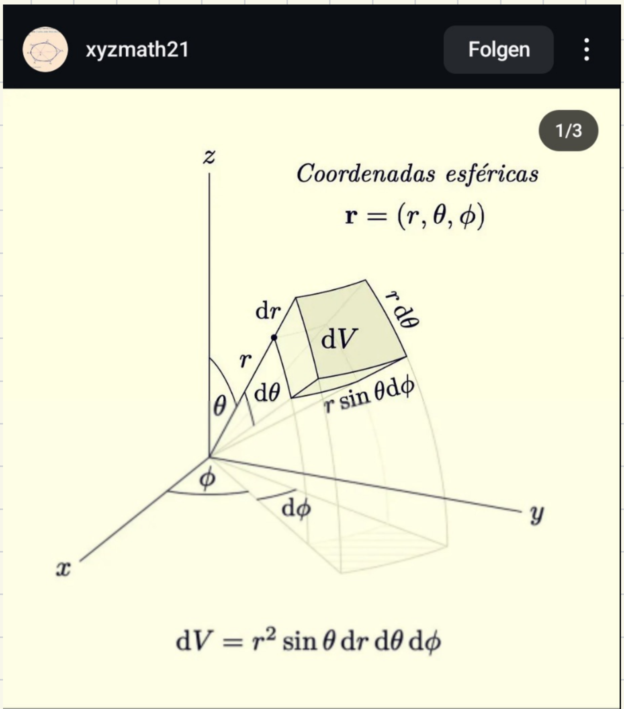
Rares Sahleanu

Email rsahleanu@ethz.ch

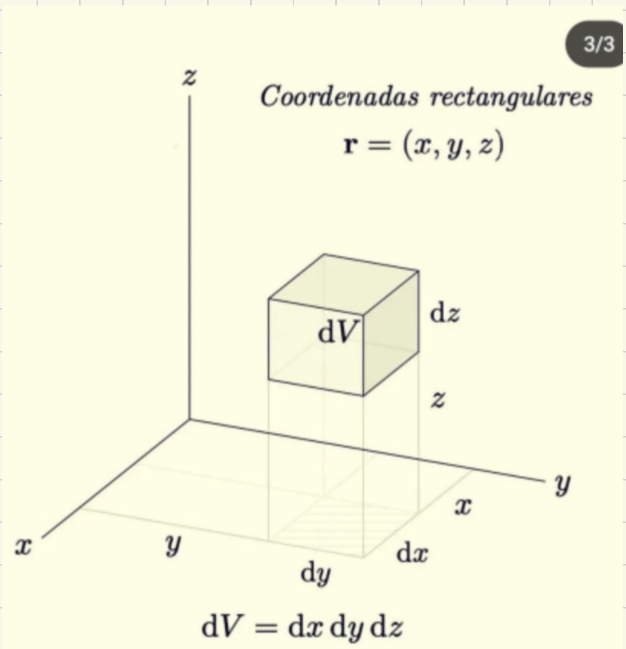
Discord raresbares



$$dV = \rho \, d\rho \, d\varphi \, dz$$



$$dV = r^2 \sin(\vartheta) \, dr \, d\vartheta \, d\varphi$$



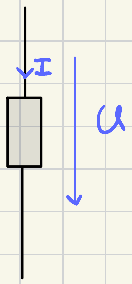
$$dV = dz \, dy \, dx$$

3.1 – 3.3 Zählpfeilsysteme etc

Spannung und Strom sind skalare Größen

⇒ Man benötigt die Information auf welche Richtung man sich bezieht

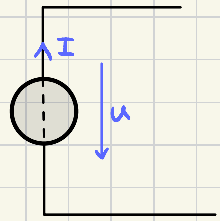
Verbraucher



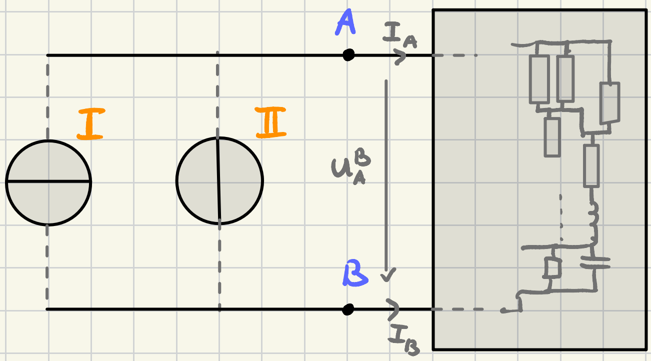
Beim Verbraucher zeigen Strom und Spannung in die selbe Richtung

Erzeuger Quellen

Beim Erzeuger zeigen Strom und Spannung in die entgegengesetzte Richtung



Quellenarten



Die Schaltungstopologie definiert

Das Klemmenverhalten:

$$U_A^B \xleftrightarrow{\text{frequenz}} I_{A/B}$$

I ideale Stromquelle

→ Strom ist IMMER konstant

→ Spannung kann natürlich variieren

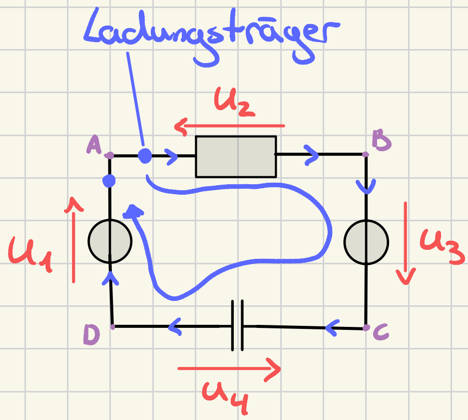
II ideale Spannungsquelle

→ Spannung ist IMMER konstant

→ Strom kann natürlich variieren

Kirchhoffgleichungen

① Spannungsgleichung



1. Endzustand ist gleich dem Anfangszustand
   Energieerhaltung $\Rightarrow \Delta W = 0$

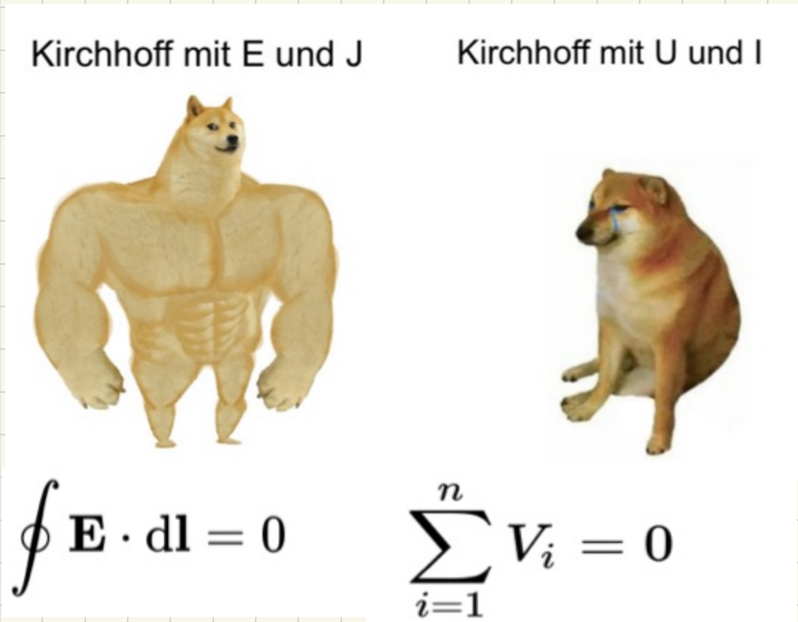
2. Jm Leiter gibt es keine Spannung

$$\Rightarrow \Delta W = Q\left(+U_2 - U_3 + U_4 - U_1\right)$$

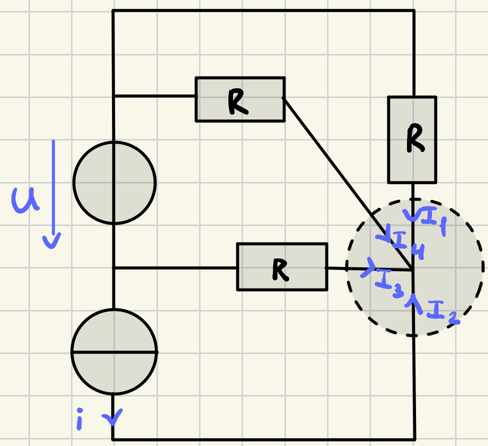
$$= Q\left(\int_A^B E_2\, ds - \int_B^C E_3\, ds - \int_C^D E_4\, ds - \int_D^A E_1\, ds\right)$$

$$= Q \oint E(s)\, ds \overset{!}{=} 0$$

$$\Rightarrow \oint E(s)\, ds = \sum_{\text{Masche}} U = 0$$



② Stromgleichung

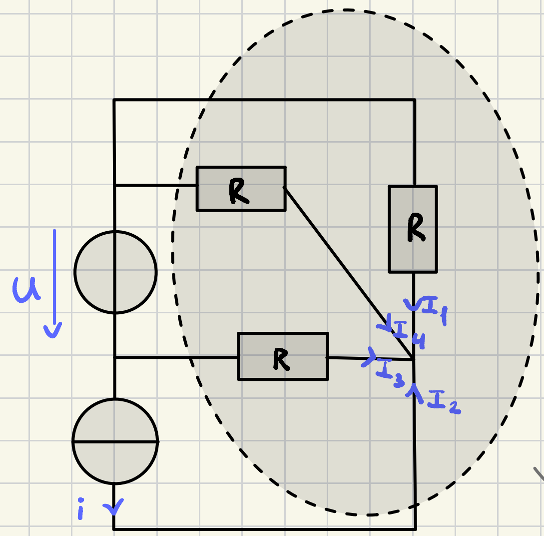


Ladungserhaltung

$\hookrightarrow \oiint_A \vec{j}\, d\vec{A} \overset{!}{=} 0$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 0$$

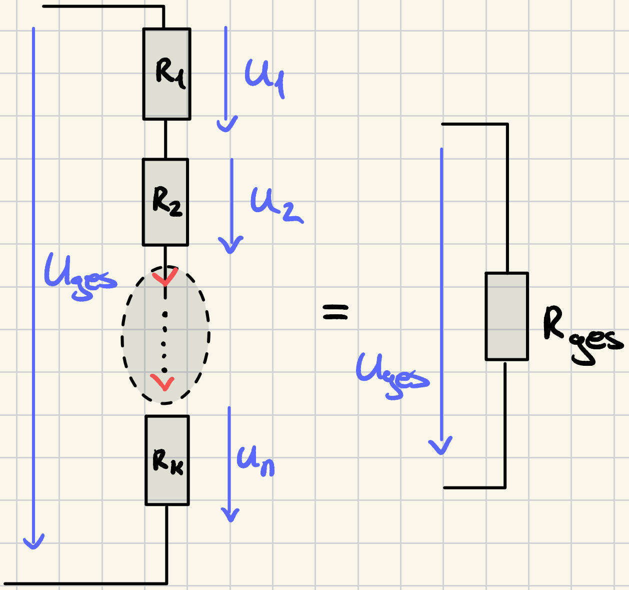
$$\sum_{\text{Knoten}} I_n = 0$$



Knoten sind im allgemeinen "nur" Hüllflächen über einer beliebigen Anzahl von Komponenten

Das ist auch ein Knoten

3.5 Einfache Widerstandsnetzwerke



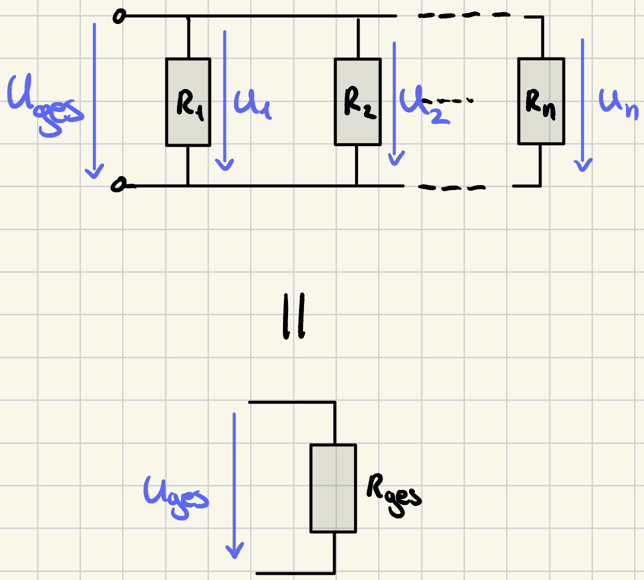
Maschenumlauf:

I $\quad U_{ges} = \sum U_k$

Knotengleichung:

II $\quad I = I_1 = I_2 = I_3 = \ldots$

$$\Rightarrow \boxed{R_{ges}} = \frac{U_{ges}}{I} = \frac{\sum U_k}{I} = \boxed{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 \ldots R_n}$$



Maschenumlauf:

I $\quad U_{ges} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4$

Knotengleichung:

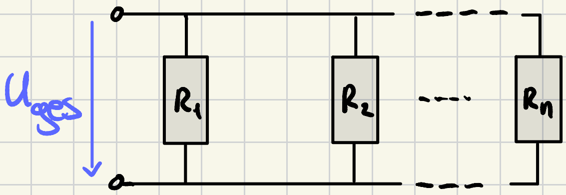
II $\quad I = I_1 + I_2 + I_3 \ldots$

$$\boxed{\frac{1}{R_{ges}}} = \frac{I}{U_{ges}} = \boxed{\sum \frac{1}{R_k}}$$

* Die Leitwerte verhalten sich umgekehrt

Trick für die Klausur — parallele Widerstände

Widerstand R

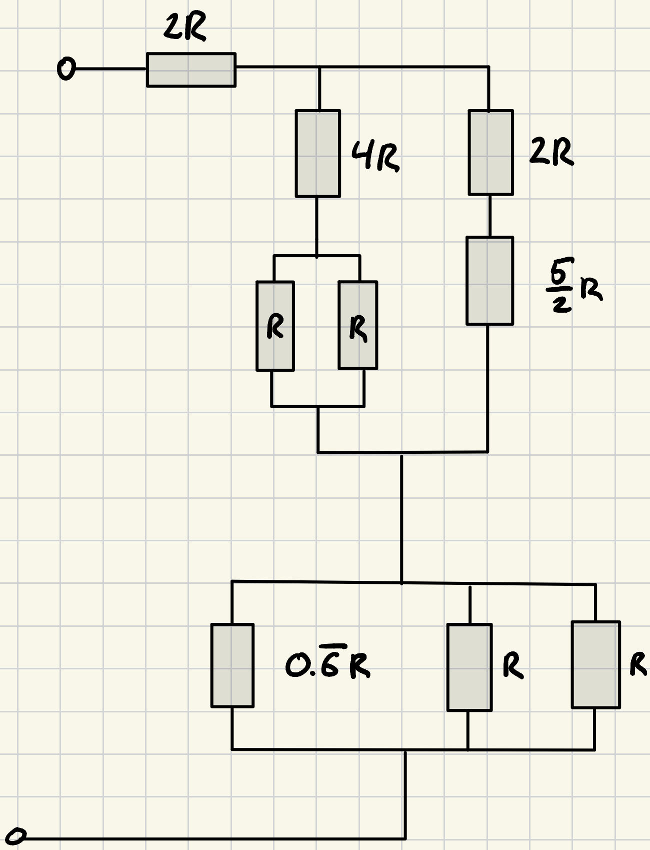


n	R_{ges}
1	1
2	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{3}$

$$R_{ges} = \frac{R}{n}$$

$\Rightarrow$ Oft kommen in einer Aufgabe Vielfache eines Widerstandes vor.

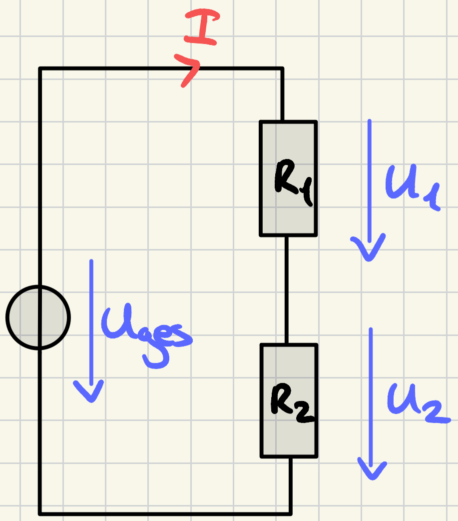
Beispiel:



$\hat{=}$ Parallelschaltung von 7x 2R Widerständen $= \frac{2}{7}R$

Funfact: $\frac{1}{7} = 0.\overline{142857}$

Strom- & Spannungsteiler

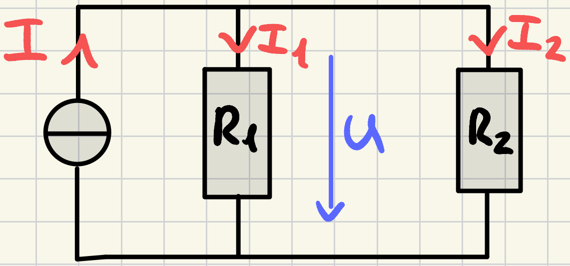


$$\text{I} \quad U_{ges} = U_1 + U_2$$

$$= I \cdot (R_1 + R_2)$$

$$\text{II} \quad U_{R2} = I \, R_2$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{U_{R2}}{U_{ges}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$



$$\text{I} \quad I = I_1 + I_2$$

$$= U \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\text{II} \quad I_1 = U \, \frac{1}{R_1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

Beispiel 3.6: Zahlenbeispiel

Mit einem Ampèremeter mit Innenwiderstand $R_A = 1\ \Omega$ und einem Voltmeter mit Innenwiderstand $R_V = 50\ \mathrm{k\Omega}$ soll der Nennwert eines Widerstandes von $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$ nachgemessen werden. In beiden Messschaltungen soll eine Spannungsquelle mit 100 V verwendet werden.

Welche Strom- und Spannungswerte werden gemessen und welche Abweichungen ergeben sich, wenn der Widerstandswert direkt aus den Messwerten bestimmt wird?

Lösung:

Die Messschaltung 3.25 liefert

$$I_A = \frac{100\,\mathrm{V}}{R_A + \left(R \| R_V\right)} = 0{,}1019\,\mathrm{A} \quad \text{und} \quad U_V = I_A \cdot \left(R \| R_V\right) = 99{,}898\,\mathrm{V}\,. \tag{3.33}$$

Der direkt berechnete Widerstand

$$R = \frac{U_V}{I_A} = 980{,}39\,\Omega \tag{3.34}$$

ist um 1,96 % zu klein.

Die Messschaltung 3.26 liefert

$$I_R = I_A = \frac{100\,\mathrm{V}}{R_A + R} = 0{,}0999\,\mathrm{A} \quad \text{und} \quad U_V = 100\,\mathrm{V} \tag{3.35}$$

und für den direkt aus den Messwerten berechneten Widerstandswert

$$R = \frac{U_V}{I_A} = 1001{,}0\,\Omega \tag{3.36}$$

einen um 0,1 % zu großen Wert.

Aus dem Beispiel können wir zwei Erkenntnisse ziehen:

- Die Fehler sind relativ gering, d.h. die direkte Berechnung von R aus den Messwerten ist in der Regel hinreichend genau.
- Die zweite Messschaltung erreicht bei dem Zahlenbeispiel eine wesentlich größere Genauigkeit. Der Fehler entsteht bei der Spannungsmessung infolge des Widerstandes R_A. Die hohe Genauigkeit ist also eine unmittelbare Folge des kleinen Verhältnisses $R_A/R = 1/1000$. Die Schaltung 3.26 wird daher vorzugsweise zur Messung großer Widerstände eingesetzt, wobei der Wert R_A gegenüber R vernachlässigt werden kann. Umgekehrt eignet sich die Schaltung 3.25 besonders zur Messung kleiner Widerstände, da hier der parallel liegende große Wert R_V ebenfalls vernachlässigbar ist.

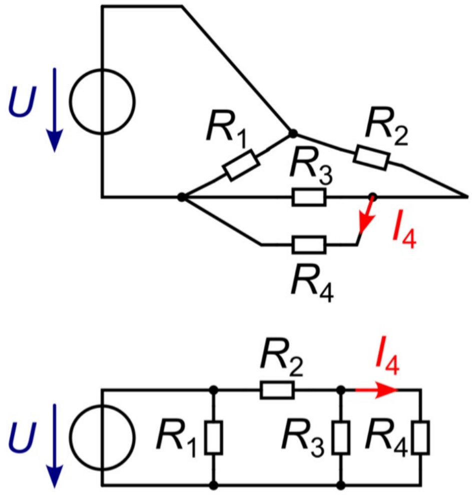


Figure 5.2: Netzwerkanalyse Beispiel plus äquivalentes, übersichtlicheres Netzwerk

R_1 für Lösung ignorieren.

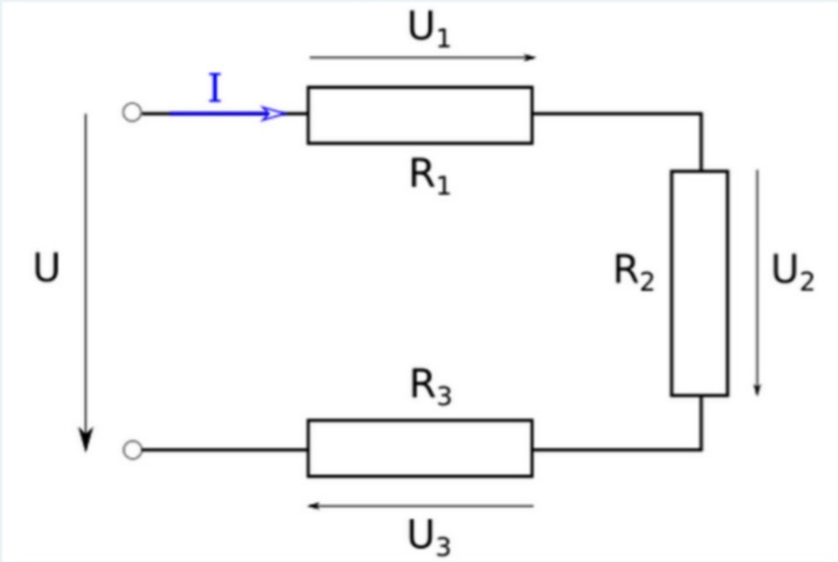
$$I_2 = \frac{U}{R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} \tag{5.1}$$

Stromteilerformel anwenden:

$$I_4 = I_2 \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} = \frac{U}{R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} \cdot \frac{R_3}{R_3 + R_4} \tag{5.2}$$

In einer Reihenschaltung dreier Widerstände $100\,\Omega$, $R_2 = 200\,\Omega$, $R_3 = 300\,\Omega$ wird eine Stromstärke $I_1 = 523\,\mathrm{mA}$ gemessen.

Es fehlen Tests oder Varianten.



Wie gross sind die Teilspannungen U_1, U_2, U_3 und die Gesamtspannung U?

Wie gross müsste Widerstand R_2 sein, wenn bei unverändert anliegender Spannung U die Stromstärke $I_2 = 250\,\mathrm{mA}$ betragen soll?

Die individuellen Spannungen über die Widerstande lassen sich mit folgender Formel berechen:

$U = R \cdot I$

Daraus folgt:

$U_1 = R_1 \cdot I_1 = 100\,\Omega \cdot 523\,\mathrm{mA} \approx 52.3\,\mathrm{V}$

✓ Richtige Antwort, gut gemacht!

$U_2 = R_2 \cdot I_1 = 200\,\Omega \cdot 523\,\mathrm{mA} \approx 105\,\mathrm{V}$

✓ Richtige Antwort, gut gemacht!

$U_3 = R_3 \cdot I_1 = 300\,\Omega \cdot 523\,\mathrm{mA} \approx 157\,\mathrm{V}$

✓ Richtige Antwort, gut gemacht!

$U = U_1 + U_2 + U_3 = I_1 \cdot (R_1 + R_2 + R_3) = 523\,\mathrm{mA} \cdot (100\,\Omega + 200\,\Omega + 300\,\Omega) \approx 314\,\mathrm{V}$

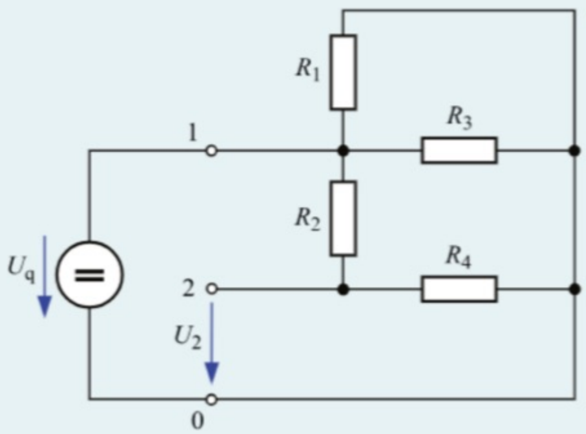
✓ Richtige Antwort, gut gemacht!

Zur berechnung des neuen Werts von R_2 bestimmt man den neuen Gesammtwiderstandswert und subtrahiert die Widerstände R_1 und R_3:

$R_2 = \frac{U}{I_2} - R_1 - R_3 \approx \frac{314\,\mathrm{V}}{250\,\mathrm{mA}} - 100\,\Omega - 300\,\Omega \approx 855\,\Omega$

✓ Richtige Antwort, gut gemacht!

Es fehlen Tests oder Varianten.



Gegeben ist das in der obigen Abbildung dargestellte Widerstandsnetzwerk mit den Widerständen R_1 bis R_4. Zwischen den Anschlussklemmen 1-0 wird eine Gleichspannungsquelle der Spannung $U_q = 54.8\,\mathrm{V}$ angeschlossen. Zwischen den Anschlussklemmen 2-0 wird eine Gleichspannung U_2 gemessen. Die vier Widerstände weisen die Werte $R_1 = 78.1\,\Omega$, $R_2 = 40.0\,\Omega$, $R_3 = 10.0\,\Omega$ und $R_4 = 68.4\,\Omega$ auf. Berechnen Sie den Wert der Spannung U_2.

$U_2 =$

Die Gleichspannungsquelle U_q wird nun durch ein Widerstandsmessgerät ersetzt. Welcher Gesamtwiderstand R_{10} wird zwischen den Klemmen 1-0 gemessen? Führen Sie geeignete Zusammenfassungen ein.

$R_{10} =$

Die Gleichspannungsquelle U_q wird jetzt durch einen Kurzschluss ersetzt. Welcher Gesamtwiderstand R_{20} wird zwischen den Klemmen 2-0 gemessen?

$R_{30} =$

Ziehen Sie die korrekten Netzwerkelemente aus der nachfolgenden Anordnung auf die zugehörigen Positionen **(1)**, **(2)** und **(3)** in der anschließenden Abbildung, um das umgezeichnete, **aber zum Netzwerk in der Aufgabenstellung äquivalente** Netzwerk zu vervollständigen.