9. Übung

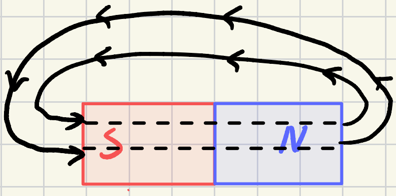
Rares Sahleanu

Email rsahleanu@ethz.ch

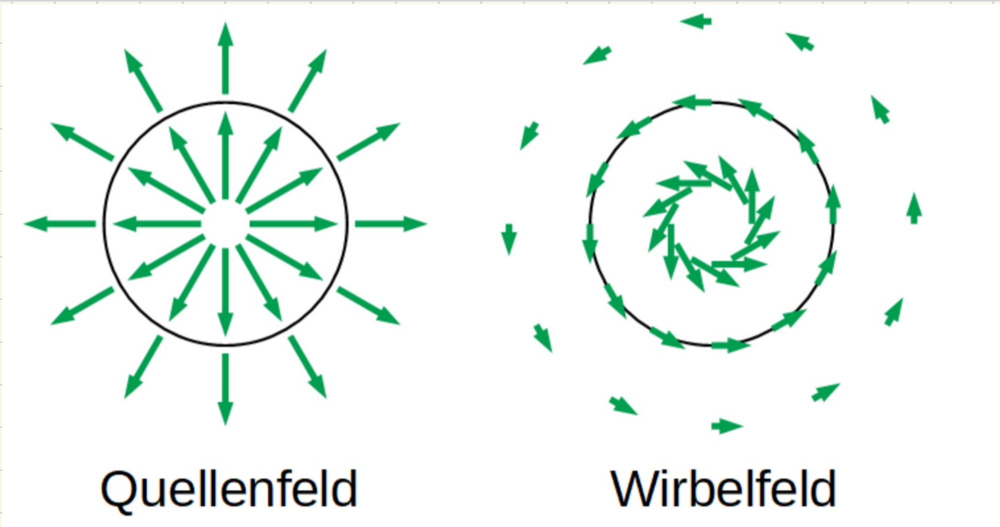
Discord raresbares

5.1 Basics - Magnetismus

1. Ungleichnamige Pole ziehen sich an (und umgekehrt)
2. Es gibt keine magnetischen Einzelladungen *
3. "magnetische Einheiten" fließen nicht



"Quellenfreies Wirbelfeld"

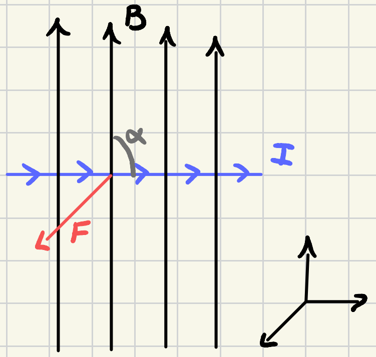


Wirbelfrei

Quellenfrei

5.2 Kraft auf stromdurchflossene Leiter

Auf einen stromdurchflossenen Leiter wirkt in einem Magnetfeld eine Kraft.

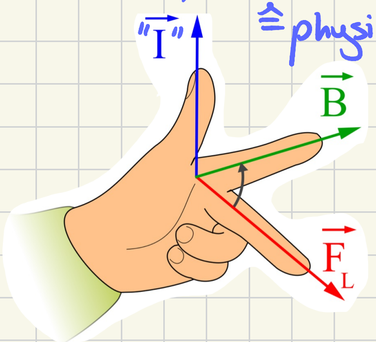


Es gilt:

Strom Drahtlänge

⭐ $|\vec{F}| = B\, I\, s\, \sin(\alpha)$

Kraft magnetische Flussdichte!

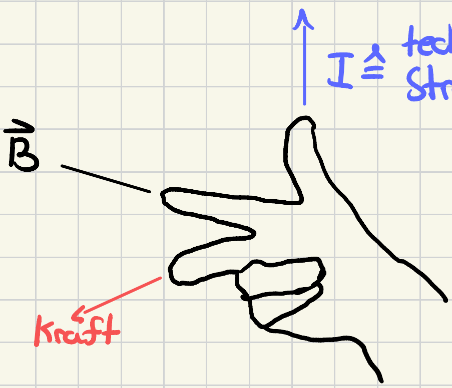


Fluss der Elektronen
≙ physikalische Stromrichtung

Vektoriell gilt mithilfe des Kreuzproduktes

⭐ $\vec{F} = I \; \vec{s} \times \vec{B}$

I ist eine skalare Größe
$\vec{s}$ aber nicht



I ≙ technische Stromrichtung

Integral über Leiter

Allgemein gilt: ⭐ $\vec{F} = I \int_A^B d\vec{r} \times \vec{B}(\vec{r})$

Gesamtkraft Flussdichte bei $\vec{r}$

Einschub: Kraft auf einzelne Ladung

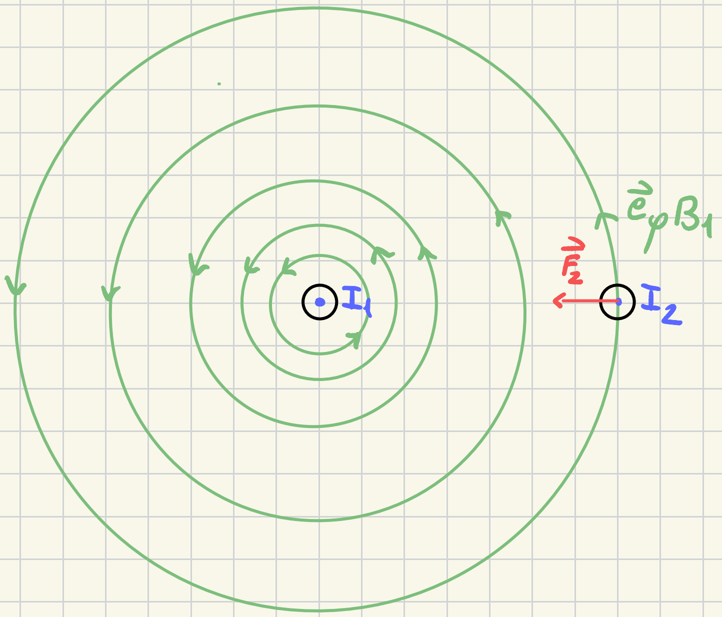
$$I \cdot \vec{s} = I \cdot t \cdot \vec{v} = Q\vec{v}$$

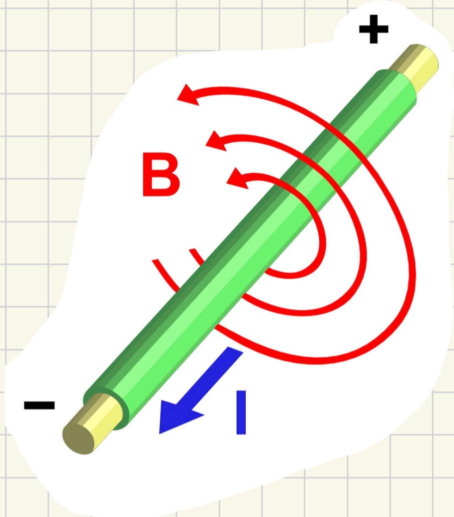
Kraft von einem Magnetischen Feld

$$\Rightarrow \quad \vec{F} = Q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Kraft von einem elektrischen Feld

5.4. Definition der Stromstärke





$$\mathrm{I} \qquad \vec{F}_2 = I_2 \int_0^l \vec{e}_z \, dz \times \vec{e}_\varphi \vec{B}_1 = -e_\rho I_2 B_1 l$$

$B_1(I_1)$ wurde experimentell gemessen (1820):

$$\mathrm{II} \qquad B_1 \sim \frac{I_1}{\rho} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\rho}$$

μ_0 = "magnetische Feldkonstante"
$2\pi\rho \mathrel{\hat{\approx}}$ "Stromdichte"

$$\mathrm{I} \text{ in } \mathrm{II} \rightarrow \frac{F_2}{l} = -\vec{e}_\rho \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{\rho} \mathrel{\hat{=}} \text{"Kraft pro Längeneinheit"}$$

Funfact: μ_0 ist eine der wenigen Naturkonstanten die fest definiert sind:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} = \frac{1}{c^2 \varepsilon_0}$$

Klausur-trick

gleichgerichtete Ströme ziehen sich an
engegengerichtete Ströme stoßen sich ab

5.5 Die magnetische Flussdichte und Analogie zum elektrischen Feld

⭐ "magnetische Flussdichte" $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ [T "Tesla"]

Die mag. Feldstärke ist die Ursache und die mag. Flussdichte ist die Wirkung welche die Kraft bezweckt

Feld — "proportionaler Strom"

mag. Feld

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$F \sim I \cdot B$$

"proportionale Ladung" — Feld

elektrisches Feld

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$$

$$F \sim Q E$$

Analogie:

$\frac{1}{\varepsilon_0} / \mu_0$ $\hat{=}$ "Wieviel Feld resultiert aus 1A/1C"

Anziehungskraft μ / ε_0

Gewicht E / B

Masse D / H

5.6 Das Oersted'sche Gesetz

Reminder:

$$\oint \vec{D} = \varepsilon_0 \oint \vec{E}\, d\vec{s} = 0$$

Beim elektrischen Feld ist das geschlossene Wegintegral über der Feldstärke $\overset{!}{=} 0$

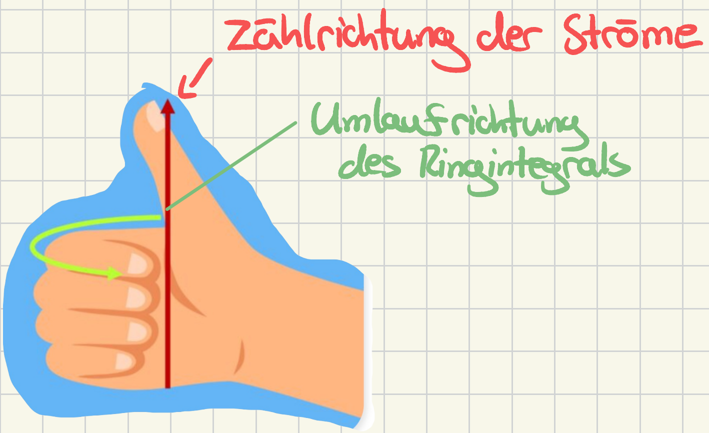
Das ist eine Konsequenz daraus, dass das E-Feld konservativ ist

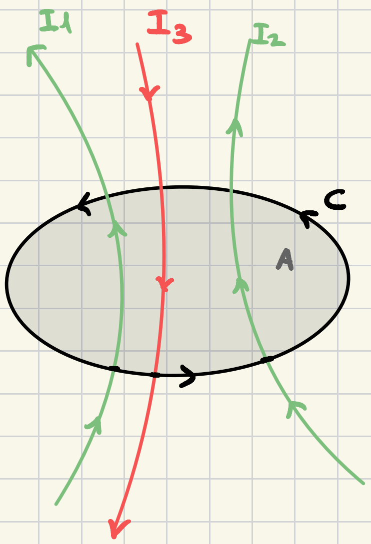
---

Im magnetischen Feld verschwindet aufgrund der Wirbel das Äquivalentintegral nicht, sonder ergibt die Durchflutung

$$\oint_C \vec{H}\, d\vec{s} = \Sigma I$$

$\Rightarrow$ der Stromsumme in positiver Zählrichtung $= \iint_A \vec{J}\, d\vec{A}$





$$\Rightarrow \quad \oint_C \vec{H}\, d\vec{s} = I_1 + I_2 - I_3$$

Funfact: $\Theta = \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I + \frac{\partial \varphi}{\partial t}$

5.8/5.9 Magnetische Spannung & Magnetischer Fluss

Die magnetische Spannung ist definiert als:

$$V_m = \int_{P_1}^{P_2} \vec{H} \cdot d\vec{s} \qquad ! \; [A]$$

Der Magnetische Fluss ist definiert als:

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A} \qquad \text{"Wieviel Magnet?"}$$

Reminder:

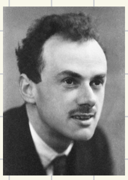
$$\oint\!\!\oint \vec{D}\, d\vec{A} = Q \qquad \text{"eingeschlossene Ladung"}$$

Aber: "magnetische Ladungen" treten nie einzeln auf, also:

$$\oint\!\!\oint \vec{B}\, d\vec{A} = \text{"}Q_M + (-Q_M)\text{"} \overset{!}{=} 0$$

Exkurs: Gibt es magnetische Monopole?

1. Symmetrie der Maxwellgleichungen lässt mag. Monopole als elektrostatisches Äquivalent zu
2. "Paul Dirac" postulierte 1931 magnetische Monopole

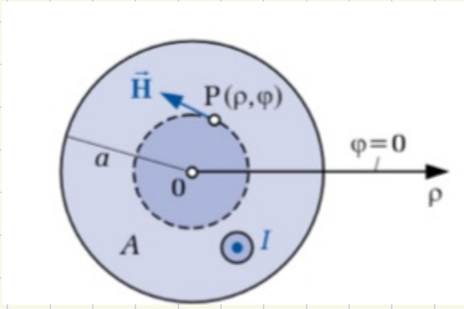


   mag. Monopole ⇒ Quantitisierung von Ladung ("⇐"?)
3. Quantenfeldtheorie: In Georgi-Glashow-Modellen können magnetische Monopole stabile Feldstrukturen erzeugen

Zusammenfassung

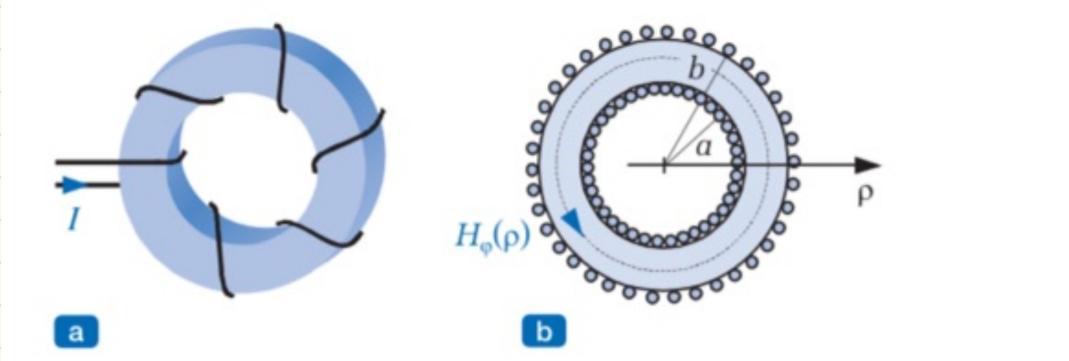
Kraft auf stromdurchflossenen Leiter	$\vec{F} = I \; \vec{s} \times \vec{B}$ oder $\lvert F \rvert = l \cdot I \cdot B \cdot \sin(\alpha)$
Kraft auf Ladung	$\vec{F} = (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \cdot Q$
Flussdichte eines Drahtes	$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\rho}$
Flussdichte ⇔ Feldstärke	$B = \mu_0 H$
Ørsted-Gesetz	$\oint_C \vec{H} \, d\vec{s} = \sum I$
magnetische Spannung	$V_m = \int_{P_0}^{P_1} \vec{H} \, d\vec{s}$
Magnetische Fluss	$\phi = \iint_A \vec{B} \, d\vec{A}$
Fluss über geschlossene Fläche	$\phi_0 = \oiint \vec{B} \, d\vec{A} = 0$

Aufgabe 1



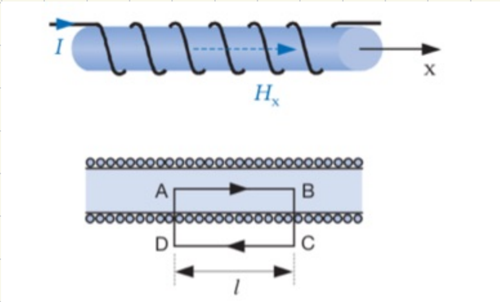
Lösung → siehe Buch

Aufgabe 2



Lösung → siehe Buch

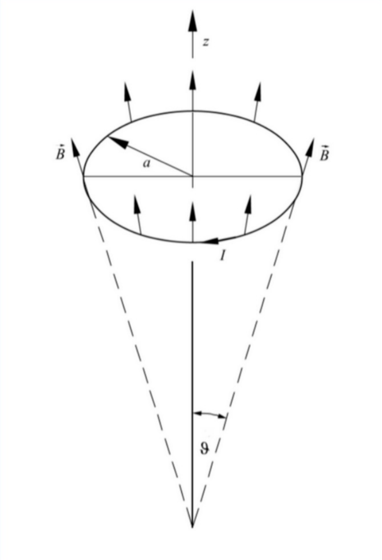
Aufgabe 3



Lösung → Siehe Buch

Aufgabe 4

Ein kreisförmiger Drahtring mit dem Radius $a = 20.0\,\mathrm{cm}$, durchflossen vom Strom $I = 7.98\,\mathrm{A}$ befinde sich in einem homogenen Magnetfeld $|\vec{B}| = 570\,\mathrm{mT}$. Dieses habe überall auf dem Ring zwar denselben Betrag, aber seine Richtung sei gegenüber der Normalen zur Ringebene um den Winkel $\vartheta = 700.0\,\mathrm{mrad}$ nach aussen geneigt. Dieser Fall kann typischerweise bei allen Spulen im Aussenraum gegeben sein. Frage-Tests und einge



Berechenen Sie die den Betrag der Kraft $|\vec{F}|$ die auf den Ring wirkt.

$|\vec{F}| =$ 3.68 N

Wir verwenden Zylinderkoordinaten, die Gleichung für die Kraft lässt sich hierbei als $d\vec{F} = I(d\vec{l} \times \vec{B_\varphi})$ schreiben. Weiter gilt $d\vec{l} = (0, -a d\varphi, 0)^T$ (der Strom fliesst im Ring entgegen der φ-Richtung) und $\vec{B} = (B sin(\vartheta), 0, B cos(\vartheta))^T$. Damit ist der lokale Beitrag der Kraft $d\vec{F} = -aBIcos(\vartheta)d\varphi\vec{e_r} + aBIsin(\vartheta)d\varphi\vec{e_z}$ mit den zwei Einheitsvektoren in r- bzw. z-Richtung. Die r-komponente ist radial nach innen gerichtet, d.h. es wirkt eine Kraft die den Drahtring zusammenzudrücken versucht. Die z-Komponente ist eine Kraft, die den Ring aus dem Magnetfeld herausdrücken will.

Die resultierende Kraft erhält man durch Integration des Kraftbetrages. Deis muss unter Berücksichtigung der Rechnenregeln für Vektoren erfolgen:

- Es können nur solche Vektoren addiert werden, die sich auf denselben Punkt beziehen.
- Vektoren müssen vektoriell addiert werden.

Die Kraftbeiträge $d\vec{F}$ werden gedanklich auf ihren Wirkungslinien bis zum gemeinsamen Schnittpunkt verschoben und dort vektoriell addiert. Die analytische Addition von Vektoren erfordert ihr Zerlegung in kartesische(!) Komponenten. Komponentenweise kann dann addiert (integriert) werden.

Die Addition ergibt hier nur eine z-Komponente, denn die r-Komponenten von auf dem Kreis gegenüberliegenden Punkten heben sich gegenseitig auf! (Das heisst nicht, dass die Kraft, die den Ring zusammenzudrücken versucht, nicht mehr vorhanden ist. Bei vollkommener Symmetrie des Ringes macht sich diese Kraft nach ausseh hin nur nicht bemerkbar) Wir erhalten dann $F = F_z = \int_0^{2\pi} aBIsin(\vartheta)d\varphi = aBIsin(\vartheta)\int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi aBIsin(\vartheta)$.