

Bode-Plot von Hand erstellen

Eine Schritt für Schritt Anleitung

Wir gehen davon aus, dass wir die **Übertragungsfunktion** $T(s)$, von welcher wir einen Bode-Plot erstellen möchten, bereits kennen. Wir verwenden im Folgenden die Variable s in der Übertragungsfunktion. Wurde die Übertragungsfunktion einer elektronischen Schaltung über das Impedanzenkalkül hergeleitet, kann man das dort verwendete $j\omega$ durch s ersetzen, also $s := j\omega$.

Zunächst müssen wir die Übertragungsfunktion in die folgende kanonische Form bringen

$$T(s) = c \cdot \frac{\left(1 + \frac{s}{z_1}\right)\left(1 + \frac{s}{z_2}\right)\cdots}{\left(1 + \frac{s}{p_1}\right)\left(1 + \frac{s}{p_2}\right)\cdots}$$

Sinn davon ist, dass die Amplitude c komplett vom frequenzabhängigen Teil getrennt wird. Aus diesem Grund müssen die Faktoren auch von der Form $(1 + \cdots)$ sein, damit sie keinen Beitrag zur Amplitude mehr haben.

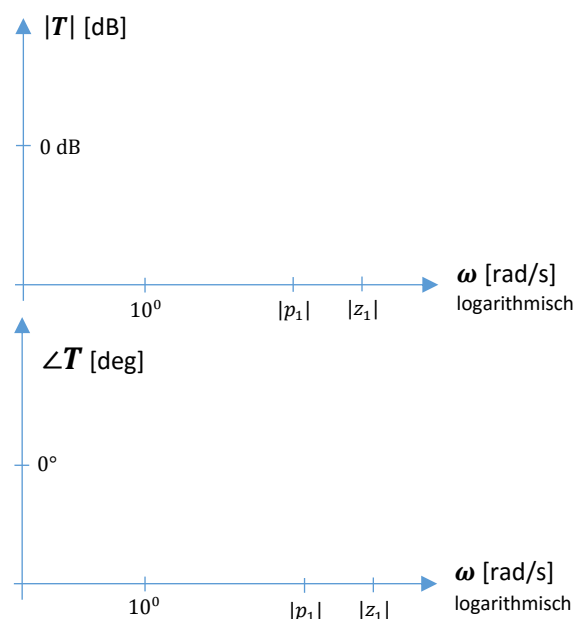
Aus dieser kanonischen Form können wir nun die Nullstellen z_i und die Pole p_i (also die Nullstellen des Nenners) direkt ablesen. Konkret muss zum Beispiel gelten $\left(1 + \frac{s}{z_1}\right) = 0 \Leftrightarrow z_1 = -s$. Im Weiteren ist die DC-Amplitude (das heisst der Wert von $T(s = 0)$) gerade c .

Der Bodeplot besteht aus zwei separaten Plots, die man in der Regel übereinander anordnet, siehe Beispiel rechts. Auf der x-Achse wird die Frequenz ω logarithmisch aufgetragen, auf der y-Achse des oberen Plots die Amplitude der Übertragungsfunktion in dB-Skala¹ und auf der y-Achse des unteren Plots der Phasenwinkel der Übertragungsfunktion in Grad.

Zuerst markieren wir nun den Betrag aller Pol- und Nullstellen auf der ω -Achse (in diesem Beispiel gab es je eine Pol- und eine Nullstelle).

Nun zeichnen wir für jedes Element von $T(s)$ in der kanonischen Form, also für c, p_i, z_i eine Linie in den Bodeplot ein. Für Pol- und Nullstellen, die nicht im Ursprung liegen, verwende die Tabelle rechts. Dabei bezeichnet LHP die linke Halbebene, also für $\text{Re}\{s\} < 0$ und RHP entsprechend die rechte Halbebene.

Angenommen, es liegt nun ein Pol in der linken Halbebene, so zeichnet man im Amplitudenplot eine Gerade bei 0 dB bis zum Betrag des Pols, und von da weg eine Gerade mit Steigung -20 dB pro Dekade. Im Phasenplot beginnt man bei 0°. Eine Dekade vor dem Betrag des Pols zeichnet man eine Gerade mit einer solchen Steigung, dass diese eine Dekade nach dem Pol genau -90° erreicht. Danach geht es konstant weiter. Das heisst also, dass die Phasenänderung immer in einem Bereich von zwei



Was?	Wo?	Amplitude	Phase
Pol	LHP	-20 dB/dec	-90°
Nullstelle	LHP	+20 dB/dec	+90°
Pol	RHP	-20 dB/dec	+90°
Nullstelle	RHP	+20 dB/dec	-90°

¹ 1 dB = $20 \cdot \log_{10}|x|$

Dekaden um die Pol- oder Nullstelle abläuft. Dieses Verfahren kann man genau gleich auch für Nullstellen anwenden.

Wir zählen den Ursprung zur linken Halbebene, also liegt ein **Pol im Ursprung** in der linken Halbebene. Für die Amplitude eines solchen Pols machen wir eine gerade bei 0 dB bis 10^0 rad/s, von da an fallend mit -20 dB/dec. Die Phase ist konstant bei -90° . Für eine **Nullstelle im Ursprung** verfahren wir analog, aber mit einer Steigung von 20 dB/dec ab 10^0 rad/s und einer konstanten Phase bei 90° .

Kommt ein Pol- oder eine Nullstelle **mehrfach** vor, so addiert sich ihr Effekt. Ein doppelter Pol in der linken Halbebene bewirkt also eine Amplitudenänderung von -40 dB/dec und eine Phasenänderung von -180° um die Polstelle.

Die **Konstante** c vor der Übertragungsfunktion muss zuerst in dB umgerechnet werden und kann dann als Konstante Amplitude eingezeichnet werden. Die Phase ist für ein $c > 0$ gerade konstant 0° und für ein $c < 0$ entsprechend konstant -180° .

Wir haben nun im Bodeplot einige Linien eingezeichnet. Der gesuchte Plot ist nun die Summe dieser eingezeichneten Linien. Am Schluss sollte man die Ecken etwas abgerundet einzeichnen, um dem exakten Plot näher zu kommen.

Bitte beachte, dass die Frequenz, bei welcher wir den Knick in der Amplitude im finalen Bodeplot finden, gerade der 3 dB-Knickfrequenz entspricht. Das heisst, an der Stelle des Knicks ist die Amplitude bereits um 3 dB abgefallen. Dies gibt einem eine Idee, wie fest man die Abrundungen der Ecken machen darf.

Bodeplot mit MATLAB zeichnen

Um einen Bodeplot mit MATLAB zu zeichnen, muss zunächst eine Übertragungsfunktion erstellt werden. Dies gelingt mit dem Befehl `tf`. Danach kann der Bodeplot mit dem Befehl `bode(T)` direkt gezeichnet werden. Zum Beispiel, um $T(s) = (s + 1)/(s^2 - 3s + 2)$ zu plotten:

```
tf('s');  
T = (s+1)/(s^2-3s+2);  
bode(T)
```

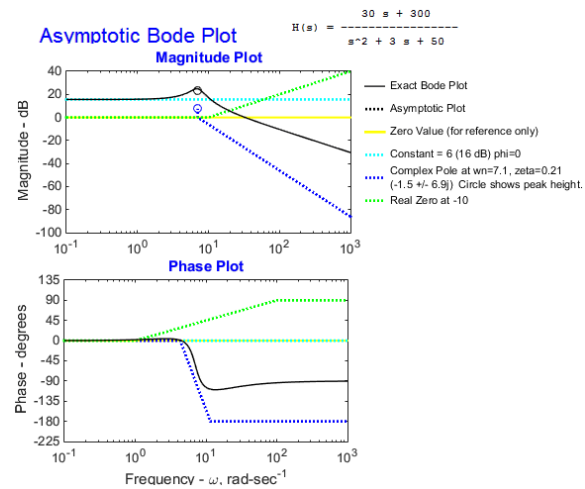
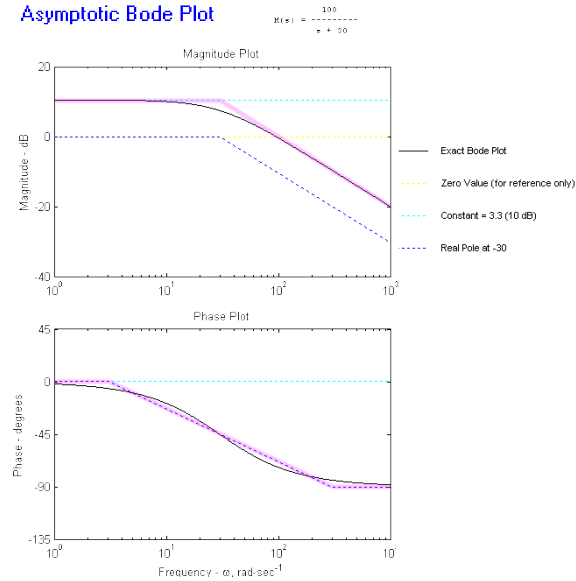
Im folgenden einige Beispiele, um die Methode zu verdeutlichen. Auf meiner Homepage kann zudem ein MATLAB-Skript heruntergeladen werden, welches beim Zeichnen von Hand behilflich ist.

<http://n.ethz.ch/~nfrueh>

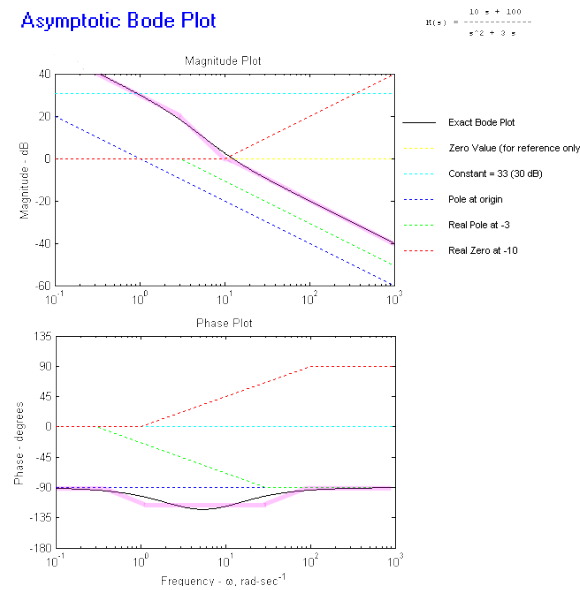
Einige Beispiele

<http://lpsa.swarthmore.edu/Bode/Bode.html>

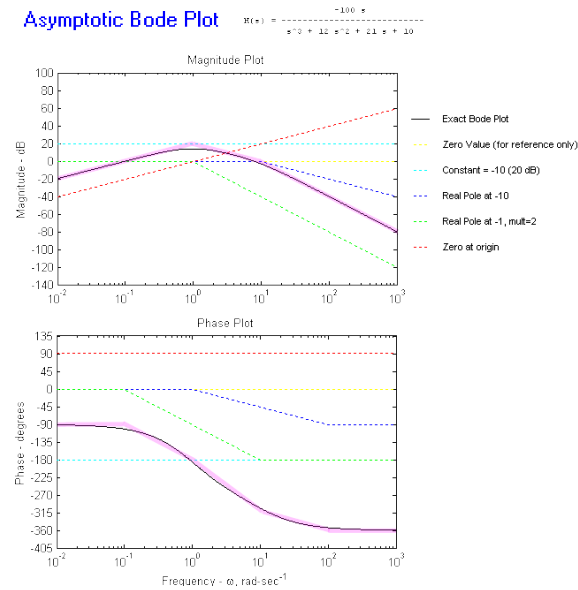
Asymptotic Bode Plot



Asymptotic Bode Plot



Asymptotic Bode Plot



Asymptotic Bode Plot

