Netzwerke und Schaltungen II, D-ITET

Übung 4

Übertragungsfunktion, Schwingkreis & Bodeplot

Aufgabe 1 Übertragungsfunktion und Bode Diagramm

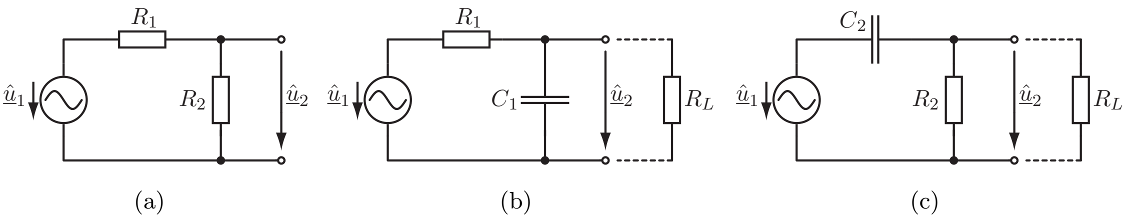

Abbildung 1: (a) Spannungsteiler, (b) RC-Tiefpassfilter, und (c) RC-Hochpassfilter.

Gegeben sind die in Abbildung 1 gezeigten Schaltungen mit einer sinusförmigen Quellenspannung $\underline{\hat{u}}_1$ und den Bauteilwerten $R_1 = R_2 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $C_1 = 1\,\mathrm{nF}$ und $C_2 = 10\,\mathrm{nF}$. Der Lastwiderstande R_L in Abbildung 1(b) und 1(c) wird erst in Aufgabenteil 1.3) berücksichtigt.

1.1) Bestimmen Sie für jede der in Abbildung 1 gezeigten Schaltungen die Übertragungsfunktion $\underline{G}_{u1u2}(j\omega) = \frac{\underline{\hat{u}}_2(j\omega)}{\underline{\hat{u}}_1(j\omega)}$ und konstruieren Sie die zugehörigen Bode Diagramme (Amplitudengang und Phasengang) im Bereich $\omega \in [10^1 \dots 10^7]\mathrm{s}^{-1}$ mit Hilfe der Asymptotennäherung. Verwenden Sie die dazu angehängten Diagramme in Abbildungen 7 - 9. Geben Sie in beiden Fällen die 3 dB-Grenzfrequenz an.

1.2) Wie können die in Abbildung 1(b) und 1(c) gezeigten Tiefpass- und Hochpassfilter mit Induktivitäten anstelle der Kondensatoren C_1 und C_2 realisiert werden? Wie ist jeweils der Induktivitätswert zu wählen, damit sich bei gleichbleibendem Widerstandswert die 3 dB-Grenzfrequenz nicht verändert?

1.3) An den Ausgangsklemmen der Filterschaltungen wird nun jeweils ein Lastwiderstand $R_L = 5\,\mathrm{k\Omega}$ angeschlossen. Zeichnen Sie für die Fälle in Abbildung 1(b) und 1(c) das durch die Belastung veränderte Bode Diagramm.

Version: 17. Februar 2020

Aufgabe 2 Übertragungsfunktion eines Bandpassfilters

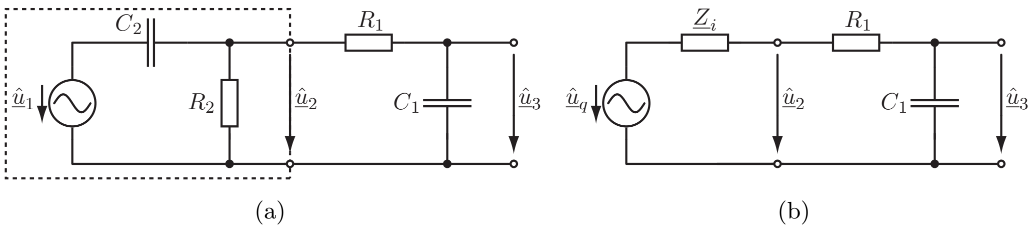

Abbildung 2: (a) Bandpassfilter aufgebaut als Serienschaltung aus einem RC-Hochpassfilter und einem RC-Tiefpassfilter. (b) Äquivalentes Ersatzschaltbild des Hochpassfilters mit einer Spannungsquelle $\hat{\underline{u}}_q$ mit Innenimpedanz Z_i.

Gegeben ist die in Abbildung 2(a) gezeigte Schaltung mit der sinusförmigen Quellenspannung $\hat{\underline{u}}_1$ und den Bauteilwerten $R_1 = R_2 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $C_1 = 1\,\mathrm{nF}$ und $C_2 = 10\,\mathrm{nF}$.

2.1) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G}_{u1u3}(j\omega) = \frac{\hat{\underline{u}}_3(j\omega)}{\hat{\underline{u}}_1(j\omega)}$ der in Abbildung 2(a) gezeigten Schaltung.
Hinweis: Eine übersichtliche Lösung ergibt sich, wenn das Hochpassfilter, wie in Abbildung 2(b) gezeigt, zuerst durch eine Ersatzspannungsquelle mit Innenimpedanz $\underline{Z}_i$ ersetzt wird.

2.2) Unter welcher Voraussetzung kann die Übertragungsfunktion $\underline{G}_{u1u3}(j\omega)$ der Gesamtschaltung durch das Produkt der Einzelübertragungsfunktionen der in Serie geschalteten Hochpass- und Tiefpassfilter angenähert werden?
Hinweis: Vergleichen Sie Ihr Ergebnis aus Aufgabenteil 2.1) mit den Resultaten der Aufgabe 1.

2.3) Prüfen Sie die Gültigkeit der Näherung aus Aufgabenteil 2.2) und konstruieren Sie unter Verwendung dieser Näherung das Bode Diagramm des Bandpassfilters.

Aufgabe 3 Parallelschwingkreis, Dämpfung

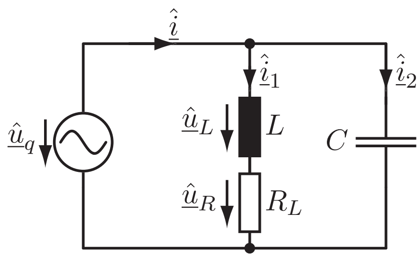

Abbildung 3: Parallelschwingkreis mit Spulenverlusten

Gegeben ist der Parallelschwingkreis nach Abbildung 3 mit den Zahlenwerten $L = 0.1\,\mathrm{mH}$, $R_L = 0.1\,\Omega$ und $C = 100\,\mu\mathrm{F}$, wobei der Ersatzwiderstand R_L die internen Verluste einer realen Induktivität L nachbildet.

3.1) Bestimmen Sie die Resonanzfrequenz f_p und den Resonanzstrom I_p des Parallelschwingkreises.

Hinweis: Beachten Sie, dass bei Resonanz der Eingangsblindstrom der Schaltung verschwindet, d.h. der Eingangsblindleitwert ist $B = 0$. Leiten Sie damit einen allgemeinen Ausdruck der gesuchten Grössen f_p und I_p in Abhängigkeit von L, C und R_L her und setzen Sie schliesslich Zahlenwerte ein.

3.2) Vergleichen Sie das berechnete Ergebnis f_p mit der Kennfrequenz f_0.

3.3) Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm für die Ströme $\hat{\underline{i}}$, $\hat{\underline{i}}_1$, $\hat{\underline{i}}_2$ und die Spannungen $\hat{\underline{u}}_q$, $\hat{\underline{u}}_L$ und $\hat{\underline{u}}_R$ für den Resonanzfall. Welche Amplituden haben die Ströme $\hat{\underline{i}}$, $\hat{\underline{i}}_1$ und $\hat{\underline{i}}_2$ bei Resonanz? Nehmen Sie für diese Teilaufgabe einen Eingangsspannungseffektivwert von $U_q = 10\,\mathrm{V}$ an.

3.4) Skizzieren Sie den Amplituden- und Phasengang der Eingangsimpedanz in der Umgebung der Resonanzfrequenz. Verwenden Sie dazu das Diagramm in Abbildung 10. In welchem Bereich verhält sich die Schaltung kapazitiv, und in welchem Bereich induktiv?

3.5) Berechnen Sie die Güte Q und die Bandbreite b_ω des Parallelschwingkreises.

Aufgabe 4 Strommessung mit nicht idealem Widerstand

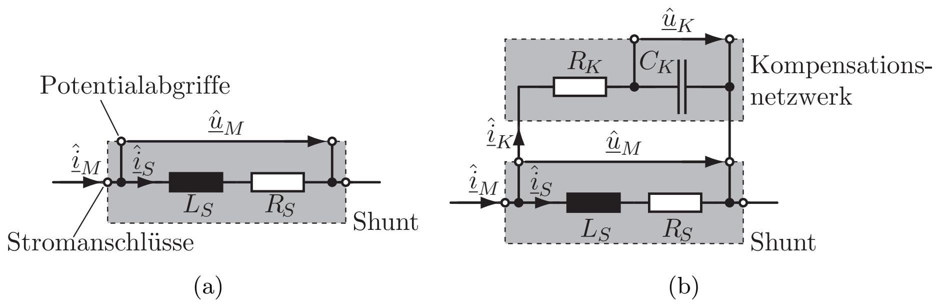

Abbildung 4: (a) Ersatzschaltbild des Shunts und (b) Shunt inkl. Kompensationsnetzwerk

Zur Messung des Stromes in einer elektrischen Schaltung werde ein aus Widerstandsdraht gewickelter Widerstand eingesetzt, der neben dem ohmschen Anteil R_s auch eine induktive Komponente L_s aufweist und durch das Ersatzschaltbild in Abbildung 4(a) beschrieben werden kann. Für Gleichstrom ist dann die Spannung U_M ein unmittelbares Mass für den Strom I_M. Bei zeitlich veränderlichem Strom ist $u_M(t) \sim i_M(t)$ jedoch nicht mehr gültig.

4.1) Geben Sie die für einen allgemein zeitlich veränderlichen Strom $i_M(t)$ auftretende Spannung $u_M(t)$ in Form einer Differentialgleichung an. Wie ist R_s zu wählen, wenn bei einem Strom $I_M = 20\,\text{A}$ eine maximale Verlustleistung von $P_V = 2\,\text{W}$ in R_s auftreten darf?

4.2) Skizzieren Sie den Verlauf von $u_M(t)$ massstäblich für den in Abbildung 5 gezeigten Zeitverlauf von $i_M(t)$. Nehmen Sie für den weiteren Verlauf dieser Aufgabe die Werte für die Induktivität $L_s = 1\,\mu\text{H}$ und den Shuntwiderstand $R_s = 5\,\text{m}\Omega$ an.

4.3) Berechnen Sie die Übertragungsfunktion $\underline{G}_M(j\omega) = \frac{\hat{\underline{u}}_M}{\hat{\underline{i}}_M}$ und stellen Sie den Amplitudengang graphisch dar. Welche Verstärkung tritt bei kleinen Frequenzen $\omega \to 0$ auf? Wie hoch ist die Grenzfrequenz ω_g?

4.4) Parallel zum Strommesswiderstand wird nun ein Kompensationsnetzwerk geschaltet (siehe Abbildung 4(b)). Berechnen Sie nun die Übertragungsfunktion $\underline{H}(j\omega) = \frac{\hat{\underline{u}}_K}{\hat{\underline{u}}_M}$. Wie hoch ist die Grenzfrequenz ω_g des Kompensationsnetzwerkes für $R_K = 30\,\text{k}\Omega$ und $C_K = 10\,\text{nF}$?

4.5) Durch das Kompensationsnetzwerk soll nun eine frequenzunabhängige Übertragungsfunktion $G_K = \frac{\hat{\underline{u}}_K}{\hat{\underline{i}}_M}$ erreicht werden. Wie sind R_K und C_K hierfür zu wählen? Welcher Widerstand R_K ist für $C_K = 10\,\text{nF}$ einzusetzen?

Hinweis: Bei den Berechnungen können Sie davon ausgehen, dass der gesamte zu messende Strom i_M durch L_s und R_s fliesst ($i_s = i_M$).

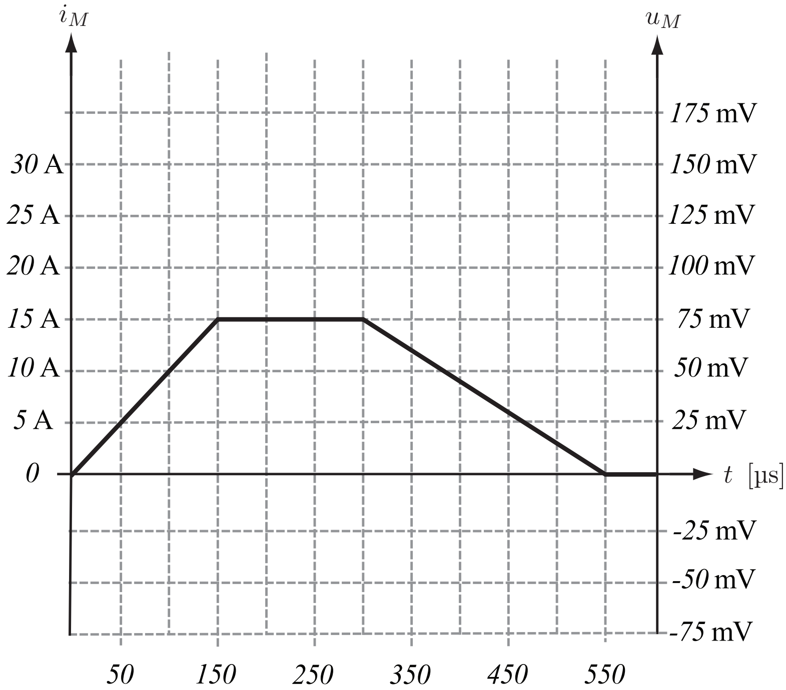

Abbildung 5: Verlauf des zu messenden Stromes (Aufgabe 4.2))

4.6) Skizzieren Sie den Verlauf von $u_K(t)$ massstäblich für den in Abbildung 5 gezeigten Zeitverlauf von $i_M(t)$.

4.7) **Zusatzteilaufgabe:**

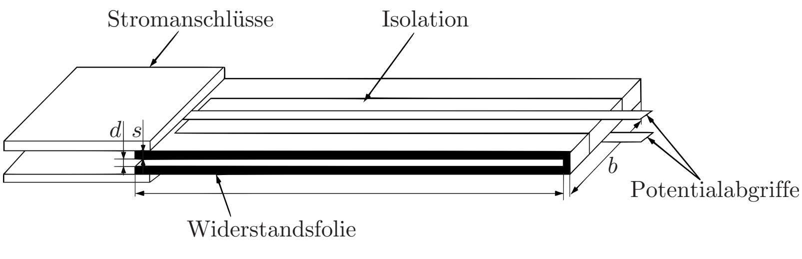

Abbildung 6: Geometrische Anordnung des Shunt-Widerstands

Alternativ zu einem Kompensationsnetzwerk kann der Aufbau des Shuntwiderstands auf eine niedrige Induktivität optimiert werden. Durch die in Abbildung 6 illustrierte geometrische Anordnung zweier sehr nahe aneinander liegenden Widerstandsfolien kann die parasitäre Induktivität sehr niedrig gehalten werden. Der Strom wird über zwei Stromanschlüsse auf die U-förmig gefaltete Widerstandsfolie geführt. Das

Potential wird an beiden Enden der Widerstandsfolie abgegriffen. Für den Shunt werde das Material Manganin mit spezifischem Widerstand $\rho = 62.5\,\mu\Omega \times \text{cm}$ verwendet. Die geometrischen Abmessung ist gegeben: $d = 0.2\,\text{mm}$, $b = 5\,\text{mm}$, $l = 20\,\text{mm}$ und $s = 1\,\text{mm}$. Das Isolationsmaterial zwischen den Leitern (nicht eingezeichnet) hat eine relative magnetische Permeabilität von $\mu_r = 1$. Bestimmen Sie den Shunt-Widerstand R_s und die parasitäre Shunt Induktivität L_s.

Hinweis: Vernachlässigen Sie potentielle Randeffekte, d.h. gehen Sie von einem homogenen magnetischen Feld zwischen dem Hin- und Rückleiter aus.

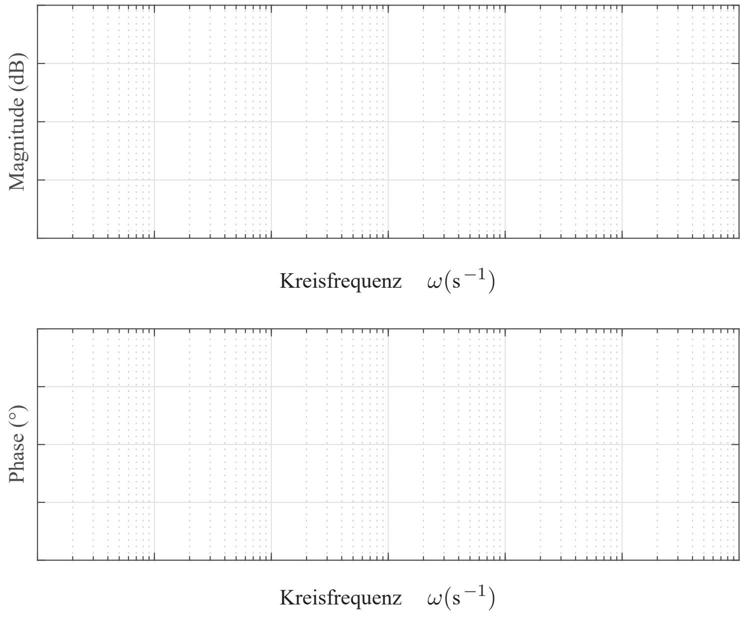

Abbildung 7: Bodeplot Teilaufgabe 1.1a)

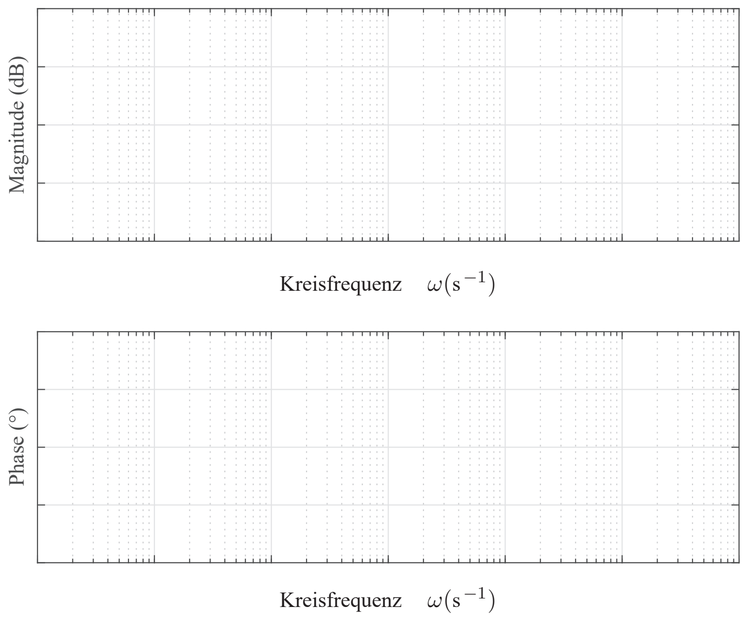

Abbildung 8: Bodeplot Teilaufgabe 1.1b)

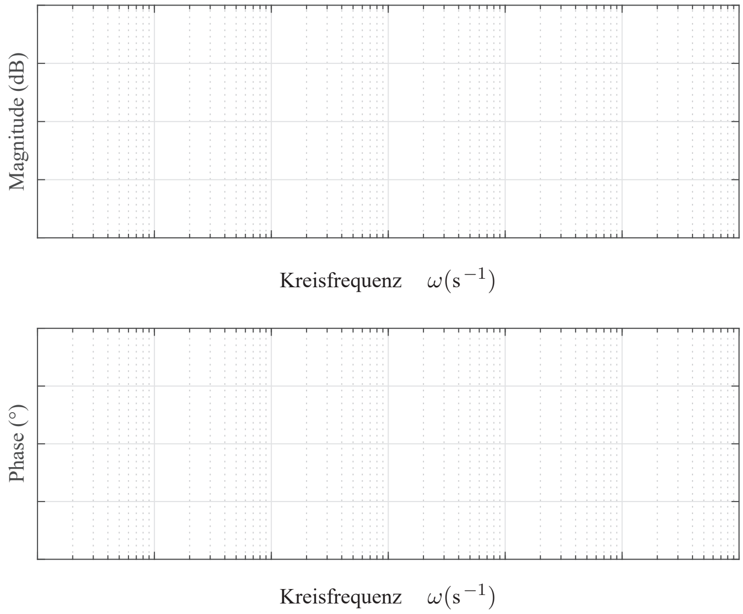

Abbildung 9: Bodeplot Teilaufgabe 1.1c)

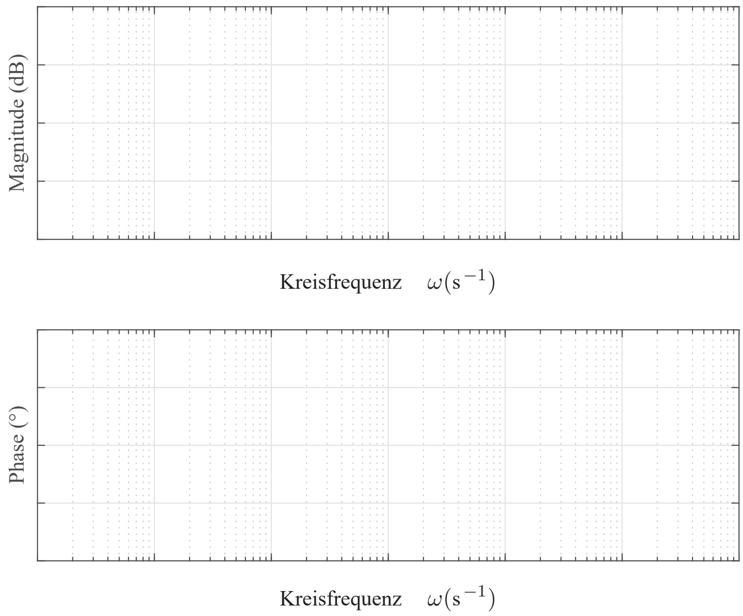

Abbildung 10: Bodeplot Teilaufabe 3.4