

Teil 3 Harmonische Analyse (26 Punkte=22%)

PK 1

Gegeben ist die Schaltung in Abb. 4a) mit dem Stromverlauf $i_q(t)$ in Abb. 4b).

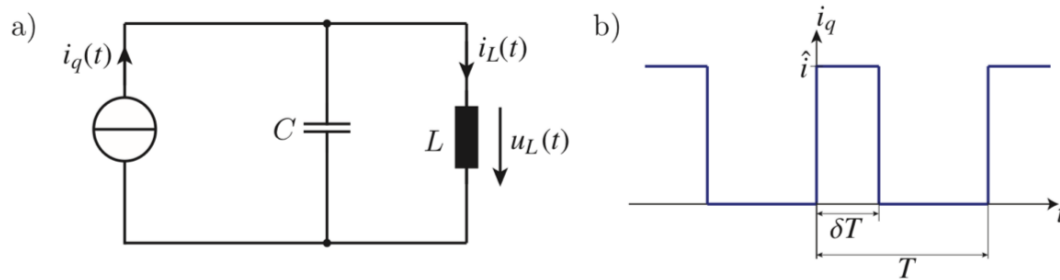


Abbildung 4: a) Gegebene Schaltung, b) Zeitverlauf von $i_q(t)$

- a.) Der Zeitverlauf des Rechteckstromes $i_q(t)$ soll mit einer Fourierreihe angenähert werden. Wie muss der Ursprung $t = 0$ gelegt werden, dass sich eine geeignete Symmetrie für $0 < \delta < 1$ ergibt? Welche Art von Symmetrie liegt nach der Verschiebung vor? Was ist die mathematische Bedingung für diese Symmetrie?
- b.) Stellen Sie die Integralausdrücke der Fourier-Koeffizienten a_0 , $\hat{a}_n$ und $\hat{b}_n$ als Funktion der Variablen t , n , δ , T und $\hat{i}$ auf. Lösen Sie die Integrale.
Hinweis: Verwenden Sie dafür die gewählte Symmetrie aus Aufgabe a)!
- c.) Berechnen Sie die Welligkeit w von $i_q(t)$ analytisch und vereinfachen Sie soweit wie möglich.
- d.) Geben Sie einen analytischen Ausdruck für $u_L(t)$ und $i_L(t)$ an. Gehen Sie davon aus, dass transiente Vorgänge abgeklungen sind und das Netzwerk sich im eingeschwungenen Zustand befindet.
Hinweis: Es gilt $u_L(t), i_L(t) \in \mathbb{R}$

Aufgabe 3B: Netzwerkberechnung (13 Punkte)

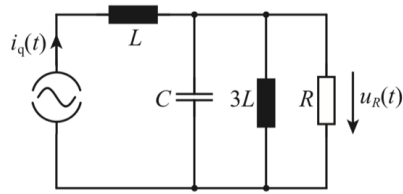


Abbildung 4: Netzwerk für Aufgabe 3B.

Nun soll das Netzwerk in Abbildung 4 untersucht werden. Das Netzwerk befindet sich im eingeschwungenen Zustand und der Strom durch die Stromquelle sei

$$i_q(t) = \hat{i}_0 + \sum_{n=1}^3 \frac{3\hat{i}_0}{n} \sin(n\omega t).$$

- c) Berechnen Sie den Grundschwungsgehalt g des gegebenen Signals $i_q(t)$.
- d) Berechnen Sie die Spannung $u_R(t)$ am Widerstand R .

Teil 2 Knotenpotentialverfahren (21 Punkte=18%)

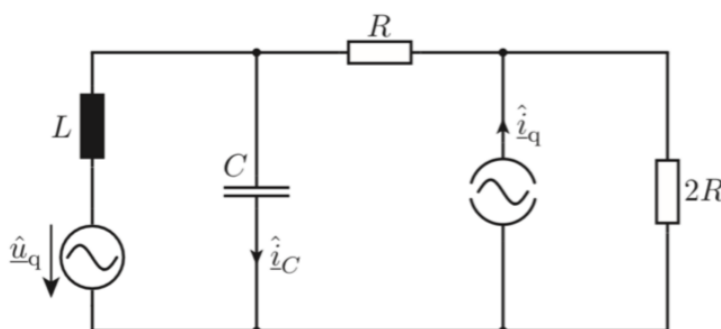


Abbildung 3: Netzwerk mit der Spannungsquelle $\hat{u}_q$ und der Stromquelle $\hat{i}_q$.

Das in Abbildung 3 gezeigte Netzwerk enthält eine Spannungsquelle $\hat{u}_q$, eine Stromquelle $\hat{i}_q$, Widerstände R und $2R$, eine Kapazität C sowie eine Induktivität L . Die beiden Quellen sind sinusförmig und weisen die gleiche Frequenz f auf. Das Netzwerk befindet sich im eingeschwungenen Zustand. Im Folgenden soll der eingezeichnete Zweigstrom $\hat{i}_C$ mit Hilfe des Knotenpotentialverfahrens berechnet werden.

- Wandeln Sie die Spannungsquelle in eine äquivalente Stromquelle um und zeichnen Sie das resultierende Netzwerk neu.
- Zeichnen Sie alle notwendigen Knotenspannungen im Netzwerk ein.
- Stellen Sie die Knotengleichungen in Abhängigkeit der Knotenspannungen sowie der bekannten Größen $\hat{u}_q$, $\hat{i}_q$, R , L , C und f auf.
- Ermitteln Sie mit Hilfe der Knotengleichungen einen analytischen Ausdruck für den Zweigstrom $\hat{i}_C$. Schreiben Sie den resultierenden Ausdruck in der Form $\hat{i}_C = k_1 \hat{u}_q + k_2 \hat{i}_q$ mit den komplexen Konstanten $k_1, k_2 \in \mathbb{C}$.

In den folgenden beiden Teilaufgaben wird die Stromquelle $\hat{i}_q$ durch den Strom $\hat{i}_C$ gesteuert. Es gilt die Steuergleichung $\hat{i}_q = \beta \hat{i}_C$ mit der komplexen Konstanten $\beta \in \mathbb{C}$.

- Wie ist β in Abhängigkeit von k_1 , k_2 und R zu wählen, damit $\hat{i}_C = \hat{u}_q/R$ gilt?
- Ist die neue Knotenadmittanzmatrix symmetrisch? Argumentieren Sie.

Teil 2 Harmonische Analyse (20 Punkte = 19%)

Aufgabe 3A: Fourieranalyse eines Signals (7 Punkte)

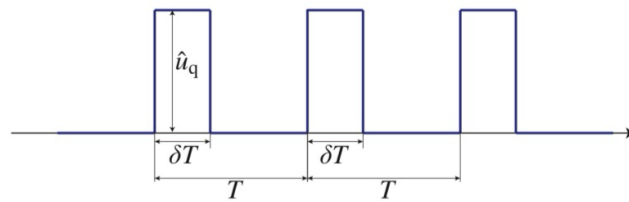


Abbildung 3: Gegebenes Signal $u_q(t)$.

Abbildung 3 zeigt den Zeitverlauf des gegebenen Signals $u_q(t)$.

- Setzen Sie den Nullpunkt $t = 0$ so, dass sich eine geeignete Symmetrie für $0 < \delta < 1$ ergibt. Um welche Art von Symmetrie handelt es sich? Welche mathematische Bedingung muss für die sich ergebende Symmetrie erfüllt sein?
- Das in Abbildung 3 gegebene Signal soll nun mittels Fourierreihe angenähert werden. Nützen Sie den gewählten Nullpunkt und stellen Sie dafür die Integralausdrücke aller Fourier-Koeffizienten a_0 , $\hat{a}_n$ und $\hat{b}_n$, die nicht zu 0 werden, als Funktion der Variablen $\hat{u}_q$, n , t , δ und T auf. Ermitteln Sie die Lösung der Integrale mithilfe der Zusammenfassung oder rechnerisch.

Aufgabe 3B: Netzwerkberechnung (13 Punkte)

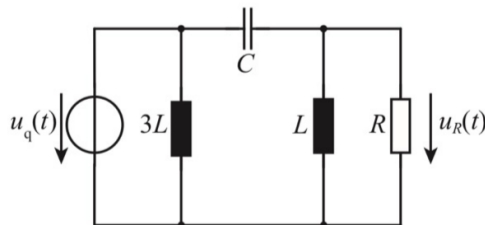


Abbildung 4: Netzwerk für Aufgabe 3B.

Nun soll das Netzwerk in Abbildung 4 untersucht werden. Das Netzwerk befinde sich im eingeschwungenen Zustand und die Quellenspannung $u_q(t)$ sei

$$u_q(t) = 2\hat{u} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\hat{u}}{n\pi} \cos(2n\pi\delta) \sin(n\omega t) + \frac{2\hat{u}}{n\pi} \sin(2n\pi\delta) \cos(n\omega t).$$

- Berechnen Sie die Welligkeit w des gegebenen Signals $u_q(t)$.

Hinweis: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$

- Berechnen Sie die Spannung $u_R(t)$ am Widerstand R für $\delta = 1$.