

Netzwerke und Schaltungen II

D-ITET

HS2025

Übung 1

21.2.2025



Rares Sahleanu

1 Organisatorisches

Kurz zu mir: Ich heiße Rares¹, bin 19 Jahre alt und sitze mein 4. Semester am ITET ab. Zu meinen größten Errungenschaften gehören der Rank *Distinguished Master Guardian* in CS:GO, eine aufstrebende Hobby-Rapper² *Karriere und +6.00 CHF* Endbilanz bei swisslos.ch³.

1.1 FAQ

Hier ist eine Liste der Fragen, die oft gestellt werden:

1.1.1 "Wie ist das Fach XY?"

Im zweiten Semester liegt die Schwierigkeit weniger in der *Komplexität* des Stoffes, sondern mehr in der Menge. Es ist VIEL STOFF, aber dafür ist er nicht allzu "schwer" zu verstehen. Ach und: Wenn man nicht programmieren kann bzw. keine Vorerfahrungen in Informatik hat, dann sollte man Informatik sehr, sehr, sehr ernst nehmen. Hier eine kleine Übersicht:

- **Analysis 1/2:** Am Ball bleiben und Serien lösen! Besonders Ziltener hält sich sehr nahe an den Serien, und seine Klausuren sind fair. Die Prüfung geht "nur" 4 Stunden, und da kann er nicht alles abfragen. Es kommen nur Key-Concepts dran, welche man gut üben kann.
- **Komplexe Analysis:** Ein "normaler" Kurs. Es lässt sich alles gut grafisch vorstellen, und die Aufgaben in der Klausur sind sehr "absehbar". Unterschätzen sollte man es nicht, aber zu viel Zeit investieren auch nicht.
- **Physik:** Inhaltlich hält es sich sehr nah an den anderen Fächern. Schwingungen sind basically eine Carbon-Copy von den anderen Fächern. Gut "ubbar" und mit Notenbonus ist die Klausur machbar.
- **Informatik:** Squid-Game in Reallife. Wenn man programmieren kann, dann easy. Wenn nicht, dann ist es ein ernstzunehmendes Fach, sonst wirklich Krise. Hier gilt: üben, üben, üben.
- **Netzwerke und Schaltungen:** Neben Analysis das wichtigste Fach. Der Stoff hält sich in Grenzen⁴, aber in der Klausur wird hauptsächlich Schnelligkeit und Routine abgefragt. Wer viel ibt, holt in der Regel gute Noten.

1.1.2 "Was kannst du zum üben empfehlen?"

Für Informatik empfehle ich ganz klar die C++-Bibel⁵ von Thorsten Will in Kombination mit LeetCode und den TA Maximilian Hoh⁶. Für Analysis ist es zu 100% der TA Angelo Nujic⁷ und die Übung. Für NuS lege ich euch die Probeprfungen ans Herz. Die Prüfung ist immer dieselbe, weshalb sich üben mit den Probeprfungen lohnt!

¹ausgesprochen *Raresch* [ˈrarː]

²Man kennt mich unter einer Vielzahl von Künstlernamen: LilReez, LilReezy, RaresDerAgrarmensch, Reez

³Sportwetten sind nicht meins. Meistens wettet der "Zug-Typ" Eddy, und ich nehme die Rolle der Opposition ein, indem ich seine Entscheidung runterrede

⁴Wie Adventskerzen – fragt gerne, falls ihr das nicht verstanden habt

⁵ISBN-13: 978-3836298537

⁶<https://n.ethz.ch/mhoh01/index.html>

⁷<https://polybox.ethz.ch/index.php/s/UxNajbQ3tLOh4pH>

1.1.3 “Ich habe in Analysis 1 nicht ganz aufgepasst – ist das schlimm?”

Nein. Ich war selbst nur in den ersten beiden Vorlesungen von Analysis 1 und habe mir vereinzelt Aufzeichnungen angeschaut und ca. 30% der Serien gemacht. In Analysis 2 wird eh alles neu aufgerollt.

1.1.4 “Ich bin in BP A gerade so durchgekommen. Ist das ein Problem?”

Entgegen aller Gerüchte ist das 2. Semester nicht komplizierter, sondern nur schwer. Was zuerst paradox wirkt, bedeutet, dass man nur viel zu tun hat, aber es gibt keinen Stoff mehr, den man etwas nicht mehr versteht, weil es keinen Sinn macht.

1.2 Overview Übungsstunde

Website der Übungsgruppe



Whatsapp-Gruppe



Umfrage zum Format



1.3 Zusätzliches

Die Übungsstunde wird, soweit möglich, aufgezeichnet. Fragen beantworte ich gerne über Whatsapp, Discord, Email. Wenn jemand etwas an dem TeX-Template ändern möchte soll er einfach eine Merge-Request machen. Ideen zur Website gerne mir schicken :))

1.4 Für unseren Kurs

- **Bonus:** Den Bonus bekommt ihr, indem ihr wöchentlich die Aufgaben löst und sie abgibt. Dabei sind die Aufgaben und nicht die „Zusatzaufgaben“ gemeint. Der Notenbonus wird ab 50% vergeben und linear bis maximal 75% der Punkte verrechnet.
- **Wochenablauf:** Woche N: Bis zur Übung soll man sich die Videos von Woche N⁸ anschauen und, sofern man Zeit hat, sich einmal in die Übung eindenken. Anschließend hat man dann eine Woche (ab der Übung) Zeit, um die Übung zu lösen und abzugeben.
- **Taschenrechner:** Ich empfehle den „TI-Nspire CX II CAS“.
- **Prüfungstipps:** Die Prüfung hat immer denselben Aufbau, weshalb es sinnvoll ist, sich einige Automatismen anzueignen. Aufgabe 1 lässt sich „auswendig lernen“ und Aufgabe 4 kann mit etwas Glück⁹ vereinfacht werden. Aufgabe 3 kann man mit Übung sehr schnell lösen.
- **Empfohlene Lernmittel:** 1. Videos 2. Skript 3. Buch (Albach) 4. Die „anderen“ Bücher.
- **Nützlich:** Nutzt LTSpice und Falstad¹⁰
- **Letzter Tipp:** Macht einfach die Probeklausuren, bis ihr auswendig wisst, was die Lösungen sind und ihr seid sicher.



⁸Slide 9 in den „Lectureslides“

⁹Erkläre ich, wenn es soweit ist.

¹⁰<https://falstad.com/circuit/circuitjs.html>

2 Effektiv- und Scheitelwert

Soooo, fangen wir erstmal mit den Basics an :) Bevor es so richtig losgeht, müssen wir aber erstmal ein paar Definitionen machen.

2.1 Scheitelwert/Spitzenwert

Der Scheitelwert ist einfach der maximale Wert, den eine Schwingung erreicht.

2.2 Periodendauer/Frequenz/Winkelfrequenz

Die Periodendauer einer Frequenz gibt an, "wie lange" es dauert, bis sich die Schwingung wiederholt. Die Frequenz ist dementsprechend

$$\frac{1}{T}$$

und gibt an, wie oft pro Sekunde sich eine Schwingung "wiederholt".

→ Die *Winkelgeschwindigkeit* $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ "mappt" das Signal zuerst auf einen Kreis und gibt an, "wie schnell" man sich drehen muss, um das Signal korrekt zu lesen.

2.3 Mittelwert/Gleichrichtwert/Effektivwert

Um Wechselspannung zu beschreiben, benötigen wir einige *repräsentative* Werte, die aber – Gott sei Dank – alle intuitiv sind :)

- **Mittelwert**¹¹ $\bar{u} = \frac{1}{T} \int_{t=t_0}^{t=t_0+T} u(t) dt$ → Fläche unter dem Graphen über eine Schwingung.
- **Gleichrichtwert** $|\bar{u}| = \frac{1}{T} \int_{t=t_0}^{t=t_0+T} |u(t)| dt$ → Die Fläche unter dem Graphen, wenn man die negativen Anteile nach "oben klappt".
- **Effektivwert**¹² $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t=t_0}^{t=t_0+T} u(t)^2 dt}$ → Gibt an, welche Gleichspannung dieselbe Leistung liefern würde.

3 Zeigerdarstellung

Wir werden in NuS II hauptsächlich mit Zeigern arbeiten. Diese dienen als Brücke zwischen unserer echten Welt mit realen Zahlen und den komplexen Zahlen. Obwohl es ggf. zu Beginn nicht so scheint, erleichtern uns letztere das Leben :)

3.1 Euler'sche Formel

Jede mathematische Entdeckung wird immer nach dem zweiten Entdecker benannt. Wieso? Weil der erste immer Leonhard Euler¹³ war. Danach ist unter anderem folgende Formel benannt.

Satz. Sei φ ein Winkel, so gilt:

$$\cos(\varphi) + j \sin(\varphi) = e^{j\varphi}$$

wobei j die "imaginäre Einheit" ist. Sie ergibt sich aus $j = \sqrt{-1}$.

Das können wir nun mithilfe von ein paar Konventionen für unsere schwingenden Signale nutzen.

¹¹In der Klausur ist so etwas i.d.R. immer gleich 0. Man kann hier oft Symmetrien ausnutzen

¹²Bei sin oder cos kann man Symmetrien ausnutzen

¹³Neben einem funktionierenden Bahnsystem und "El Tony"-Mate wahrscheinlich das Beste, was die Schweiz jemals hervorgebracht hat, war.

3.2 Von der Schwingung zum Zeiger

Nehmen wir nun an, dass eine Schwingung sinusförmig ist. So lässt sie sich schreiben als:

$$u(t) = \hat{u} \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re}\{\hat{u}e^{j\omega t + j\varphi}\} = \operatorname{Re}\{\hat{u}e^{j\omega t}\}$$

mit $\hat{u} = \hat{u}e^{j\varphi}$, welcher der sog. "Zeiger"¹⁴ ist.

Das kann am Anfang etwas verwirrend sein. Versucht es euch vorzustellen wie einen rotierenden Pfeil, der von oben mit Licht bescheint wird. Um die Schwingung zu erfassen, müssen wir nur den Schatten ablesen.

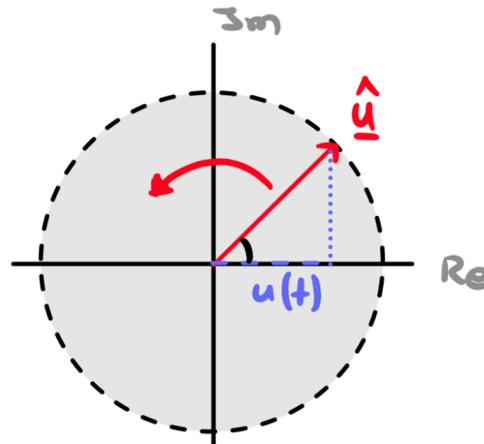


Abbildung 1: Projektion des Zeigers

3.3 Nutzen

Zeiger bilden einen eigenen Raum. Das heißt, wir können Schwingungen eindeutige Zeiger zuweisen und umgekehrt. Ebenfalls gilt in diesem Raum das Distributiv-, Assoziativ- und Kommutativgesetz. Kurz gesagt: Um zwei Schwingungen zu addieren, können wir einfach deren Zeiger addieren und dann zurück "wandeln". Das gilt auch bei anderen Operationen. Hier eine Übersicht:

- **Addition von Schwingungen:**

$$a(t) + b(t) \rightarrow (\hat{a} + \hat{b})e^{j\omega t}$$

- **Multiplikation mit einer Konstanten:**

$$c \cdot a(t) \rightarrow (c \cdot \hat{a})e^{j\omega t}$$

- **Differenzbildung:**

$$a(t) - b(t) \rightarrow (\hat{a} - \hat{b})e^{j\omega t}$$

- **Skalierung von Amplituden:**

$$k \cdot a(t) \rightarrow (k \cdot \hat{a})e^{j\omega t}$$

¹⁴Der Drehanteil $e^{j\omega t}$ ist für uns meist nicht von Bedeutung. Das wird aber während der Vorlesung klarer. Der Zeiger enthält nur Informationen über den Betrag und die Phase („Offset“). Die Idee ist, dass wir damit rechnen, die Schwingung ignorieren und sie am Ende wieder einrechnen.

- **Phasenverschiebung:**

$$a(t + \tau) \rightarrow \underline{\hat{a}} \cdot e^{j\omega\tau}$$

- **Modulation (Multiplikation mit einer anderen Schwingung):**

$$a(t) \cdot \cos(\Omega t) \rightarrow \frac{\hat{a}}{2} \left(e^{j(\omega+\Omega)t} + e^{j(\omega-\Omega)t} \right)$$

- **Differentiation im Zeitbereich:**

$$\frac{d}{dt}a(t) \rightarrow j\omega \cdot \underline{\hat{a}} \cdot e^{j\omega t}$$

- **Integration im Zeitbereich:**

$$\int a(t)dt \rightarrow \frac{\hat{a}}{j\omega} e^{j\omega t}$$

→ Das Ohm'sche Gesetz gilt auch im Zeiger-Bereich. Das heißt man kann einen "Strom-Zeiger" mit einem Widerstandswert multiplizieren und erhält den dazugehörigen "Spannungszeiger"

4 Aufgaben

4.1 Komplexe Zahlen

1. **Betrag und Phase berechnen:** Gegeben ist die komplexe Zahl:

$$z = 3 + 4i$$

Berechne den Betrag $|z|$ und die Phase $\arg(z)$ in Grad.

2. **Multiplikation und Division:** Berechne die folgenden Operationen mit komplexen Zahlen:

$$(2 + 2i) \cdot (1 - i) \quad \text{und} \quad \frac{6 + 8i}{2 + 2i}$$

Schreibe das Ergebnis in der Form $a + bi$.

3. **Komplexe Zahl in Polardarstellung umwandeln:** Gegeben ist die Zahl:

$$z = -4 + 4i$$

Bestimme die Darstellung in Polarkoordinaten $z = re^{j\theta}$ mit r als Betrag und θ als Phase in Grad.

4. **Einzeichnen in die gaußsche Zahlenebene:** Zeichne die folgenden komplexen Zahlen in ein Koordinatensystem ein:

$$z_1 = 1 + i, \quad z_2 = -2 + 3i, \quad z_3 = -3 - 4i$$

Markiere sie mit ihren Koordinaten und dem jeweiligen Winkel zur positiven Realachse.

5. **Wurzel einer komplexen Zahl:** Berechne die beiden Lösungen von:

$$\sqrt{5 + 12i}$$

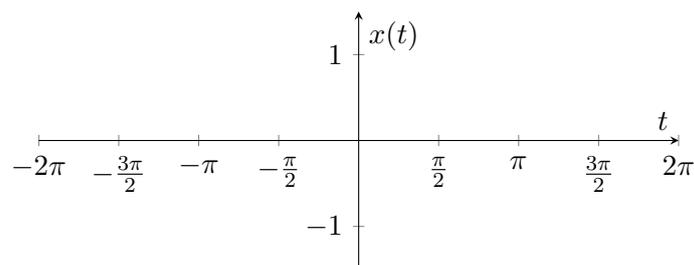
Schreibe die Lösungen in der Form $a + bi$.

4.2 Nützliches

Gegeben ist das Signal:

$$x(t) = \sin(\omega t)$$

1. Berechne den **Mittelwert** \bar{x} des Signals über eine Periode.
2. Bestimme den **Effektivwert** X_{eff} .
3. Berechne den **Gleichrichtwert** X_{gl} .
4. Zeichne das Signal im Intervall $t \in [0, 2T]$.



5 Tipps für die Übung

1. Aufgabe:

- $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$
- Schaut nach Symmetrien.
- Erläuterung des Effektivwerts nur mit Strom:

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

2. Aufgabe:

- Um mit Zeigern zu rechnen, muss man sie ggf. in die Form $z = a + jb$ überführen.
- Bei einer Winkelgeschwindigkeit von ω legt man ein Bogenmaß von ϕ in

$$t = \frac{\phi}{\omega}$$

zurück.

- Eine Achtelperiode bedeutet im „Bogenmaß“:

$$\phi = \frac{2\pi}{8}$$

da eine ganze Periode auf 2π skaliert wird.

3. Aufgabe:

- Berechnung des Stroms aus der Spannung bei der Induktivität:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int u(t) dt$$

- Das Ohmsche Gesetz gilt auch für Zeiger:

$$\hat{u} = R \cdot \hat{i}$$

- Knoten- und Maschengleichungen!

4. Aufgabe:

- Berechnung des Stroms aus der Spannung bei der Induktivität:

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u(t) dt$$

- Berechnung des Stroms aus der Spannung bei der Kapazität:

$$i_C(t) = C \frac{d}{dt} u(t)$$

- $\sin(x) = \cos(90^\circ - x)$ und $\cos(x) = \sin(x + 90^\circ)$
- Zusatz: Differentiation und Integration im Zeitbereich bei Zeigern.

6 Überblick

Bisher haben wir es, etwas verkrampft, geschafft, Sinusschwingungen als rotierende komplexe Vektoren darzustellen, indem wir ihnen einen zusätzlichen imaginären “Teil“ geben. Wozu das Ganze? Aufgrund des linearen Zusammenhangs zwischen Strom und Spannung bei Widerständen ist es sehr einfach, damit zu rechnen. Allerdings wird es schnell kompliziert, wenn Kondensatoren und Induktivitäten ins Spiel kommen, da bei diesen der Strom über Integration bzw. Differentiation mit der Spannung verknüpft ist.

Der “Key“ am Zeigerkonzept ist, dass – wie wir gesehen haben – Integration und Differentiation im Zeitbereich sich als Multiplikation bzw. Division mit einer, zwar komplexen, aber dafür konstanten Zahl, nämlich $j\omega$, manifestiert. Mit anderen Worten:

Wenn wir eine Schwingung integrieren/differenzieren, ist es dasselbe, als würden wir deren Zeiger mit einer Zahl dividieren/multiplizieren.

Damit haben wir wieder einen linearen Zusammenhang zwischen Strom und Spannung¹⁵, und das auch bei “komplizierten“ Komponenten wie Induktivitäten und Kondensatoren.

Jetzt läuft die Rechnung eigentlich von selbst:

$$i(t) = \frac{1}{L} \int u(t) dt$$

$$\hat{i} = \frac{1}{j\omega L} \cdot \hat{u}$$

$$R_{Ind} = \frac{\hat{u}}{\hat{i}} = j\omega L$$

Wie man sieht, hat die Induktivität in der “Zeigerwelt“ einen festen (nicht zeitabhängigen), konstanten, aber komplexen Widerstand. Dadurch können wir viel einfacher rechnen – aber mehr dazu in der nächsten Stunde! :))

¹⁵Zwar nur von deren Zeigern, aber das reicht uns schon.