Tipps - Serie 10

Aufgabe 1

(a)

$\circledast$ $\int_{-a}^{a} g(s)\cdot u(s)\,ds = 0$

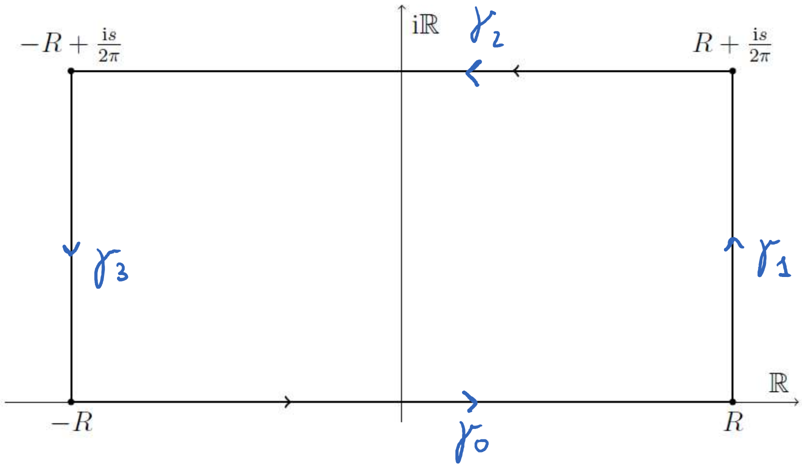
$\circledast$ $\int_{-a}^{a} g(s)\,ds = 2\int_{0}^{a} g(s)\,ds$

$\left.\right\}$ $g(s)$ gerade, $u(s)$ ungerade

i. Teile e^{-ist} (beim Berechnen von $\int_{-a}^{a} |t|e^{-ist}$) in Re und Im und verwende die Eigenschaften $\circledast$

(b)

- quadratisch ergänzen   Bsp: $a^2t^2 + bt = \left(at + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}$



$\gamma := \gamma_0 * \gamma_1 * \gamma_2 * \gamma_3$

→ Satz von Cauchy (Sing. innerhalb γ ?) $\Rightarrow \int_\gamma f(z)\,dz = \cdots$

→ Zeige, dass

$$\lim_{R\to\infty} \int_{\gamma_1} f(z)\,dz = \lim_{R\to\infty} \int_{\gamma_3} f(z)\,dz = 0$$

→ Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi x^2}\,dx = 1$

(c) Mit Substitution

- Quadratisch ergänzen + Substitution + Hinweis

(d)

- $\widehat{(f(t-a))}(s) = e^{-ias}\hat{f}(s)$
- $\widehat{(f(at))}(s) = \frac{1}{a}\hat{f}\left(\frac{s}{a}\right)$

Aufgabe 2

(a) Zeige, dass $\widehat{\left(\frac{d^2}{dx^2} f(x)\right)}(s) = s^2\hat{f}(s)$ [+ Anfangsbedingungen]

(b) Löse die Differentialgleichung $\frac{\partial^2}{\partial t^2}\hat{u}(\xi,t) = -\xi^2\hat{u}(\xi,t)$ [Analysis I/II ?]

$\frac{\partial^2}{\partial t^2} f(t) = -\xi^2 f(t)$, $f(t) = \hat{u}(\xi,t)$

(c) Man hat in (b) $\hat{u}(\xi, t) = \hat{f}(\xi)\cos(\xi t)$ gefunden

- $u(x,t) = \mathcal{F}^{-1}\{\hat{u}(\xi,t)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\hat{f}(\xi)\cos(\xi, t)\, e^{i\xi x}\, d\xi$
- $\widehat{(f * g)}(s) = \hat{f}(s)\cdot\hat{g}(s)$

Aufgabe 3

Fallunterscheidung

1. Eine der Funktionen spiegeln und verschieben
2. Finde die Multiplikation der beiden Funktionen
3. Multiplikation von 2. integrieren $(-\infty, \infty)$

In Abhängigkeit von t

Aufgabe 4

- Analog zu Serie 9