Tipps - Serie 11

Aufgabe 1

(a) Versuche alle $e^{+/- i\omega}$ in $\hat{f}(\omega)$ als $\cos(\omega)$ bzw $\sin(\omega)$ schreiben

(b) Satz von Plancherel

Aufgabe 2

(a) $|\hat{f}(\omega)| = \left| \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \right|$ $\quad [\, |e^{-i\omega t}| = 1 \,]$

(c) Linearität: $\mathcal{F}\{a(t)+b(t)\}(\omega) = \mathcal{F}\{a(t)\}(\omega) + \mathcal{F}\{b(t)\}(\omega)$

- also für $f(t) = \sum_i^N g_i(t) \Rightarrow \hat{f}(\omega) = \sum_i^N \hat{g}_i(\omega)$

(d)

- Dreiecksungleichung: $|a+b| \leq |a| + |b|$
- Betrachte $|\hat{f}(\omega)| = |\hat{f}(\omega) + \hat{g}_n(\omega) - \hat{g}_n(\omega)|$ und verwende die Dreiecksungleichung
- Linearität der FT: $|\hat{f}(\omega) - \hat{g}_n(\omega)| = |\widehat{(f-g)}(\omega)|$
- Abschätzung von $|\widehat{(f-g)}(\omega)|$ mit (a) + Hinweis $\left[\lim_{n\to\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |f(t) - g_n(t)| \, dt = 0 \right]$
- Betrachte $\lim_{\omega\to 0}$, $\lim_{n\to\infty}$ $\Rightarrow \lim_{\substack{\omega\to 0 \\ n\to\infty}} |\hat{f}(\omega)| \leq \cdots$

Aufgabe 3/4

→ Erst schauen, ob die Bedingungen für die Existenz der Laplace-Transformation erfüllt sind. Falls ja, LT berechnen (Für welche s ist die LT gültig?)

→ $\cosh(t) = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$