Tipps - Serie 12

Aufgabe 1

→ In $\int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$ einsetzen

iii) und iv) $\Rightarrow$ Substitution

Aufgabe 2

→ Partialbruchzerlegung (PBZ)

(a) Ansatz: $\frac{1}{s^2(s^2+a^2)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s^2+a^2}$

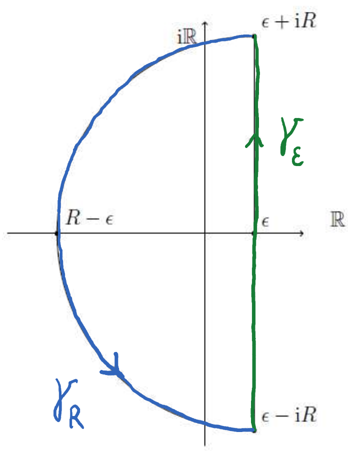
(b) $f(t)\cdot g(t) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; (F * G)(s)$

$(f * g)(t) \;\circ\!\!-\!\!\bullet\; F(s)\cdot G(s)$

$$\boxed{\begin{aligned} \sin(at) &\;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{a}{s^2+a^2} \\ \cos(at) &\;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{s^2+a^2} \\ t^n e^{-at} &\;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{n!}{(s+a)^{n+1}} \end{aligned}}$$

Aufgabe 3

→ Satz von Bromwich: $\overset{f(t)}{\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{st}\, \overset{\mathcal{L}\{f\}}{F(s)}\, ds = \begin{cases} f(t) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$ mit $\gamma > s_0$,



$\int_\gamma e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)\, ds$

$[\mathcal{L}\{f\}(s) = s^{-n}]$

$$2\pi i \sum_i \mathrm{Res}(e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s), s_i) = \int_{\gamma_R} e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)\, ds + \int_{\gamma_\varepsilon} e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)\, ds$$

Residuum lieber mit Taylor finden

Singularität von $e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)$

Abschätzen

Bromwich

Aufgabe 4

→ Partialbruchzerlegung (PBZ)

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{d}{dt} f(t) &\;\circ\!\!-\!\!\bullet\; sF(s) - f(0) \\ t^n e^{-at} &\;\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{n!}{(s+a)^{n+1}} \end{aligned}}$$