Tipps - Serie 3

Aufgabe 2

b) $L: \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$, $L\left(\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}\right) = A_L \cdot \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$, $z_1 = x_1 \underline{e}_1 + i \cdot y_1 \cdot \underline{e}_1$, $z_2 = x_2 \underline{e}_2 + i y_2 \underline{e}_2$ $\rightsquigarrow$ eigentlich $L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}\right) = A_L \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

Linearität $\Rightarrow$ $L(i\underline{e}_1) = i L(\underline{e}_1)$, $L(i\underline{e}_2) = i L(\underline{e}_2)$

Aufgabe 3

→ $f'(0) = \lim_{z \to 0} \frac{f(z)}{z}$

→ $\lim_{z \to 0} \frac{f(z)}{g(z)}$ mit z erweitern

Aufgabe 4

→ Gleich wie für $\mathbb{R}$:)

→ $g'(t_0) = \lim_{t \to t_0} \frac{g(t) - g(t_0)}{t - t_0}$ → Definition von $g(t)$ einsetzen → Mit etwas geschicktes erweitern

Aufgabe 5

→ Cauchy-Riemann Gleichungen

$$\boxed{\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} v(x,y) &= \frac{\partial}{\partial y} u(x,y) \\ \frac{\partial}{\partial x} u(x,y) &= \frac{\partial}{\partial y} v(x,y) \end{aligned}}$$

oder

$f(x+yi) = u(x,y) + iv(x,y)$

$$\boxed{i \frac{\partial}{\partial x} f(x+iy) = \frac{\partial}{\partial y} f(x+iy)}$$

→ Ableitung von sin, cos, exp, sinh, cosh etc kennt ihr :)

Aufgabe 6

→ Kettenregel

- $x = \operatorname{Re}\{e^{i\varphi}\} = r\cos(\varphi)$, $y = \operatorname{Im}\{e^{i\varphi}\} = \cdots$
- Beispiel: $u(x,y) = u(x(r,\varphi), y(r,\varphi)) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial r} u(x(r,\varphi), y(r,\varphi)) = \frac{\partial}{\partial x} u(x,y) \cdot \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial y} u(x,y) \cdot \frac{\partial y}{\partial r}$
- Verwende Bedingung für holomorphie ($\frac{\partial}{\partial x} u(x,y) = \frac{\partial}{\partial y} v(x,y)$, etc)
- Mit $\frac{\partial}{\partial \varphi} u$, $\frac{\partial}{\partial r} v$, $\frac{\partial}{\partial \varphi} v$ vergleichen

Aufgabe 7

→ Kettenregel

- $F(x,y) = F(x(\bar{z}), y(\bar{z})) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial \bar{z}} F(x(\bar{z}), y(\bar{z})) = \cdots$

b) Bedingung für holomorphie einsetzen (Cauchy-Riemann Gleichung)

Aufgabe 8

a) • Einheitskreis $\Rightarrow$ Parametrisierung $\gamma(t) = e^{2\pi i t}$, $t \in [0,1]$

- Fallunterscheidung $(n=1,\ n \neq 1)$

b) • Kette von Kurven

- Parametrisierung finden