

Serie 1

Aufgabe 1

b), c) Polarform $[z = re^{i\varphi}]$

Aufgabe 2

→ $z := x + yi \rightsquigarrow |z|^2 = x^2 + y^2, \operatorname{Re}\{z\} = x, \operatorname{Im}\{z\} = y$

Aufgabe 3

→ $re^{i\varphi} = r\cos(\varphi) + ir\sin(\varphi)$

→ $\log(z) = \log(|z|) + \log(\arg(z))$

Aufgabe 4

→ Polarform

Aufgabe 5

→ $\log(z) = \log(|z|) + \log(\arg(z)), z_1 := r_1 e^{i\varphi_1}, z_2 := r_2 e^{i\varphi_2}$

Aufgabe 6

→ $e^{i\varphi} = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi)$

Aufgabe 7

a) • Taylorentwicklung von e^z

$$\bullet (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$b) \cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}, \sin(x) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i}$$

* Beispiel: $L := \{z \in \mathbb{C} \mid |z+i| = 3|z-3|\}$

$$|x+yi+i| = 3|x+yi-3| \Rightarrow |x+yi+i|^2 = 9|x+yi-3|^2$$

$$x^2 + (y+1)^2 = 9((x-3)^2 + y^2)$$

$$x^2 + y^2 + 2y + 1 = 9(x^2 - 6x + 9 + y^2)$$

$$8x^2 + 8y^2 - 54x - 2y = -80$$

$$x^2 + y^2 - \frac{27}{4}x - \frac{1}{4}y = -10$$

$$\left(x - \frac{27}{8}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{8}\right)^2 - \left(\frac{27}{8}\right)^2 - \left(\frac{1}{8}\right)^2 = -10$$

$$\left(x - \frac{27}{8}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{8}\right)^2 = \frac{9}{64} \rightarrow \text{Kreis mit Mittelpunkt } M = \left(\frac{27}{8}, \frac{1}{8}\right) \text{ und Radius } r = \frac{3}{8}$$

