Tipps - Serie 11

Aufgabe 1

→ C_n oder a_n & b_n berechnen

→ $\int_{-\pi}^{\pi} |f(t)|^2 dt$ berechnen

→ Satz von Parseval

Aufgabe 2

→ a) $f(t),\ t \in \mathbb{R} \Rightarrow \overline{f(t)} = f(t)$ und $\bar{t} = t \rightsquigarrow$ in C_n einsetzen

→ b) $M_a f(t) = e^{iat} f(t)$ in der Definition von C_n einsetzen

Aufgabe 3

→ Satz von Plancherel $\Rightarrow \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt}_{\text{ursprüngliche Funktion (einfache zu integrieren)}} = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega}_{\text{Fouriertransformation}}$

Aufgabe 4

zu zeigen

a) $\widehat{f(t-a)} = e^{-ia} f(t)$

b) $\widehat{(e^{-ia} f(t))} = \hat{f}(t-a)$

→ a) $f(\underline{t-a})$ in der Fouriertransformation einsetzen, geschickte Substitution vom Argument von f

→ b) $e^{-ia} f(t)$ in der Fouriertransformation einsetzen. Gleich wie a)

Aufgabe 5

→ a) Fallunterscheidung von $|t| = \begin{cases} t, & t > 0 \\ -t, & t < 0 \end{cases}$

- Integral berechnen
- Lösung als nur ein Bruch darstellen, macht alles einfacher für b)

Tipps - Serie 11

→ b) Wir wollen einfach die Rückfouriertransformation anwenden, um die ursprüngliche Funktion zu erzeugen

also $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\xi) e^{i\xi t} d\xi$, wobei $\hat{f}(\xi)$ die Lösung von a) ist

- Integral ist uneigentlich (von $-\infty$ bis ∞) und $\hat{f}(\xi) \leq c\xi^{-2}$ $\forall \xi > M$ für $c, M \in \mathbb{R}$

  ⇒ Theorie für uneigentliche integrale und Residuensatz
- Erst $t > 0$ betrachten und mit dem Residuensatz das Integral lösen (Sing. identifizieren, welche sind in $A(y)$, Residuum berechnen etc)
- Für $t < 0$: Beziehung mit der Lösung für $t > 0$ finden

→ c) $\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|^2 dt$ berechnen, für $\int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(\xi)|^2 d\xi$ einfach Tipp verwenden

- Wie heisst diese Beziehung?