Tipps - Serie 13

Aufgabe 1

→ In $\int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$ einsetzen

→ Existiert die Transformation? Bedingung $[\mathrm{Re}\{\cdot\} > \cdot]$

→ i) Substitution (für st)

Aufgabe 2

→ a) In $\int_0^\infty f(t)\, e^{-st}\, dt$ einsetzen, $\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$

→ b) Verwende Lösungen von a)

i. $f(t) \cdot e^{-at} \circ\!\!-\!\!\bullet\; F(s+a)$

iii. $\sin(t) = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}$

Aufgabe 3

→ i.- ii) Direkte Berechnung

→ iii.- iv) Substitution, Lösungen von Aufgabe 2

Aufgabe 4

→ Partialbruchzerlegung (PBZ)

(a) Ansatz: $\frac{1}{s^2(s^2+a^2)} = \frac{A}{s^2} + \frac{B}{s^2+a^2}$

+ Transformationstabelle

$$\boxed{\begin{aligned} \sin(at) &\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{a}{s^2+a^2} \\ \cos(at) &\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{s}{s^2+a^2} \\ t^n e^{-at} &\circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{n!}{(s+a)^{n+1}} \end{aligned}}$$

(b) $f(t) \cdot g(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\; (F * G)(s)$

$(f * g)(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\; F(s) \cdot G(s)$

↳ also hier ohne PBZ + Faltungsintegral lösen

c) PBZ + Transformationstabelle

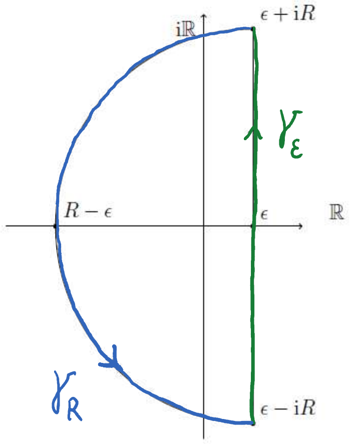
- Doppellte Nullstelle ⇒ Ansatz $\frac{C}{(s-a)^2}$

↳ doppellte NS bei $s = a$

Tipps - Serie 13

Aufgabe 5

→ Satz von Bromwich: $\overset{f(t)}{\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}} = \frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma - i\infty}^{\gamma + i\infty} e^{st}\,\overset{\mathcal{L}\{f\}}{F(s)}\,ds = \begin{cases} f(t) & \text{für } t \geq 0 \\ 0 & \text{für } t < 0 \end{cases}$ mit $\gamma > s_0$,



$$\int_\gamma e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)\,ds$$

$[\mathcal{L}\{f\}(s) = s^{-n}]$

$$2\pi i \sum_i \mathrm{Res}\left(e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s), s_i\right) = \int_{\gamma_R} e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)\,ds + \int_{\gamma_\varepsilon} e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)\,ds$$

Residuum lieber mit Taylor finden

Singularität von $e^{st}\mathcal{L}\{f\}(s)$

Abschätzen

Bromwich

Aufgabe 6

→ Partialbruchzerlegung (PBZ)

$$\frac{d}{dt}f(t) \circ\!\!-\!\!\bullet\; sF(s) - f(0)$$

$$t^n e^{-at} \circ\!\!-\!\!\bullet\; \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$$