Aufgabe 1

→ $z = x + yi$ ⇝ nach x & y ableiten

- Falls f $i\frac{\partial}{\partial x} f(x+iy) = \frac{\partial}{\partial y} f(x+iy)$ erfüllt, berechne $f'(z)$

→ b) Damit eine Funktion überhaupt differenzierbar ist, muss sie stetig sein

Aufgabe 2

→ winkeltreu ⇒ Falls zwei Vektoren durch die Abbildung gehen, werden Winkel und Längenverhältnis erhalten

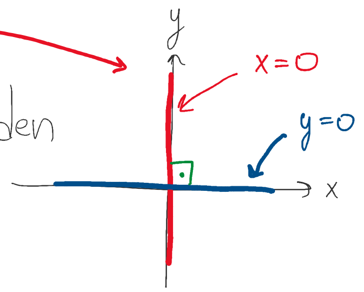
x frei y frei

i) Betrachte die Gerade $y = 0$ und $x = 0$

- Wird Winkel und Längenverhältnisse zwischen den Abbildung von $[x, 0]^T$ und $[0, y]^T$ erhalten?

↓ winkeltreu

$A = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

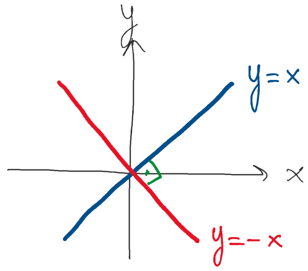


ii) Betrachte die Gerade $y = x$ und $y = -x$

- Abbildung winkeltreu?

$A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & a^{-1} \end{bmatrix}$

$[x, x]^T$ $[x, -x]^T$



iii) Was muss gelten, damit $\mathrm{Det}(A) = 1$?

- Definitionsbereich von a bzw b? → a durch eine geschickte Funktion ersetzen (Givensrotation)

Aufgabe 3

Definition von g einsetzen

→ $g'(t_0) = \lim_{t \to t_0} \frac{g(t) - g(t_0)}{t - t_0}$

→ $\left[\, ! \; a'(b(t_0)) = \lim_{t \to t_0} \frac{a(b(t)) - a(b(t_0))}{b(t) - b(t_0)} \right]$

Aufgabe 4

→ Cauchy-Riemann Gleichungen $-v_x = u_y \;\&\; u_x = v_y$

→ Produkt-/Quotienten-/Kettenregel

Aufgabe 5

$\rightarrow$ $x = r\cos(\varphi)$ & $y = r\sin(\varphi)$ $\Rightarrow$ Definiere $\tilde{u}(r,\varphi) := u(\underbrace{r\cos(\varphi)}_{x(r,\varphi)}, \underbrace{r\sin(\varphi)}_{y(r,\varphi)})$

$\tilde{v}(r,\varphi) := v(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi))$

- Wir definieren dann auch $x(r,\varphi) = r\cos(\varphi)$ und $y(r,\varphi) = r\sin(\varphi)$

[das gleiche, einfach andere Notation $u(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi)) = u(x(r,\varphi), y(r,\varphi))$]

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial r}\tilde{u}(r,\varphi) = \frac{\partial}{\partial r} u(r\cos(\varphi), r\sin(\varphi)) = \frac{\partial}{\partial x}u(x,y)\cdot \frac{\partial}{\partial r}x(r,\varphi) + \frac{\partial}{\partial y}u(x,y)\cdot\frac{\partial}{\partial r}y(r,\varphi)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\cos(\varphi)) = \cos(\varphi) \qquad \frac{\partial}{\partial r}(r\sin(\varphi)) = \sin(\varphi)$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}u(x,y)\cdot\cos(\varphi) + \frac{\partial}{\partial y}u(x,y)\cdot\sin(\varphi)$$

- finde noch $\frac{\partial}{\partial r}\tilde{v}(r,\varphi)$, $\frac{\partial}{\partial \varphi}\tilde{u}(r,\varphi)$, $\frac{\partial}{\partial \varphi}\tilde{v}(r,\varphi)$
- man erhält die 4 Gleichungen
- Setze die CR-Gleichungen $u_x = v_y$ und $u_y = -v_x$
- Eliminationsverfahren für u_x, u_y oder v_x, v_y damit nur $\tilde{u}_r, \tilde{u}_\varphi, \tilde{v}_r, \tilde{v}_\varphi$ bleiben

Aufgabe 6

$\rightarrow$ Analog zur Aufgabe 5 mit Variablenwechsel

$F(x,y) = F\left(\frac{z+\bar{z}}{2}, \frac{z-\bar{z}}{2i}\right)$ mit $x(z,\bar{z}) = \frac{z+\bar{z}}{2}$ und $y(z,\bar{z}) = \frac{z-\bar{z}}{2i}$

$$\Rightarrow \frac{\partial}{\partial \bar{z}}F = \frac{\partial}{\partial x}F(x(z,\bar{z}), y(z,\bar{z}))\cdot\frac{\partial}{\partial \bar{z}}x(z,\bar{z}) + \cdots$$

$= \cdots$

b) CR-Gleichung einsetzen [$iF_x = F_y$]

c) Gilt $\frac{\partial}{\partial \bar{z}}F = 0$?

Aufgabe 7

$\rightarrow$ L'Hôpital beweisen

- Tipp: angenommen es gilt $f(0) = 0$ $\Rightarrow$ $f'(t) = \lim\limits_{t\to t_0}\frac{f(t)-f(t_0)}{t-t_0}$

$$\Rightarrow f'(0) = \lim_{t\to 0}\frac{f(t)}{t}$$