Tipps - Serie 6

Aufgabe 1

→ a) Funktion zerlegen

Bsp.: $\frac{\cos(z)}{(z-a)(z-b)} = \cos(z)\cdot\left(\frac{1}{z-a}\right)\left(\frac{1}{z-b}\right) = \left(\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{z^{2k+1}}{(2k+1)!}\right)\left(\sum\cdots\right)\left(\sum\cdots\right)$

→ b) Kleinste Konvergenzradius

Taylorentwicklung

Geometrische Reihe

Ihr müsst nicht alle Koeffizienten berechnen, nur die ersten $(\cdot 1, \cdot z, \cdot z^2)$ nur zum sehen, dass ihr es verstanden habt...

Aufgabe 2

→ Partialbruchzerlegung, Geometrische Reihe

$\frac{1}{1-\text{etwas mit } z}$ $\rightsquigarrow$ $\frac{1}{1-\text{etwas mit } 1/z}$

$|z|<\rho$ $\quad$ $|z|>\rho$

Aufgabe 3

→ Trigonometrische Funktionen ⇒ Taylorentwicklung

→ Partialbruchzerlegung, Geometrische Reihe

Aufgabe 4

→ Wir suchen etwas in der Form $\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (z-z_0)^n$, z_0 = Singularität

→ Trigonometrische Funktionen ⇒ Taylorentwicklung

→ ii) Ist es überhaupt nötig, geometrische Reihe zu verwenden?

Bsp.: $\frac{2}{z+3}$ mit Entwicklungspunkt $z_0 = -3 \Rightarrow \frac{2}{z+3} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k (z+3)^k$ → finde c_k

Aber $\frac{2}{z+3} = 2\cdot(z+3)^{-1} \approx \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k (z+3)^k$

$\Rightarrow c_{-1} = 2,\ c_k = 0$ für $k \neq -1 \rightsquigarrow c_k = \begin{cases} 2, & k=-1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

Aufgabe 5

→ a) $f(z) = \int_0^1 f(re^{2\pi i t} + z)\,dt \rightsquigarrow |f(z)| \leq \cdots$ Abschätzen

→ b) Widerspruch

→ c) $f(\cdots) = u(\cdots) + iv(\cdots) \rightsquigarrow$ z.z. ist z.Bsp. $\mathrm{Re}\{f(\cdots)\} \leq \max_{t\in[0,1]}\left[\mathrm{Re}\{f(z+e^{2\pi i t})\}\right]$

Ausgehend vom Mittelwertsatz