

Aufgaben

Aufgabe 1

Berechne das Integral $\int_0^{2\pi} \frac{\cos(3\theta)}{5-4\cos(\theta)} d\theta$

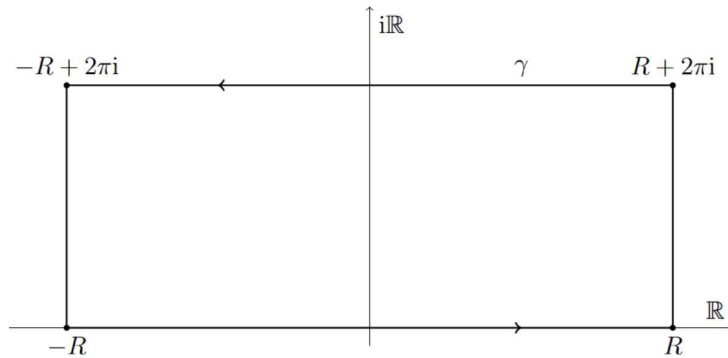
Aufgabe 2

Berechne die Fourierreihe der 2π -periodischen Fortsetzung von

$$f(t) := \begin{cases} 1, & t \in [0, \pi) \\ -1, & t \in [\pi, 2\pi) \end{cases}$$

Aufgabe 3

Sei $0 < a < 1$. Berechnen Sie das Integral $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ indem Sie über den Weg γ integrieren



Aufgabe 4

Berechne die Fouriertransformation von $f(t) = \frac{t}{(t^2+1)^2}$ [Tipp: Residuensatz]

Aufgabe 5

Gegeben sei $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(x) = \begin{cases} 1/6, & 0 \leq x \leq 6 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$, $g(x) = x^2 - 3ix$

Berechne $h(4)$, wobei $h(x) = (f * g)(x)$ $\left[(a * b)(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\tau) b(x-\tau) d\tau \right]$

Aufgabe 6

Berechne C_{49} der 1-periodischen Funktion $f(t) = \frac{1}{4 - e^{2\pi i t}}$

[Tipp: Finde erst C_k]

Aufgabe 7

Gegeben sei für $x \in [-1, 1]$ die Funktion $f(x) = x^4$

a) Für die 2-periodischen Fortsetzung von f bestimme die Fourierreihe in Sinus-Cosinus-Form

b) Berechne $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4}$ mit Hilfe des Resultats aus a)

Aufgabe 8

Sei $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ eine holomorphe Funktion. Welche der folgenden Funktionen ist im Allgemeinen nicht holomorph?

i. $g(z) = f(z)^3$

ii. $g(z) = f(z^4)$

iii. $g(z) = f(\bar{z})$

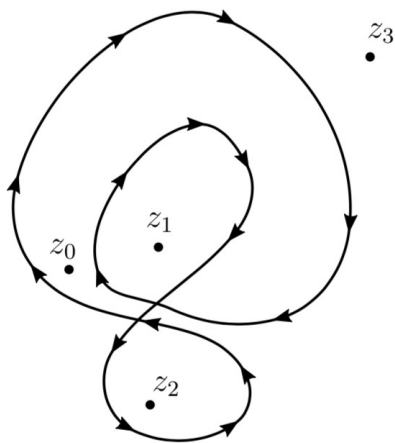
iv. $g(z) = \overline{f(\bar{z})}$

Aufgabe 9

Sei $f(z) = \frac{z^3}{(z-1)^2}$. Bestimme $\int_{|z|=2} \frac{f'(z)}{f(z)} dz$

Aufgabe 10

Bestimme die Windungszahl der Kurve γ um die Punkte z_0, z_1, z_2, z_3



Aufgabe 11

In welchen Punkten $(x, y) \neq (0, 0)$ ist $f(x+yi) = \frac{x^2-y^2}{x-yi}$ holomorph?

Aufgabe 12

Finde die Laplace Transformation $Y(s)$ der DGL

$$\frac{d^2}{dx^2}y(x) + 2\frac{d}{dx}y(x) + y(x) = e^{-5x} \sin(x), \quad y(0) = 1, y'(0) = 2$$