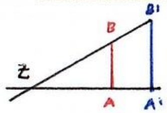
MBMI

Ellie Galliker

▶ Strahlensatz:



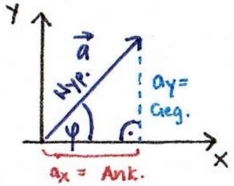
$$\frac{|ZA|}{|AA'|} = \frac{|ZB|}{|BB'|} \qquad \frac{|ZA|}{|BA|} = \frac{|ZA'|}{|B'A'|}$$

Allg.

· **Standardwinkel:**

DEG	0°	30°	45°	60°	90°	120°	180°
RAD	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	π
sin	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{3}/2$	1	$\sqrt{3}/2$	0
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-1/2$	-1
tan	0	$\sqrt{3}/3 = 1/\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\pm\infty$	$-\sqrt{3}$	0

· **Pythagoras:**

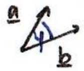


$$\cos(\varphi) = \frac{a_x}{a} = \frac{\text{Ank.}}{\text{Hyp.}}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{a_y}{a} = \frac{\text{Geg.}}{\text{Hyp.}}$$

$$\frac{\text{Geg.}}{\text{Ank.}} = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)} = \tan(\varphi)$$

· **Skalarprodukt:** → Skalar

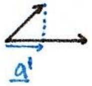


$\underline{a} \perp \underline{b} \iff \underline{a} \cdot \underline{b} = 0$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = a \cdot x + b \cdot y + c \cdot z$$

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \cos(\varphi)$$

⟹ Projektion:



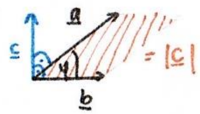
Grösse der Komponente $\underline{a}$ in Richtung $\underline{b}$

$$\underline{a}' = \underline{a} \cdot \frac{\underline{b}}{|\underline{b}|}$$

· **Vektor normieren:**

$$\underline{e}_a = \frac{\underline{a}}{|\underline{a}|} \qquad \underline{e}_a = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

· **Kreuzprodukt:** → Vektor

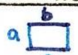


$\underline{a} \parallel \underline{b} \iff \underline{a} \times \underline{b} = 0$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}}_{\underline{a}} \times \underbrace{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}}_{\underline{b}} = \underbrace{\begin{pmatrix} bz - cy \\ cx - az \\ ay - bx \end{pmatrix}}_{\underline{c}}$$

$$|\underline{c}| = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \sin(\varphi)$$

· **Standard-Schwerpunkte:**

Rechteck: 

$x_s = b/2 \quad y_s = a/2$

Dreieck (gleichseitig) 

$x_s = 1/2\, a \quad y_s = 1/3\, h$

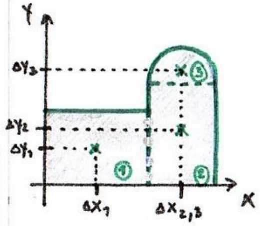
Dreieck: (rechtw.) 

$x_s = 1/3\, b \quad y_s = 1/3\, a$

Halbkreis 

$x_s = r \quad y_s = 4r/3\pi$

▶ **Resultierender Schwerpunkt** ⚠ Symmetrien erkennen

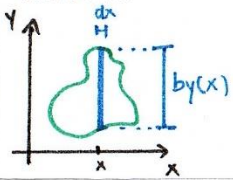


$$x_s = \frac{\sum \Delta x_i \cdot A_i}{\sum A_i} \qquad y_s = \frac{\sum \Delta y_i \cdot A_i}{\sum A_i}$$

⚠ Ausschnitte (z.B. Fenster) werden subtrahiert

1.) Standardformen erkennen (abtrennen)
2.) Formel anwenden

ansonsten:



$$x_s = \frac{\int x\, dF}{\int dF} \quad \text{mit} \quad dF = by(x)\, dx$$

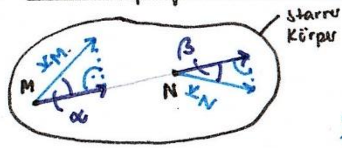
y_s = analog (gilt bei konstanter Dichte)

· Kinematik (starrer Körper)

Translation, Rotation

▶ **Kinematik:** Allg. Bewegungszustand eines starren Körpers geg. an einem Punkt $\{\underline{v}_B ; \underline{\omega}\}$

▶ **Satz der projizierten Geschwindigkeiten (SdpG):**



$$\underline{v}_M' = \underline{v}_N'$$

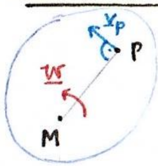
SKP!

$$\underline{v}_M \cdot \underline{MN} = \underline{v}_N \cdot \underline{MN}$$

$$|\underline{v}_M| \cdot \cos(\alpha) = |\underline{v}_N| \cdot \cos(\beta)$$

▶ **Satz vom Momentanzentrum:** (2D)

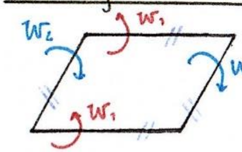
$\underline{\omega}$ = Rotationsgeschw.
M = Momentanzentrum



$$\underline{v}_P = \underline{\omega} \times \underline{MP}$$

$$|\underline{v}_P| = |\underline{\omega}| \cdot |\underline{MP}| \quad (\text{wenn } \underline{\omega} \perp \underline{MP})$$

▶ **Parallelogramm-Regel:**



- parallele Stäbe haben gleiche Rotationsgeschw. ω
- zwei anliegende Stäbe rot. immer entgegengesetzt
- kein starrer Körper → d.h. mehrere Momentanzentren

▶ **allg. Starrkörperformel:**

$$\underline{v}_P = \underline{v}_Q + \underline{\omega} \times \underline{QP}$$

↳ wenn P und Q auf demselben Starrkörper liegen (d.h. Distanz zwischen P und Q: PQ = konstant)

▶ **Spezialfälle**

– **Translation:** 

I_1 $\underline{\omega} = 0$

– **Rotation:** 

I_1 $\underline{\omega} \neq 0$

I_2 $\underline{v}_P \cdot \underline{\omega} = 0$

– **Schraubung:** 

I_2 $\underline{v}_P \cdot \underline{\omega} \neq 0$

$$\underbrace{I_1 = \underline{\omega} \quad I_2 = \underline{v}_P \cdot \underline{\omega}}_{\text{auf ganzem Körper konstant}}$$

– **Kreiselung:** ein Punkt ist fixiert (Momentanes Rot.)

$$\underline{v}_P = \underline{\omega} \times \underline{r}_{OP}$$

· Kräfte und Momente

Für MB(z,...)

▶ **Resultierende einer Kräftegruppe:** $\underline{R} = \sum_i \underline{F}_i$

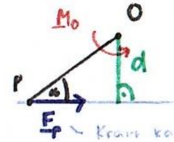
In 2D evtl. Kraft in x- und y-Komponente auf.

▶ **Durch Kraft induziertes Moment:**

$\underline{M}_O = \underline{OP} \times \underline{F}_P$ (im Punkt P angreifende Kraft)

$\underline{M}_O = |\underline{OP}| \cdot |\underline{F}_P| \cdot \sin(\alpha)$

= Kraft · Abstand ⊥ = F · d



Wirkungslinie der Kraft F_P

F_P ← Kraft kann entlang der Wirkungslinie verschoben werden → Moment ändert sich nicht

▶ **Resultierendes Moment:**

$$\underline{M}_O = \sum_i \underline{OP}_i \times \underline{F}_i + \sum_j \underline{M}_{j,frei}$$

⚠ Moment abhängig vom Bezugspunkt

▶ **Verschiebung eines Moments:** (wenn result. Moment bekannt)

$$\underline{M}_P = \underline{M}_O + \underline{PO} \times \underline{R} \iff \underline{M}_P = \underline{M}_O + \underline{R} \times \underline{OP}$$

▶ **Dyname:**

Kräftegruppe wird charakterisiert durch result. Moment und 'Resultierende' $\{\underline{R} ; \underline{M}_O\}$ bezüglich Punkt O

▶ **Äquivalent:**

Eine Kräftegruppe ist statisch äquivalent zu:

(*) ... einem Nullsystem, falls: $\underline{R} = 0$ u. $\underline{M}_O = 0$
(*) ... einem Moment / Kräftepaar: $\underline{R} = 0$ u. $\underline{M}_O \neq 0$
(*) ... einer Einzelkraft, falls: $\underline{R} \neq 0$ u. $\underline{R} \cdot \underline{M}_O = 0$
... einer Schraube, falls: $\underline{R} \cdot \underline{M}_O \neq 0$ u. $\underline{R} \neq 0$
... einer anderen Kräftegruppe, falls ihre Resultierende $\underline{R}$ und ihr Moment bez. eines beliebigen Punktes P gleich sind.

Für R = 0 ist M unabh. vom Bezugspunkt

▶ **Invarianten der Dyname:**

$$I_1 = \underline{R} \qquad I_2 = \underline{R} \cdot \underline{M}_P = \underline{R} \cdot \underline{M}_Q$$

für beliebige Punkte P, Q

▶ **Reduktion auf Einzelkraft:**

- Reduktion der Kräftegruppe auf Einzelkraft $\underline{R}$ nur möglich, wenn $I_2 = \underline{R} \cdot \underline{M}_P = 0$
- in 2D immer möglich, da $\underline{M}_P \perp \underline{R}$
- in 3D nur bei (*) möglich
- wenn $R = 0$ ⟹ Reduktion auf Einzelmoment

Lagerkräfte:

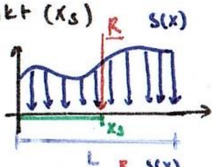
- Auflager: — Gelenke: — Einspannung:

- Kurz. Querlager: — Lang. Querlager: — Längslager:

Verteilte Lasten:

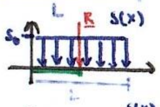
Verteilte Last darf auf Einzelkraft reduziert werden, solange der Starrkörper, an welchem sie angreift, als Ganzes betrachtet wird. Angriffspunkt (x_s)

$$x_s = \frac{\int_0^L x \cdot s(x)\,dx}{\int_0^L s(x)\,dx} = \frac{M_0}{R}$$



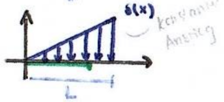
- Gleichförmige Kräfteverteilung:

$s(x) = s_0$ $\quad x_s = L/2$ $\quad |R| = L \cdot s_0$

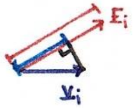


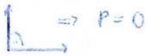
- Dreiecksverteilung:

$s(x) = \frac{x}{L} s_0$ $\quad x_s = \frac{2L}{3}$ $\quad |R| = \frac{L \cdot s_0}{2}$



Leistung:





- Leistung einer Kraft:

$P_i = \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i = |\underline{F}_i| \cdot |\underline{v}_i| \cdot \cos(\alpha)$

- Leistung eines (freien) Momentes:

$P_j = \underline{\omega}_j \cdot \underline{M}_{j,frei}$

- Gesamtleistung (einer Kräftegruppe):

$P_{tot} = \sum_i \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i + \sum_j \underline{\omega}_j \cdot \underline{M}_{j,frei}$

- Leistung über $\underline{R}$ u. beliebigem Punkt B:

$P = \underline{v}_B \cdot \underline{R} + \underline{\omega} \cdot \underline{M}_B$

Statik

Hauptsatz der Statik:

- 2D: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum M_P = 0$
- 3D: $\sum F_x = 0$; $\sum F_y = 0$; $\sum F_z = 0$

  $\sum M_x P = 0$; $\sum M_y P = 0$; $\sum M_z P = 0$

Fachwerke

- Jeder Starrkörper hat ein eigenes Momentanzentrum
- Ein fixes Gelenk ist immer ein Momentanzentrum
- SdpG nicht starrkörperübergreifend verwenden

Prinzip der virtuellen Leistungen (PdvL):

Verwendung: Bestimmung einer Stabkraft

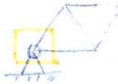
Vorgehen:

- Stab entfernen, Stabkraft einführen (i.d.R. als Zugkraft)
- Alle Starrkörper identifizieren
- Zulässige virtuelle Bewegung einführen (dabei Lager betrachten!)
  → Ansonsten: System freischneiden und Lagerkräfte in Berechnung mit einbeziehen.
- Geschwindigkeiten an Knoten an welchen Kräfte wirken und Winkelgeschw. dort wo Momente wirken bestimmen
- Virtuelle Leistung berechnen und null setzen:

$$P_{virt.} = \sum \underline{F}_i \cdot \underline{v}_i + \sum \underline{\omega}_j \cdot \underline{M}_{j,frei} \overset{!}{=} 0$$

- nach Stabkraft auflösen
- **Bem.** Bei skalarer Berechnung muss <u>nur</u> der Anteil der Geschw. in Richtung der Kraft berücksichtigt werden. (Mit Tabelle $F_x \cdot v_x$, $F_y \cdot v_y$)
- Vorgang für jeden Stab einzeln wiederholen!

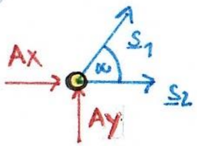
Knotengleichgewicht:



- Lagerkräfte bestimmen
- Gleichgewichtsbedingung an Knoten aufstellen

  x: ...

  y: ...

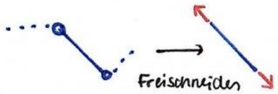


$\underline{A}_x + \underline{A}_y + \underline{S}_1 + \underline{S}_2 = 0$

- **Bem.** Symmetrie beachten!

Pendelstütze = Stab, der an beiden Enden gelenkig gelagert ist, wobei sonst (abgesehen von den Lagerkräften) keine Kräfte angreifen)

→ Stab kann nur gezogen oder gedrückt werden



Reibung

- Reibungskräfte der Bewegung entgegen einführen
- Objekte freischneiden
- Normalkraft mit unbekanntem Abstand e einf.
- Gleichgewichtsbedingungen aufstellen

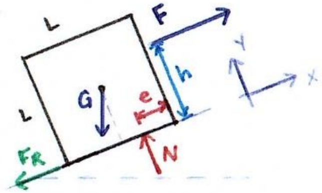
(- Evtl. Reibungsbed. durch andere Kräfte ausdrücken)

- Kippbedingung: wenn Normalkraft ausserhalb des Körpers → Kippen (bezügl. e aufstellen)

  Körper in Ruhe

Haftreibung:

$|\underline{F}_R| \leq \mu_0 \cdot |\underline{N}|$



Gleitreibung:

$|\underline{F}_R| = \mu_1 \cdot |\underline{N}|$

Kippbed. (hier): $e \leq 0$

Zusatz: Zug- und Druckstab:

- Druckkraft: Kraft zeigt zum Körper: $S < 0$
- Zugkraft: Kraft zeigt von Körper weg: $S > 0$

Zusatz: Seile / Seilkraft:

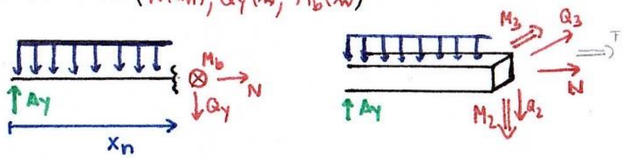
- Seile können keine Druckkräfte aufn.! $S \geq 0$
- Können umgelenkt werden über Rolle

MBM I ② Ellie Galliker

Beanspruchung

Vorgehen:

1.) Freischneiden
2.) Lagerkräfte bestimmen
3.) Stab in Bereiche aufteilen (Bei äusseren Kräften, Gelenken/Lagern, Querschnittsänderungen)
4.) Stab schneiden → Schnittkräfte einf. (N, Q_y, M_b) $= M_z$
5.) Laufvariable (meist x_n) einführen
6.) Schnittkräfte als Funktionen der Laufvariable bestimmen ($N(x_n), Q_y(x), M_b(x)$)



- N = Normalkraft (N>0: Zug, N<0: Druck)
- Q = Querkraft (3D: kräfte) → Schub
- M = Biegemoment
- T = Torsion (nicht Prüfungsrelevant)

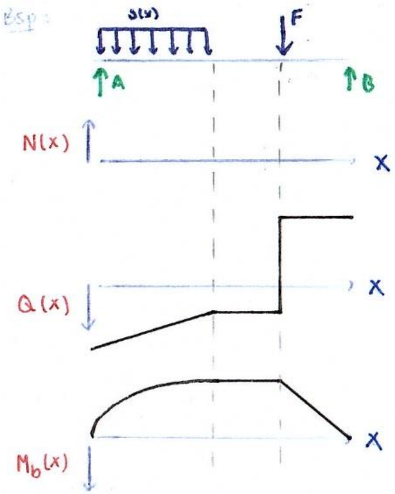
Bemerkungen:

- Bei Bestimmung der Lagerkräfte können verteilte Lasten auf eine Kraft reduziert werden
- Beim Bestimmen der Schnittkräfte dürfen verteilte Lasten erst nach dem Schnitt reduziert werden
- Beachte Konsistenz der Laufvariablen

Beanspruchungsdiagramme:

Funktionen der Schnittkräfte in Abhängigkeit von x in jeweils einzelnes Koordinatensystem aufzeichnen

Bsp.:



hier: N=0 → const.

- $1 m^4 = 1 \cdot 10^{12} mm^4$
- $1 m^2 = 1 \cdot 10^6 mm^2$
- $1 m^2 = 1 \cdot 10^4 cm^2$

Differentielle Beziehungen: (2D)

Anwendung: Überprüfung der berechneten Beanspruchung

$$\underbrace{\frac{dM_z}{dx}}_{M_z'} = -Q_y \qquad \underbrace{\frac{dQ_y}{dx}}_{Q_y'} = -q_y$$

q_y = verteilte Kraft in y-Richtung

⟹ gilt für geraden Stab

Spannung

Normalspannung:

$$\sigma_x(x) = \frac{N(x)}{A}$$

$N(x)$ – Normalkraft (aus Beanspruchung)
A – Querschnittsfläche

Scherspannung:

$$\tau_x(x) = \frac{Q_z(x)}{A}$$

$Q_z(x)$ – Querkraft (aus Beanspruchung)

Ausrechnen Kraft mit gegebenem Gewicht
$x\,kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2} = y \frac{kg\,m}{s^2}$

Einheiten:

Name	Bez.	Einheit
Kraft	F	$N = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$
Moment	M	$1 Nm = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
Linienvert. Kraft	q	$1 \frac{N}{m} = 1 \frac{kg}{s^2}$
Geschwindigkeit	v	$1 \frac{m}{s} =$
Rotationsgeschw.	ω	$1 \frac{rad}{s}$
Arbeit	W	$1 J = 1 Nm = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$
Leistung	P	$1 W = 1 \frac{J}{s} = 1 \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$
Spannung	σ	$1 Pa = 1 \frac{N}{m^2} = 1 \frac{kg}{m \cdot s^2}$
Flächenträgheitsm.	I	$1 m^4$

- 10^1 = (Deka-) da
- 10^2 = (Hekto-) H
- 10^3 = (Kilo-) k
- 10^6 = (Mega) M
- 10^9 = (Giga-) G
- 10^{-1} = (dezi-) d
- 10^{-2} = (centi-) c
- 10^{-3} = (milli-) m
- 10^{-6} = (mikro-) μ
- 10^{-9} = (nano-) n

Flächenträgheitsmoment

Widerstand eines Balkens gegen Biegung
→ von Geometrie des Querschnitts abhängig
→ je grösser Flächenträgheitsmoment, desto kleiner die Biegung des Balkens und entstehende innere Spannungen
→ Bezieht sich auf bestimmte Achse

$$I_z = \iint y^2\, dA \qquad I_y = \iint z^2\, dA$$

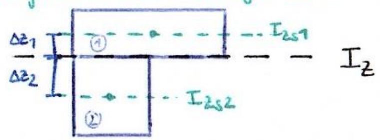
$$I_p = \frac{\pi R^4}{2} = I_y + I_z$$

Verschiebungssatz (Satz von Steiner):

Für Berechnungen bezügl. beliebiger Achse ausgehend von Flächenträgheitsmoment bezüglich der Achse durch den Schwerpunkt

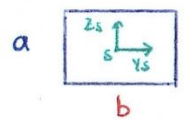
$$I_y' = I_{ys} + (\Delta z)^2 \cdot A$$
$$I_z' = I_{zs} + (\Delta y)^2 \cdot A$$

- Abstände der jeweiligen zwei Achsen
- Querschnittsfläche
- Trägheitsmomente bezügl. Achse durch Schwerpunkt



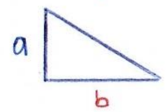
Standard-Flächenträgheitsmomente:

- **Rechteck**



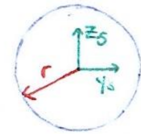
$$I_{ys} = \frac{a^3 \cdot b}{12} \qquad I_{zs} = \frac{a \cdot b^3}{12}$$

- **Dreieck**



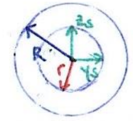
$$I_{ys} = \frac{a^3 \cdot b}{36} \qquad I_{zs} = \frac{a \cdot b^3}{36}$$

- **Kreis**



$$I_{ys} = I_{zs} = \frac{\pi r^4}{4}$$

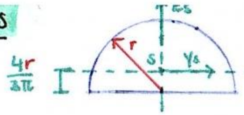
- **Rohr**



$$I_{ys} = I_{zs} = \frac{\pi (R^4 - r^4)}{4}$$

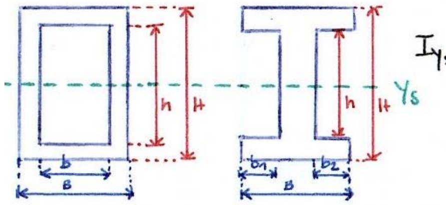
MBM I ③ Ellie Galliker

Halbkreis



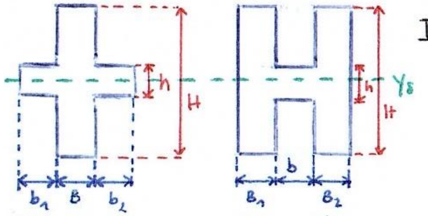
$$I_{y_s} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) r^4$$

$$I_{z_s} = \frac{\pi r^4}{8}$$



$$I_{y_s} = \frac{BH^3 - b\,h^3}{12}$$

$$b = b_1 + b_2$$



$$I_{y_s} = \frac{BH^3 + bh^3}{12}$$

$$B = B_1 + B_2$$

$$b = b_1 + b_2$$

Wo Druck / Zug?

Biegspannung:

$$\sigma_x = -\frac{M_b(x)}{I_z} \cdot y_{o,u}$$

Druck: y_{max} oben ⟷ Zug $y_{max.}$ unten

y/z_{max} = max. Abstan zu N.A.

Biegemoment:

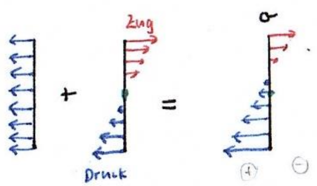
$$M_{y,zul.} = \frac{\sigma_{zul.} \cdot I_y}{z_{max.}} \qquad M_{z,zul.} = \frac{\sigma_{zul.} \cdot I_z}{y_{max.}}$$

⚠ Um welche Achse?

Normalspannung:

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - M\frac{y}{I}$$

N: Normalkraft; A: Querschnitts-Fläche



zulässige Spannung:

$$\sigma_{zul.} = \frac{\sigma_{max.}}{SF}$$

Sicherheitsfaktor:

$$SF = \frac{\sigma_{max.}}{\sigma_{zul.}}$$

Wie gross soll Zugkraft sein, damit im Querschnitt keine Druckkräfte vorhanden sind?

1. Trägheitsmoment berechnen, y_{max} bzw. z_{max}
2. Nur Zugspannung:
   $\Rightarrow \sigma(x) > 0$!
3. Zusammengesetzte Beanspruchung:

$$\sigma(x) = -\frac{M_b \cdot y_{max}}{I} + \frac{N}{A} > 0 \Rightarrow \frac{N}{A} > \frac{M_b \cdot y_{max}}{I} \Rightarrow N > \dots$$

Deformation

Dehnung (tot. Deformation):

$$\delta = \frac{N \cdot L}{A \cdot E} = \Delta L$$

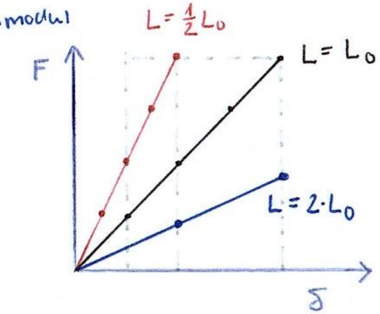
L — Ausgangslänge des Stabes; E — Elastizitätsmodul

Elastizitätsmodul:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

rel. Verformung:

$$\varepsilon = \frac{\delta}{L_0} \quad (\delta = \Delta L)$$



Bemerkungen:

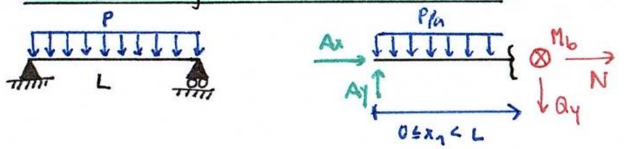
- Wenn System aus mehreren Teilen besteht: jeden Abschnitt δ einzeln bestimmen (mit Beanspruchung)
- Wenn System aus zwei versch. Materialien besteht, welche fest verbunden sind ⇒ Dehnung (δ) gleich!

Vorgehen

Bestimmung v. Bewegungszuständen:

- Identifikation / Markierung starrer Körper
- Momentanzentren der Systemteile mit äusseren Lagern (Gelenke) oder Auflagern bestimmen
- Mit SdpG bzw. SvM alle Bewegungszustände des Systems bestimmen
- evtl. Unbek. Geschwindigkeit annehmen und mittels zweier Projektionen berechnen

Beanspruchung mit konst. vert. Kraft:



$$KB(x): \; A_x + N = 0$$

$$KB(y): \; A_y - x_1 \cdot \frac{P}{L}^{(*)} = 0$$

$$MB(z,\cdot): \; A_y - \frac{x_1}{2} \cdot x_1 \cdot \frac{P}{L}^{(**)} = 0$$

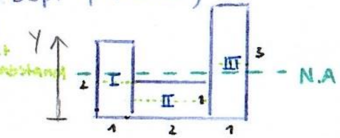
(*) "variable Strecke mal Kraft pro Strecke"

(**) "Der Angriffspunkt ist die Hälfte der variablen Strecke (→ quadratisch!)"

Neutralachse bestimmen: (Bsp. Y-Achse)

$$y_{NA} = \frac{\sum A_i \cdot y_{si}}{\sum A_i}$$

y_{si}: Körpereigene Schwerpunkt Y-Achsenabstand



Hier: $\frac{2\cdot 1\cdot 1 + 1\cdot 2\cdot 0.5 + 3\cdot 1\cdot 1.5}{(2\cdot 1)+(1\cdot 2)+(3\cdot 1)} = \dots$

→ auch: Gesamtschwerpunkt bestimmen

$2^2 = 4$
$2^3 = 8$
$2^4 = 16 = 4^2$
$2^5 = 32$
$2^6 = 64 = 4^3$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256 = 4^4$
$2^9 = 512$

$3^2 = 9$
$3^3 = 27$
$3^4 = 81$
$3^5 = 243$
$3^6 = 729$

$5^2 = 25$
$5^3 = 125$
$5^4 = 625$

$6^2 = 36$
$6^3 = 216$
$6^4 = 1296$

Diagonale Quadrat: $\sqrt{2}a \longrightarrow \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$

Raumdiagonale Würfel: $\sqrt{3}a \longrightarrow \begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} \end{pmatrix}$

Scheibe berührt Oberfläche, an der sie abrollt → Momentanzentrum

Ellie Galliker