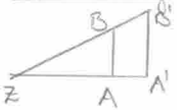
BMI | Valentin Baumann

Allg.

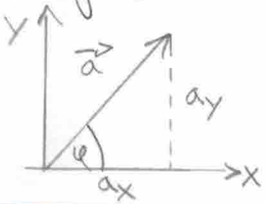
· Strahlensatz: $\frac{|ZA|}{|AA'|} = \frac{|ZB|}{|BB'|}$; $\frac{|ZA|}{|BA|} = \frac{|ZA'|}{|B'A'|}$



Standardwinkel

Deg	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
Rad	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π
sin	0	$1/2$	$\frac{\sqrt2}{2}=\frac{1}{\sqrt2}$	$\sqrt3/2$	1	$\sqrt3/2$	$\frac{\sqrt2}{2}=\frac{1}{\sqrt2}$	$\frac12$	0
cos	1	$\sqrt3/2$	$\frac{\sqrt2}{2}$	$1/2$	0	$-1/2$	$-\frac{\sqrt2}{2}$	$-\frac{\sqrt3}{2}$	-1
tan	0	$\frac{\sqrt3}{3}\,\frac{1}{\sqrt3}$	1	$\sqrt3$	$\pm\infty$	$-\sqrt3$	-1	$-\frac{\sqrt3}{3}$	0

Pythagoras



$a_y = \sin(\varphi)\cdot a$

$a_x = \cos(\varphi)\cdot a$

$\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}$

Skalarprodukt

$a \perp b \Leftrightarrow a\cdot b = 0$

$\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = a\cdot x + b\cdot y + c\cdot z$

$\Rightarrow$ Projektion:

$|\vec a'| = |\vec a|\cdot\cos(\varphi)$; $\vec a' = \vec a\cdot\frac{\vec b}{|\vec b|}$

Vektor normieren

$\vec e_a = \frac{\vec a}{|\vec a|}$; $\vec e_a = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\cdot\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$

Kreuzprodukt

$|\vec c|$ – Fläche aufgespannten Parallelogramm!

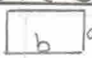
$\underbrace{\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}}_{a}\times\underbrace{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}}_{b} = \underbrace{\begin{pmatrix}bz-cy\\cx-az\\ay-bx\end{pmatrix}}_{c}$

$a \parallel b \Leftrightarrow a\times b = 0$

$|\vec c| = |\vec a|\cdot|\vec b|\sin(\varphi)$

Standard-Schwerpunkte

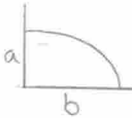
Rechteck: $x_S = \frac{b}{2}$; $y_S = \frac{a}{2}$; $A = a\cdot b$



$x_S = \frac13 a$; $y_S = \frac13 b$; $A = a\cdot b\cdot\frac12$

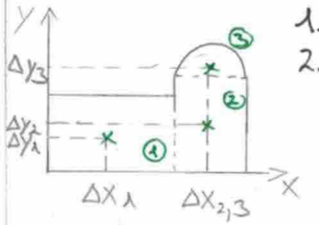
$x_S = r$; $y_S = \frac{4r}{3\pi}$; $A = \frac12\cdot r^2\cdot\pi$

$x_S = \frac12\cdot a$; $y_S = \frac13\cdot h$; $A = \frac12\cdot a\cdot h$



$x_S = \frac{4b}{3\pi}$; $y_S = \frac{4a}{3\pi}$; $A = \frac{\pi\cdot a\cdot b}{4}$

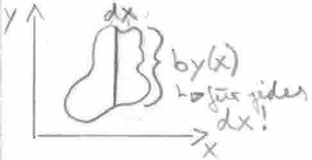
· Resultierender Schwerpunkt



1. Standardformen erkennen
2. Formeln anwenden

$x_S = \frac{\sum \Delta x_i\cdot A_i}{A_{ges}}$

$y_S = \frac{\sum \Delta y_i\cdot A_i}{A_{ges}}$



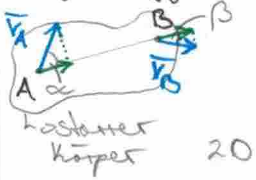
$x_S = \frac{\int x\,dF}{\int dF}$ mit $dF = by(x)dx$

y_S = analog (bei konstanter Dichte)

Kinematik

- Kinemate: Allg. Bewegungszustand eines starren Körpers. $\{\vec v_B; \vec\omega\}$

- Satz der projizierten Geschwindigkeit (SdpG):

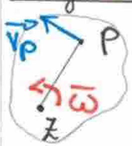


$\vec v_A' = \vec v_B'$

$\vec v_A\cdot\vec{AB} = \vec v_B\cdot\vec{AB}$

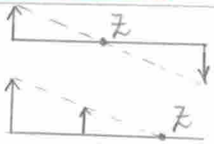
2D: $|\vec v_A|\cos\alpha = |\vec v_B|\cos\beta$

- Satz vom Momentanzentrum

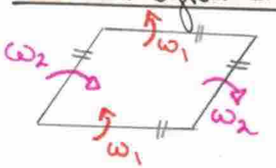


$\vec v_P = \vec\omega\times\vec r_{ZP}$

2D: $v_P = \omega\cdot r_{ZP} \Rightarrow$ für $r_{ZP}\perp v_P$



- Parallelogramm-Regel



- parallele Stäbe gleiches ω
- anliegende Stäbe rotieren entgegengesetzt
- mehrere Momentanzentren

· Allg. Starrkörperformel

$\vec v_P = \vec v_Q + \vec\omega\times\vec{QP}$

↳ Für wenn P & Q auf gleichem Starrkörper (d.h. Distanz zw. Q&P ist konstant)

Invarianten & Spezialfälle

$I_1 = \vec\omega$; $I_2 = \vec v_P\cdot\vec\omega$ $\rightarrow$ Im gesamten Körper konstant

Translation	Rotation	Schraubung	Kreiselung
$\vec\omega = 0$	$\vec\omega \neq 0$		$\vec v_P = \vec\omega\times\vec r_{OP}$
$\Rightarrow \vec v_A = \vec v_B$	$I_2 = 0$	$I_2 \neq 0$	

Kräfte und Momente

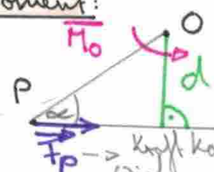
- Resultierende einer Kräftegruppe: $\vec R = \sum_i \vec F_i$

- Durch Kraft induziertes Moment:

$\vec M_O = \vec{OP}\times\vec F_P$

$|\vec M_O| = |\vec{OP}|\cdot|\vec F|\cdot\sin\alpha$

2D: $M_O = d\cdot F$



$\rightarrow$ Kraft kann entlang Wirkungslinie verschoben werden!

- Resultierendes Moment

$M_O = \sum_i \vec r_i\times\vec F_i + \sum_j \vec M_j$

⚠ Moment abhängig vom Bezugspunkt.

- Transformationsregel

$\vec M_P = \vec M_O + \vec r_{PO}\times\vec R \Leftrightarrow \vec M_P = \vec M_O + \vec R\times\vec r_{OP}$

↳ falls $\vec R = 0$ ist $\vec M_O = M_P$!

Dyname:

Kräftegr. wird charakterisiert durch resull. Moment und Resultierende: $\{\vec R, M_O\}$

Invarianten der Dyname

$I_1 = \vec R$; $I_2 = \vec R\cdot M_P = \vec R\cdot\vec M_Q$ · Konstant im starren Körper!

Statische Äquivalenz

– Kräftegr. statisch äquivalent falls

- Nullsystem: $R = 0$; $M_O = 0$
- Moment (Kräftepaar): $R = 0$; $M_O \neq 0$
- Einzelkraft: $R \neq 0$; $I_2 = 0 \Rightarrow \vec R \perp \vec M_O$
- Schraube: $I_2 \neq 0 \Rightarrow \vec R \not\perp \vec M_O$
- einer anderen Kräftegruppe, falls ihre $\vec R$ und ihr Moment bzgl. beliebigen Punkt gleich sind!

$\Rightarrow$ Kräftegr. mit identischer Wirkung: äquivalent

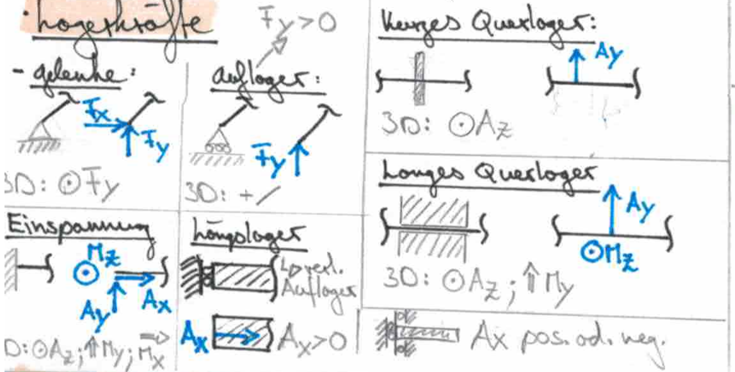
· Reduktion auf Einzelkraft

· Reduktion auf Einzelkraft $\bar{R}$ nur möglich, wenn $I_2 = \bar{R}\cdot\bar{M}_0 = 0$

· In 2 Dim. immer möglich, da $\bar{M}_0 \perp \bar{R}$

· wenn $R = 0 \Rightarrow$ Reduktion auf Einzelmoment

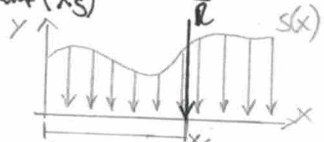
· Lagerkräfte



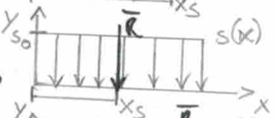
Verteilte Lasten

· Verteilte Last darf auf Einzelkraft reduziert werden, solange der Starrkörper, an welchem sie angreift, als ganzes betrachtet wird. Angriffspunkt (x_S)

$$x_S = \frac{\int_0^L x\cdot s(x)\,dx}{\int_0^L s(x)\,dx} = \frac{M_0}{R}$$

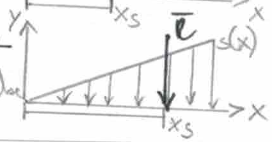


· gleichförmige Kräfteverteilung: $s(x) = s_0$; $x_S = L/2$; $|\bar{R}| = L\cdot s_0$



· Dreiecksverteilung: $s(x) = \frac{x}{L} s_0$; $x_S = 2L/3$; $|\bar{R}| = \frac{L\cdot s_0}{2}$

$L \hat{=}$ ganze Länge von s(x) auf x-Achse



Leistung

$\Rightarrow$ falls $F \perp v$, dann $P = 0$

- Leistung einer Kraft $\Rightarrow$ Nur Komponente von v in Richtung F (falls skalar)

$P_i = \bar{F}_i \cdot \bar{v}_i = |\bar{F}_i|\cdot|\bar{v}_i|\cdot\cos(\alpha)$ $\Rightarrow$ wenn $\bar{v}$ & $\bar{F}$ nicht in gleiche Richtung: ⊖ für P

- Leistung eines Moments

$P_j = \bar{\omega}_j \cdot \bar{M}_j$ ↳ freies Moment, reine Rotation

· Gesamtleistung einer Kräftegruppe

$P = \bar{v}_B \cdot \bar{R} + \bar{M}_B \cdot \bar{\omega}$ $\Rightarrow$ $\bar{v}$ & $\bar{M}$ ab gleichem Punkt!

$P = \sum_i \bar{F}_i \cdot \bar{v}_i$ (+ $P = \bar{\omega}\cdot\sum_i \bar{M}_i$ $\Rightarrow$ Momente bzgl. Drehachse bilden (Abstände $\perp$ zu Kräfte

Statik

· Hauptsatz der Statik

- 2D: $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$; $\Sigma M_z = 0$
- 3D: $\Sigma F_x = 0$; $\Sigma F_y = 0$; $\Sigma F_z = 0$
  $\Sigma M_x = 0$; $\Sigma M_y = 0$; $\Sigma M_z = 0$

Fachwerke

· Fixes Gelenk ist immer ein Momentanzentrum

Prinzip der virtuellen Leistung (PdvL)

$\Rightarrow$ Immer nur 1 Stab entfernen

$\Rightarrow$ zur Bestimmung einer Stabkraft

· Stab entfernen, Stabkraft S_i als Zugkraft einführen

· virtuelle Bewegung einführen (Lager beachten!)

· geschw. wo Kräfte wirken & ω wo Momente wirken bestimmen. $P = -\ldots + \ldots$ $\Rightarrow$ Falls v & F in gleiche Richtung!

· $P = 0$ & S_i berechnen   Falls v & F in entgegengesetzte Richtung

$\Rightarrow$ Bei skalarer Berechnung nur Anteil der geschw. in Richtung der Kraft berücksichtigen

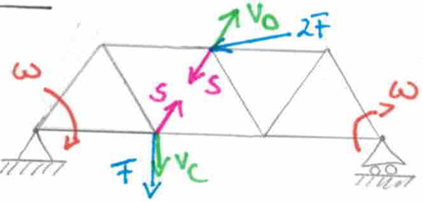
- Zug- & Druckstab:

$S < 0$: Druckstab

$S > 0$: Zugstab

- Seilkraft:

$S \geq 0$

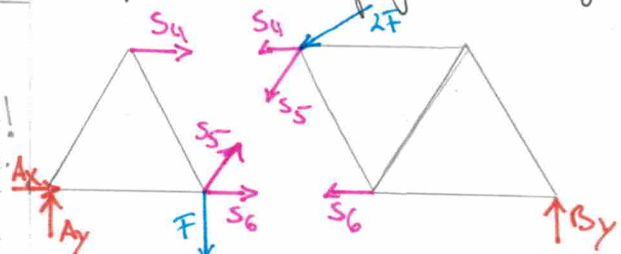


Dreikräfteschnitt

· Lagerkräfte bestimmen

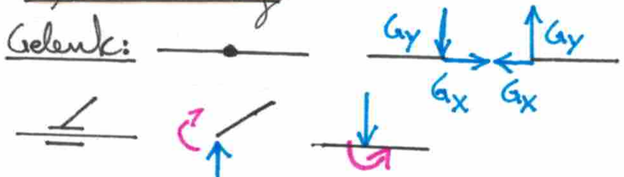
· Stäbe durchschneiden & wo Stäbe waren die Stabkräfte S_i einführen

· Komponentenbedingungen (Hauptsatz)



Systemtrennung

Gelenk:



$\Rightarrow$ Kräfte müssen an beiden Enden aber in entgegengesetzte Richtung eingeführt werden

$\Rightarrow$ Um von statisch unbestimmt (mehr Unbekannte als Gleichungen) zu statisch bestimmt zu kommen (Unbekannte eindeutig bestimmbar)

Massenmittelpunkt, etc.

$r = \vec{\alpha}$

$r_c = \frac{1}{m}\iiint_R r\,dm$ c = center of mass

$r_c = \frac{1}{A}\iint_A r\,dA$ $m_{Total} = \sum_i m_i$

$x_c = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{m_{Total}}$

$y_c = \frac{\sum m_i \cdot y_i}{m_{Total}}$

Kräftemittelpunkt

$r_c = \frac{1}{R}\sum_i F_i \cdot r_i$ (für $r_i \perp$ zu F_i)

↳ Für jede Achse separat berechnen

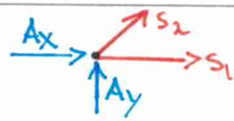
Vektoriell:

$$\bar{r}_c = \left|\frac{1}{R}\right| \sum_{i=1} \left(\bar{F}_i \times \bar{r}_i\right)$$

Knotengleichgewicht

1. evtl. Lagerkräfte bestimmen
2. Kräfte der Stäbe / Seile einführen
   ↳ immer als Zugstab
3. GGW-Bedingungen
4. nach Unbekannten auflösen

Bem: Symmetrie beachten!



$\bar{A}_x + \bar{A}_y + \bar{S}_1 + \bar{S}_2 = 0$

Reibung

- Haftreibung ist wie Lagerzu sehen
- Reibungskräfte der Bewegung entgegen einführen
- Objekte freischneiden
- Normalkraft mit unbekanntem Abstand e einführen (am Besten von Mitte aus)
- GGW-Bedingungen aufstellen (Evtl. Reibungskräfte durch andere Kräfte ausdrücken)

Kippbedingung: wenn Normalkraft ausserhalb des Körpers -> kippen (bzgl. e aufstellen)

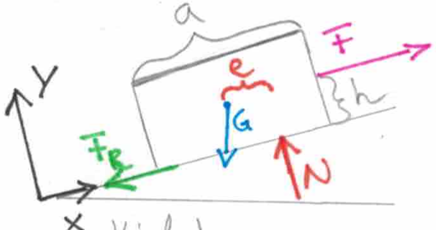
Haftbedingung: wenn Haftreibung die benötigte Kraft für statisches GGW nicht aufbringen kann!

-> Haftreibung:

$|F_R| \leq \mu_0 \cdot |N|$

-> Gleitreibung:

$F_R| = \mu_1 \cdot |N|$



Kippbed.: $e > a/2$

No motion: $|P_x| < |F_m|$; $|F_R| \leq \mu_0 |N| = |F_m|$

motion pending: $|P_x| = |F_m|$; $|F_R| = \mu_0 |N| = |F_m|$

sliding: $|F_K| < |P_x|$; $|F_R| = \mu_1 |N| = |F_K|$

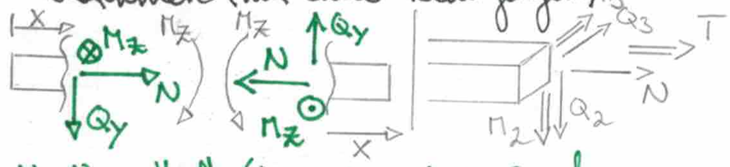
$\Rightarrow F_K < F_m$; $\mu_1 < \mu_0$

$\mu_0 \geq \frac{|F|}{|N|} = \frac{|P_x|}{|N|}$ => $|F|$ (Haftreibung) ist immer $= P_x$!

-> besorgt, dass damit System statisch bleibt, der Haftreibungskoeffizient μ_0 mind. $\frac{|P_x|}{|N|}$ sein muss um ein $|F_m| = \mu_0 \cdot |N|$ zu geben, wobei $|F_m| \geq |P_x|$

Beanspruchung

1. Freischneiden
2. Lagerkräfte bestimmen
3. Stab in Bereiche aufteilen (Bei äusseren Kräften, gelenken/Lagern, Querschnittsänderung)
4. Stab schneiden -> Schnittkräfte einführen (N, Q_y, M_z)
5. Laufvariable (meist x) einführen
6. Schnittkräfte als Funktion der Laufvariable bestimmen (mit GGW-Bedingungen)



- N = Normalkraft (N>0: Zug, N<0: Druck)
- Q = Querkraft -> Schub
- M = Biegemoment

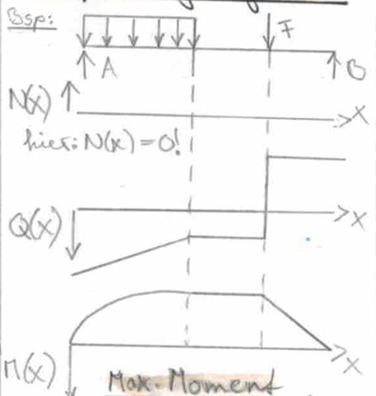
T = Torsion

Bemerkungen:

- Bei Bestimmung der Lagerkräfte können verteilte Lasten auf eine Kraft reduziert werden
- Beim Bestimmen der Schnittkräfte dürfen verteilte Lasten erst nach dem Schnitt reduziert werden -> falls nicht im zu berechnenden Teil
- Beachte Konsistenz (weiterlaufen) der Laufvariable

Beanspruchungsdiagramme

Bsp:



- $M'(x) = Q(x) = 0$
- $x = 0$; $x = L$

- wo Einzelkräfte
- Anfang & Ende von verteilten Kräften

Differentielle Beziehungen

-> zur Überprüfung der berechneten Beanspruchung

2D: $M_z' = -Q_y$

$Q_y' = -q_y$ — Funktion der verteilten Kraft in y-Richtung

$M_z'' = q_y$

$q = \frac{F}{a}$:

$Q_z' = -q_z$

$M_y' = Q_z$

$M_z'' = -q_z$

-> für geraden Stab!

Spannung

- Normalspannung:

$$\sigma_x(x) = \frac{N(x)}{A}$$

Normalkraft; A: Querschnittsfläche

- Scherspannung:

$$\tau_x(x) = \frac{Q(x)}{A}$$

Querkraft

Flächenträgheitsmoment

Widerstand eines Balkens gegen Biegung

-> von Geometrie des Querschnitts abhängig

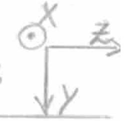
-> je grösser Flächenträgheitsmoment, desto kleiner die Biegung des Balkens & entstehende innere Spannung

-> Bezieht sich auf bestimmte Achse

$$I_z = \iint y^2 \, dA \quad ; \quad I_y = \iint z^2 \, dA$$

Deviationsmoment = 0, wenn eine der Achsen Symmetrieachse

Konvention des Querschnitts:



Verschiebungssatz (Satz von Steiner)

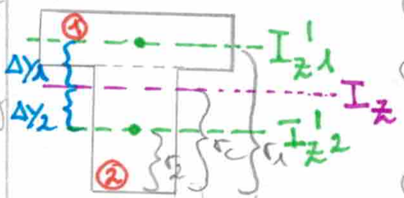
Für Berechnungen bzgl. beliebiger Achse ausgehend vom Flächenträgheitsmoment bzgl. der Achse durch den Schwerpunkt

$$I_y = I_y' + (\Delta z)^2 \cdot A$$

$$I_z = I_z' + (\Delta y)^2 \cdot A$$

- globales Trägheitsm.
- lokales Trägheitsm.
- Abstände zur Achsen
- Querschnittsfläche

Bsp:



① break piece into components

② Find area centroids of pieces & neutral axis of Total area (where I_z)

③ Use parallel axis theorem

②: $r_c = \frac{1}{A_T} \sum A_i r_i$; ③: $I_z = I_{z1}' + (\Delta y_1)^2 \cdot A + I_{z2}' + (\Delta y_2)^2 \cdot A$

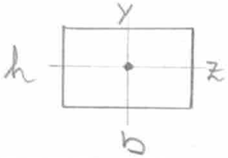
$Q = \int_0^x q(x) \, dx$ Bsp:

mit $q = P/a$

$M = \int_0^x q(x) \cdot x \, dx$ | $Q = \int_0^x P/a \, dx$; $M = \int_0^x P/a \cdot x \, dx$

Standard-Flächenträgheitsmomente

Rechteck

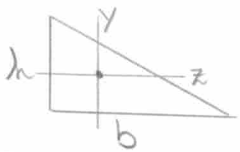


$A = b \cdot h$

$I_y = \frac{1}{12} h b^3$

$I_y = \frac{1}{12} b h^3$

Dreieck

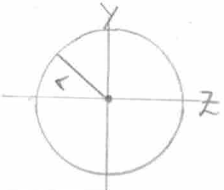


$A = \frac{1}{2} b h$

$I_y = \frac{1}{36} h b^3$

$I_z = \frac{1}{36} h^3 b$

Kreis

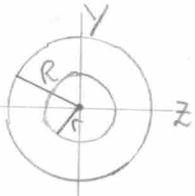


$A = \pi r^2$

$I_y = \frac{1}{4} \pi r^4$

$I_z = \frac{1}{4} \pi r^4$

Rohr

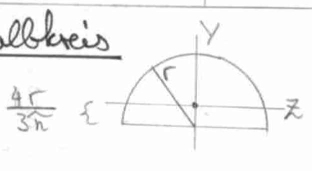


$A = \pi R^2 - \pi r^2$

$I_y = I_z = \frac{\pi (R^4 - r^4)}{4}$

$I = I_{aussen} - I_{innen}$

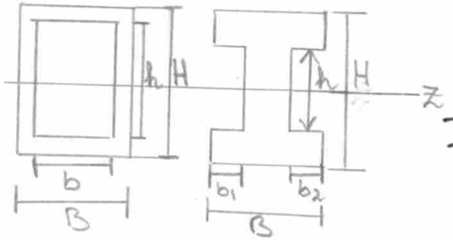
Halbkreis



$A = \frac{\pi r^2}{2}$

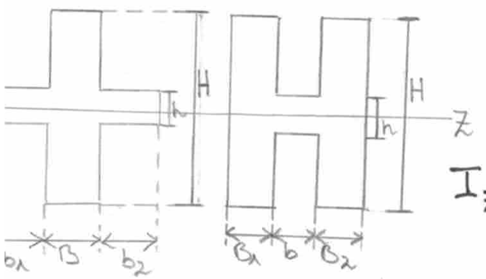
$I_y = \frac{1}{8} \pi r^4$

$I_z = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi}\right) r^4$



$b = b_1 + b_2$

$I_z = \frac{BH^3 - bh^3}{12}$



$b = b_1 + b_2$

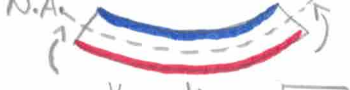
$B = B_1 + B_2$

$I_z = \frac{BH^3 + bh^3}{12}$

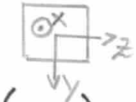
=> Für I_y müsste man Satz von Steiner anwenden

Biegespannung:

$\sigma_x = \sigma_B = - \frac{M_z \cdot y}{I_z}$



Konvention: (Querschnitt)



Druck: y_{max} oben ($y<0$)

Zug: y_{max} unten ($y>0$)

↳ y - Abstand von N.A.

Biegemoment

$M_{y,zul.} = \frac{\sigma_{zul.} \cdot I_y}{z_{max.}}$

$M_{z,zul.} = \frac{\sigma_{zul.} \cdot I_z}{y_{max.}}$

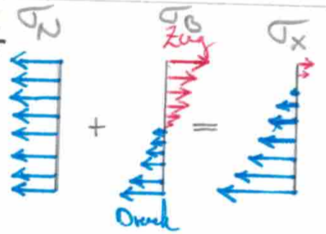
Biegemoment (bzgl. $\sigma_{zul}/\sigma_{max}$)

$\sigma_x(y) = - \frac{y}{c} \cdot \sigma_{max/zul.}$

Totale Normalspannung

$\sigma_x = \sigma_N + \sigma_B$

$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M \cdot y}{I}$



Sicherheitsfaktor

$SF = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{zul.}}$

=> Vorzeichen von allen Komponenten immer mitnehmen!

zulässige Spannung

$\sigma_{zul.} = \frac{\sigma_{max}}{SF}$

$\sigma_{zul.} > \frac{P_{needed\ in\ system}}{A}$

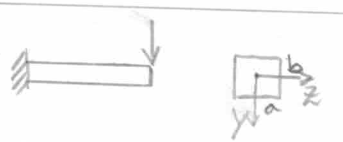
↳ Damit nicht fail resp. nicht zulässig

Wie gross Zugkraft, damit keine Druckkräfte mehr vorhanden?

1. Trägheitsmoment berechnen, y_{max} bzw $z_{max} = c$
2. Damit nur Zugspannung: $\sigma_x > 0$
3. Zusammengesetzte Beanspruchung:

$\sigma_x = - \frac{M \cdot y_{max}}{I} + \frac{N}{A} > 0 \Rightarrow \frac{N}{A} > \frac{M \cdot y_{max}}{I} \Rightarrow N > \dots$

Spannung infolge Biegung



$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \frac{Q \cdot H_z}{I_z \cdot b}$

H_z: Flächenmoment 1. Grades

Deformation / Stress-Strain

Dehnung (tot. Deformation)

$\Delta L = \frac{N \cdot L_0}{A \cdot E}$ — L_0: Anfangslänge des Stabs, E => E-Modul

Elastizitätsmodul

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

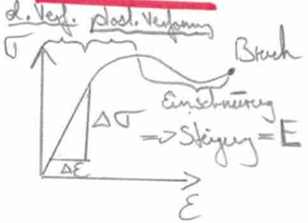
E gross: Körper nicht sehr elastisch, eher spröde

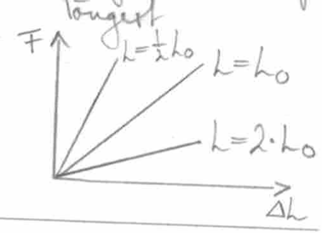
E als Konstante

rel. Verformung

$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$

$\varepsilon = 0.5$: Stab hat sich in der Länge um die Hälfte verlängert





Bem.

- Wenn System aus mehreren Teilen besteht: für jeden Abschnitt ΔL einzeln bestimmen (mit Beanspruchung)
- Wenn System aus zwei versch. Materialien besteht, welche fest verbunden sind => Dehnung (ΔL) gleich!

Kräftegruppe mit st. äq. Einzelkraft ersetzen

• wenn $I_2 = 0$; Immer in 2D!

=> Einzelkraft in 2D dann $\bar{R}$. mit einem resultierenden Moment $\bar{M}_0$.

Wirkungslinie der Einzelkraft bestimmen

2D: $|\bar{M}_0| = d \cdot |\bar{R}|$;

2D/3D: $\bar{M}_x = \bar{M}_0 + \bar{r}_{x0} \times \bar{R}$ od. $\bar{M}_0 = \bar{r}_{0x} \times \bar{R}$

wobei $\bar{M}_x = 0$ => dort verläuft Einzelkraft $\bar{R}$!

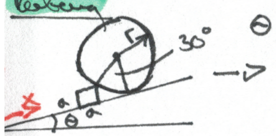
Bsp: $\bar{R} = \begin{pmatrix} 2F \\ 2F \\ 0 \end{pmatrix}$; $\bar{M}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4aF \end{pmatrix}$

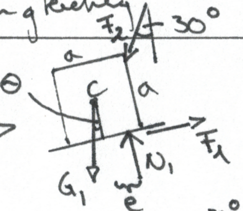
$\bar{M}_G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4aF \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2F \\ 2F \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2Fz \\ z2F \\ x2F - y2F \end{pmatrix}$ → $z = 0$; $2a = x - y$; mit z.B. $y = 0$, $x = 2a$!

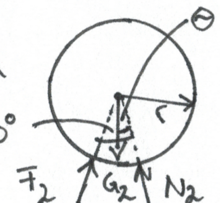
=> $\bar{R}$ geht bei 2a von G in x Richtung durch. mit $m = \frac{2F}{2F} = 1$! z.B. durch 2 Punkte!

=> Geradengleichung

Reibung







GGW:

$G_x = \sin\Theta\, G$; $F_{2x} = \frac{1}{2} F_2$

$G_y = \cos\Theta\, G$; $F_{2y} = \frac{\sqrt{3}}{2} F_2$

Bedingungen, damit System in Ruhe

• Haftreibung: $|F_1| \le \mu_0 |N_1|$ (gleiten)

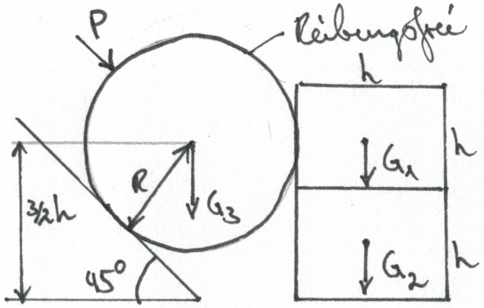
• Kippen: $|e| \le a/2$

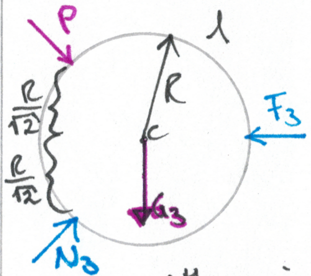
• Kontaktkräfte & Normalkräfte müssen positiv sein. $F_2, N_1, N_2 > 0$

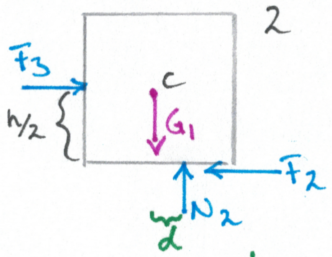
Bsp: Θ damit Quader nicht gleitet:

$|\ldots| \le \mu_0 |\ldots|$ -> mit Nebenbedingungen, z.B. $0 < \Theta < 90°$ kann man "|...|" oft weglassen

• System in Ruhe - Kombo aus allem!

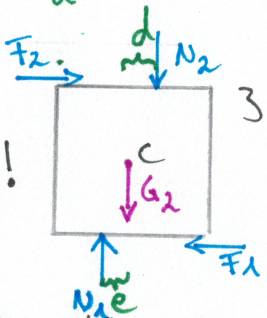






• Man nimmt an System ruht!

• GGW:



• Moment immer bzgl. C!

• Bei 2: $\sum F_x = 0$; $F_2 = F_3$!

• Bedingung für P, damit System ruht.

Quader 1: $|F_2| \le \mu_0 |N_2|$
Quader 2: $|F_1| \le \mu_0 |N_1|$ => nach P auflösen!

• Wenn P beliebig erhöht, welcher Quader kippt zuerst.

Kippbedingung: $|d| / |e| \le \frac{h}{2}$ -> einsetzen

-> welches ist bei gegebenem P grösser?

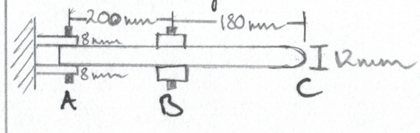
=> Dieser Quader kippt zuerst.

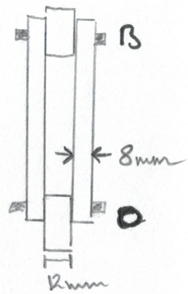
• Was muss G_3, damit kein Quader kippt?

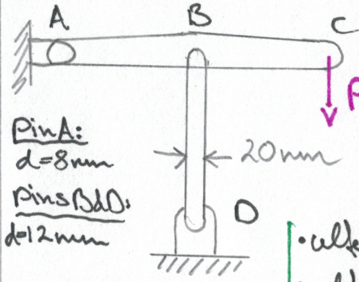
-> Quader der zuerst kippt nehmen (z.B. 2)

-> $|e| \le \frac{h}{2}$ -> einsetzen & nach G_3 auflösen!

Beanspruchung





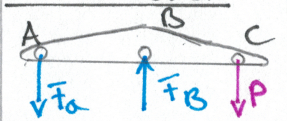


Pin A: $d = 8mm$

Pins B&D: $d = 12mm$

• ultimate shearing stress = 100 MPa
• ultimate normal stress = 250 MPa
• factor of safety = 3.0

① Freischneiden

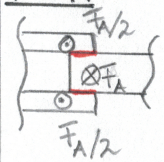


=> Da nur vertikale externe Kraft, nur vertikale Lagerkräfte betrachten.

$\sum F_y = 0$; $-F_A + F_B - P = 0$ -> $F_A = F_B - P$

$\sum M_{Az} = 0$; $F_B \cdot 200 - P \cdot 380$ -> $F_B = 1.9P$; $F_A = 0.9P$

Pin A

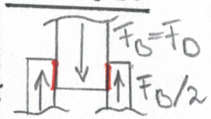


$A_A = (\frac{8}{2})^2 \cdot \pi\, mm^2 = 50.3\, mm^3$

$\tau_A = \frac{F_A}{2 \cdot A_A} = \frac{0.9P}{2 \cdot 50.3} = \frac{100 MPa}{3}$

=> $P = \frac{100 \cdot 2 \cdot 50.3}{3 \cdot 0.9} N = 3.72 kN$

Pin B&D



$A_B = (\frac{12}{2})^2 \cdot \pi\, mm^2 = 113.1 mm^2$

$\tau_B = \frac{F_B}{2 \cdot A_B} = \frac{1.9P}{2 \cdot 113.1} = \frac{100 MPa}{3}$

-> $P = \frac{100 \cdot 2 \cdot 113.1}{1.9 \cdot 3} N = 3.97 kN$

Link BD

$A_{BD} = 8 \cdot 20 mm^2 = 160 mm^2$

$F_{BD,N} = \frac{F_B}{2}$; $\sigma_{BD} = \frac{F_{BD,N}}{A_{BD}} = \frac{1.9P}{2 \cdot 160} = \frac{250 MPa}{3}$

$P = \frac{320 \cdot 250}{1.9 \cdot 3} N = 14.0 kN$

Pin A failed als erstes also ist $P_{allowed} = 3.72 kN$